Correction du DNB 2011 – mathématiques – Madagascar.

Activités numériques :

Exercice 1 :

1) $A=(x-3)^2+(x-3)(1-2x)$. $A=x^2-6x+9+x-2x^2-3+6x=-x^2+x+6$. $\underline{A=-x^2+x+6}$.

2) $A=(x-3)(x-3+1-2x)=(x-3)(-x-2)$. $\underline{A=(x-3)(-x-2)}$.

3) L'équation A=0 est une équation « produit nul ». Le produit de deux facteurs est nul si l'un des deux est nul, donc : $x-3=0$ ou $-x-2=0$ donc l'équation A=0 admet deux solutions : 3 et -2.

Exercice 2 :

1) a) $B=\sqrt{9\times3}+5\sqrt{4\times3}-\sqrt{100\times3}=3\sqrt{3}+10\sqrt{3}-10\sqrt{3}=3\sqrt{3}$. Sophie a raison.

b) Éric se trompe car il raisonne avec des valeurs approchées, donnons un contre-exemple :
2,3≈2 et 2,4≈2, 2=2 pourtant 2,3≠2,4.

2) $C=\dfrac{10-9\times2}{2}=\dfrac{10-18}{2}=\dfrac{-8}{2}=-4$. C'est Éric qui a raison.

Exercice 3 :

1) $v=\dfrac{70\,000\,m}{132\,s}\approx530{,}30\,m/s$ et $v=\dfrac{70\,km}{\dfrac{132}{3\,600}h}\approx1\,909{,}09\,km/h$.

La vitesse moyenne durant la première phase de démarrage est environ 530 m/s ou environ 1 909 km/h.

2) a) $r+h=6{,}4\times10^6+1{,}9\times10^6=8{,}3\times10^6$. $\underline{r+h=8{,}3\times10^6\,m}$

b) $v=\sqrt{\dfrac{13{,}4\times10^{-11}\times6\times10^{24}}{8{,}3\times10^6}}=\sqrt{\dfrac{8{,}04\times10^{14}}{8{,}3\times10^6}}\approx9\,842\,m/s\approx9{,}842\times10^3\,m/s$.

A cette altitude, la vitesse est environ $9{,}842\times10^3$ m/s.

Activités géométriques :

Exercice 1 :

Le triangle OAB est tel que $OA=60\,cm$, $OB=80\,cm$ et $AB=100\,cm$.
$AB^2=100^2=10\,000$ et $OA^2+OB^2=60^2+80^2=3\,600+6\,400=10\,000$ donc $AB^2=OA^2+OB^2$.
Comme $AB^2=OA^2+OB^2$, alors la réciproque du théorème de Pythagore montre que OAB est rectangle en O. Donc les murs sont perpendiculaires.

Exercice 2 :

1) $\dfrac{4}{3}\times\pi\times\left(\dfrac{6}{2}\right)^3=36\pi\,cm^3$. Le volume de la boule est $36\pi\,cm^3$.

2) $\dfrac{1}{3}\times\pi\times\left(\dfrac{5{,}4}{2}\right)^2\times12=29{,}16\pi\,cm^3$. Le volume du cône est $29{,}16\pi\,cm^3$.

3) $36\pi>29{,}16\pi$ donc il est préférable pour Michel, qui est gourmand de laisser la boule et non de remplir le cône.

Exercice 3 :

1) a) Les droites (MC) et (WT) sont sécantes en P et les droites (CT) et (MW) sont parallèles, donc le théorème de Thalès donne : $\dfrac{PC}{PM}=\dfrac{PT}{PW}=\dfrac{CT}{MW}$, d'où : $\dfrac{3{,}78}{4{,}2}=\dfrac{CT}{3{,}4}$, donc $CT=\dfrac{3{,}78\times3{,}4}{4{,}2}=3{,}06$.

Dans ce cas, la couture a une longueur de 3,06 m.

b) $7>2\times3{,}06$ donc 7 mètres suffiront.

2) $\dfrac{PT}{PW}=\dfrac{1{,}88}{2{,}3}=\dfrac{94}{115}\approx0{,}82$ et $\dfrac{PC}{PM}=\dfrac{3{,}78}{4{,}2}=\dfrac{9}{10}=0{,}9$ donc $\dfrac{PT}{PW}\neq\dfrac{PC}{PM}$.

Les droites (MC) et (WT) sont sécantes en P, SUPPOSONS que les droites (CT) et (MW) soient parallèles, alors le théorème de Thalès donnerait : $\dfrac{PT}{PW}=\dfrac{PC}{PM}$ c'est-à-dire 0,82=0,9, ce qui est faux.

Donc la supposition de départ est fausse : les droites (CT) – qui représente la couture – et (MW) ne sont pas parallèles.

Problème :

Partie 1 :

1) Dans CFG, rectangle en C, le théorème de Pythagore donne : $FG^2=FC^2+CG^2$, donc $FG^2=1^2+1^2$ et $FG^2=2$ donc $FG=\sqrt{2}\,m$.

2) On cherche CG telle que $CG^2+CF^2=FG^2$ (théorème de Pythagore), or CFG est isocèle en C donc $CG=CF$, donc $2\times CG^2=1^2$, c'est-à-dire $CG=\sqrt{\frac{1}{2}}$ ou $CG=-\sqrt{\frac{1}{2}}$, ce qui est impossible car CG est une longueur.

$CG=\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{1\times 2}{2\times 2}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. $CG=\frac{\sqrt{2}}{2}m$. $CG\approx 0{,}71\,m$. Il faut déplacer les étagères d'environ 71 cm.

Partie 2 : 1) $\frac{3{,}5\,Mo}{7\,s}=0{,}5\,Mo/s$. Le débit de la connexion internet est de 0,5 Mo/s.

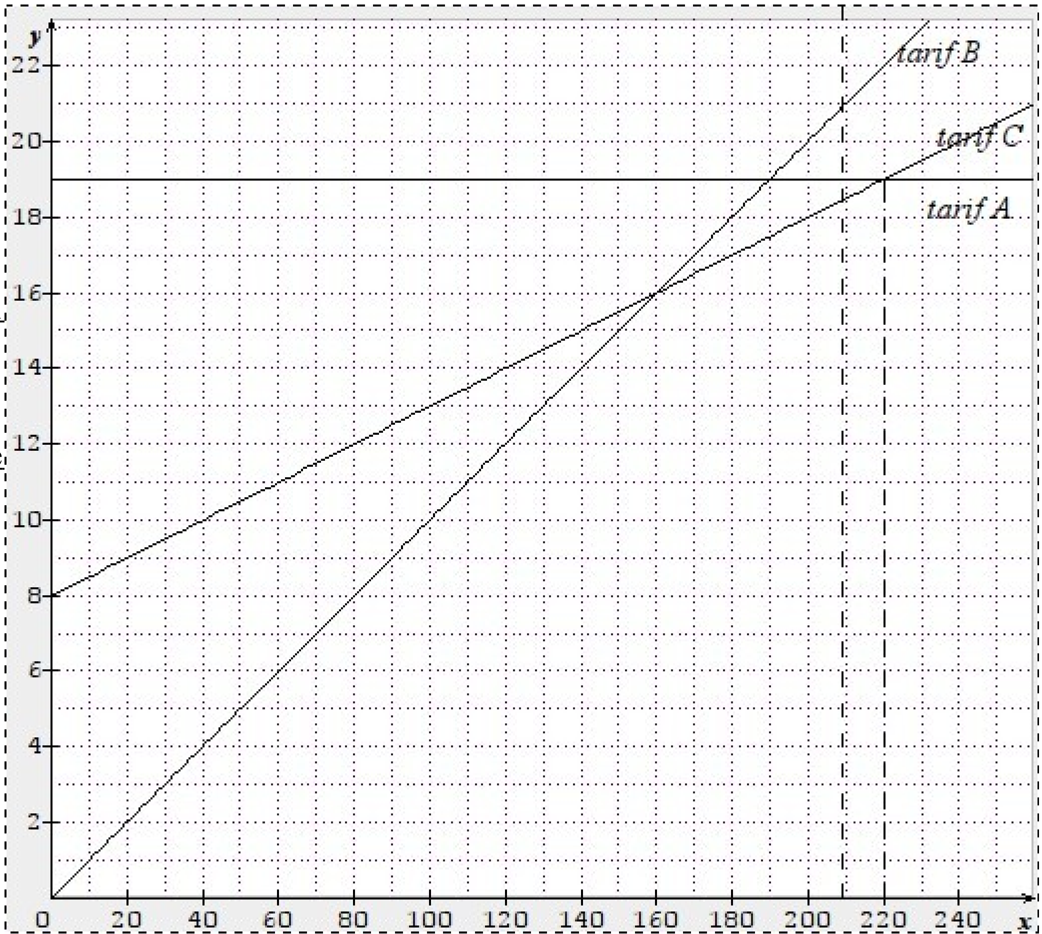
2)

Nombre d'élèves	100	200	300
Tarif A	19,00 €	**19,00 €**	**19,00 €**
Tarif B	**10,00 €**	**20,00 €**	30,00 €
Tarif C	**13,00 €**	18,00 €	**23,00 €**

3) a) $x \longmapsto 8 + 0{,}05\,x$.

b) Cette fonction est de la forme $x \longmapsto ax+b$ c'est donc une fonction affine.

4) Graphique ci-contre.



5) Par lecture graphique, le tarif A est plus intéressant que le tarif C au-delà de 220 élèves.

6) Par lecture graphique, le tarif le plus intéressant pour 209 élèves est le tarif C.

Par le calcul : tarif A, 19 € ; tarif B, $209\times 0{,}10=20{,}90\,€$ et tarif C, $209\times 0{,}05+8=18{,}45\,€$. $18{,}45<19<20{,}90$ donc c'est le tarif C le plus intéressant.

Partie 3 :

Nombre d'emprunts en novembre 2010 :	0	1	**2**	3	4	5	6	7	8
Nombre d'élèves :	39	30	36	23	20	22	18	10	11
Effectif cumulé croissant :	39	69	**105**	128	148	170	188	198	209

1) $\frac{0\times 39+1\times 30+\ldots+8\times 11}{39+30+\ldots+11}=\frac{627}{209}=3$. Le nombre moyen d'emprunts par élève est 3.

2) $\frac{209}{2}=104{,}5$, on regarde la 105ème valeur : donc la médiane est 2.

Partie 4 :1) Il y a 3 bandes-dessinées parmi 5 livres au total, la probabilité de sortir une BD est donc $\frac{3}{5}$.

2) Il y a encore 3 BD dans le carton, mais il ne reste que 4 livres, la probabilité de sortir une BD est donc $\frac{3}{4}$.