

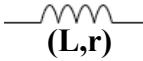
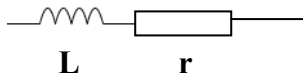
Chapitre 2 : Le dipôle (R,L)

Objectifs :

- Qu'est-ce qu'une bobine ?
- Quelle est la réponse d'un dipôle (R, L) à un échelon de tension ?
- Quelle est l'énergie emmagasinée par une bobine ?
- Bilan

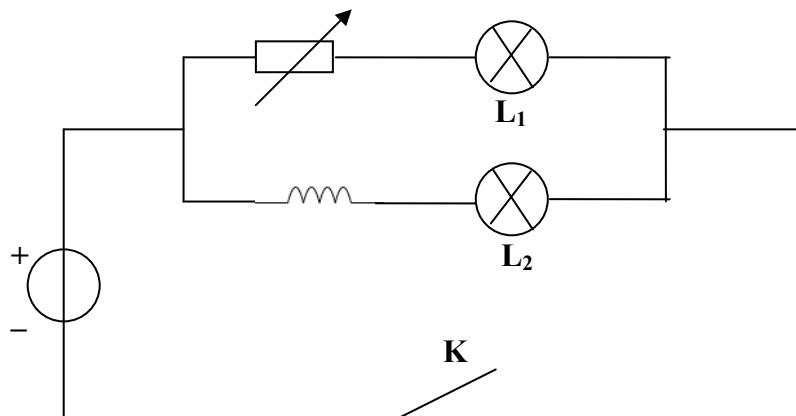
I. Qu'est-ce qu'une bobine ?

I.1 Présentation et schématisation

- Une bobine est un enroulement de fil de cuivre (conducteur) ayant une forme cylindrique.
- On rencontre fréquemment des bobines dans des appareils de la vie courante comme les moteurs, les transformateurs, les haut-parleurs, les télévisions...
- Une bobine est caractérisée par :
 - sa **résistance interne**, notée **r**, exprimée en Ω
 - son **inductance**, notée **L**, exprimée en Henry (H)
- Les valeurs usuelles d'inductance sont relativement faibles souvent inférieures à 1 H, Ex : bobine de 1000 spires : $L = 10^{-3}$ H
- Pour augmenter ces valeurs, on introduit dans la bobine un noyau de fer doux.
 Ex : bobine de 1000 spires avec noyau de fer doux : $L = 1$ H.
- On représente symboliquement la bobine par :  ou 
- Lorsqu'on parle de **bobine idéale** on considère alors que la résistance $r = 0 \Omega$

I.2 Quel est le comportement d'une bobine dans un circuit électrique ?

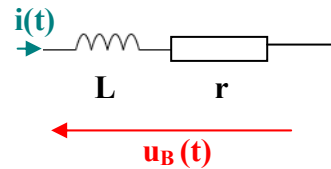
Expérience : allumage des deux lampes



- Lorsqu'on ferme l'interrupteur K la lampe L_1 se met à briller instantanément et normalement, tandis que la lampe L_2 s'allume normalement au bout de quelques instants.
- Dans un circuit électrique, une bobine s'oppose transitoirement à l'établissement du courant.

I.3 Relation entre tension aux bornes d'une bobine et intensité du courant

- En *convention récepteur* on aura la relation suivante :



$$u_B(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} + r \cdot i(t)$$

$u_B(t)$, en V, tension aux bornes de la bobine

L , en H, inductance de la bobine

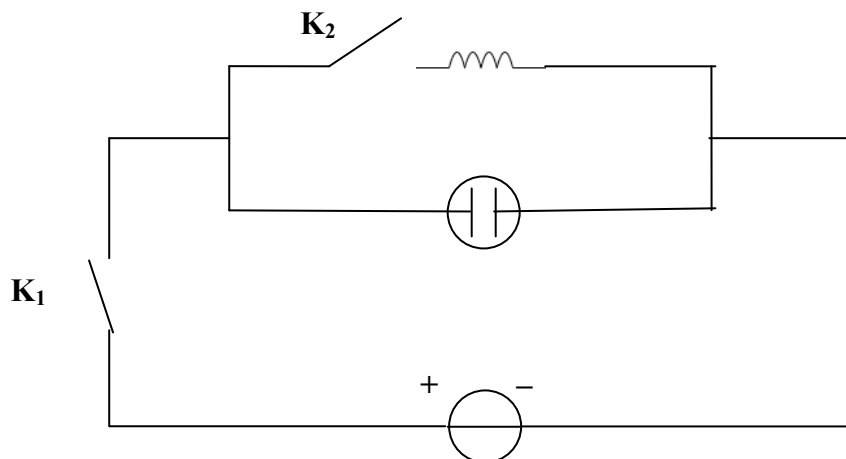
$i(t)$, en A, intensité du courant qui traverse la bobine

r , en Ω , résistance interne de la bobine

- Ainsi en régime permanent le terme $L \cdot \frac{di(t)}{dt} = 0$ et la bobine se comporte comme une simple résistance.
- Si la variation du courant est trop rapide alors ce terme peut devenir très grand et aura un phénomène dangereux de *surtension aux bornes de la bobine*.

Ce phénomène est à l'origine de l'apparition de l'étincelle entre les lames d'un interrupteur lors de son ouverture dans un circuit comportant une bobine.

Pour remédier à ce souci, on introduit une diode dans le circuit.

Expérience : Allumage du néon

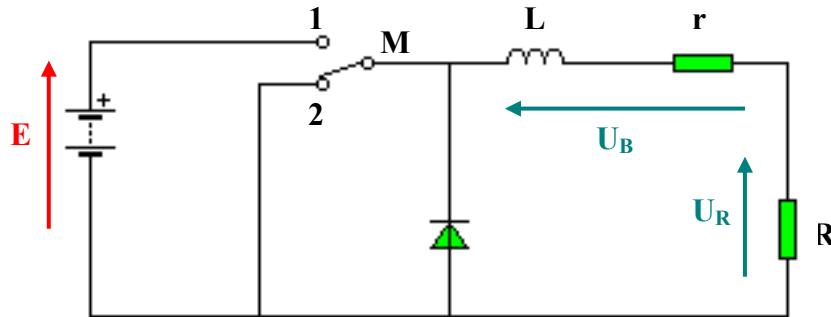
Quand K_1 fermé et K_2 ouvert le néon ne s'allume pas car la tension du générateur n'est pas suffisante pour l'allumer (il faut environ 60 V)

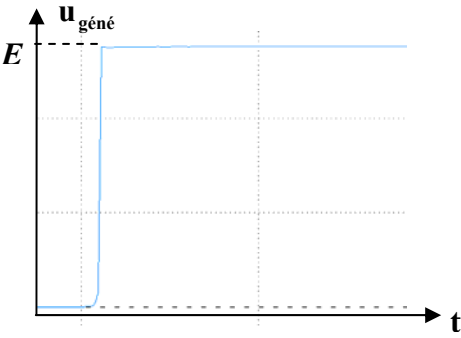
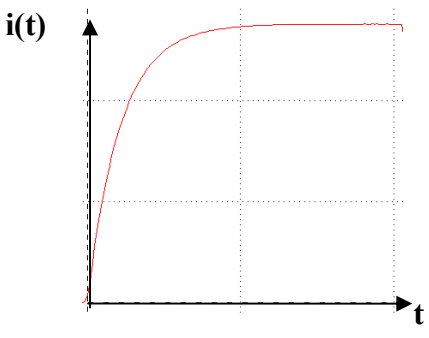
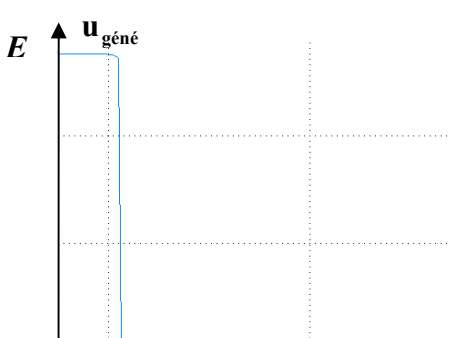
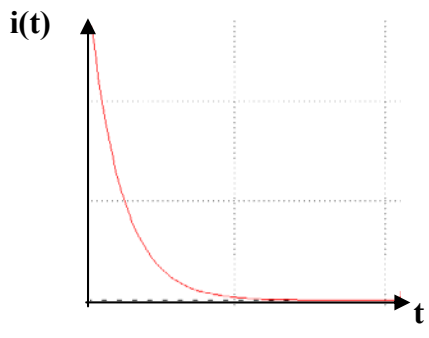
Quand on ferme K_2 , le néon ne s'allume toujours pas

Lorsqu'on ouvre K_1 le néon brille un court instant : ce phénomène est dû à la surtension qui fait briller la lampe.

II. Quelle est la réponse d'un dipôle (R,L) à un échelon de tension ?

II.1. Résultats expérimentaux c.f. TP N° 6



Réponse à un échelon de tension montant	 K en position 1	 Etablissement du courant
Réponse à un échelon de tension descendant	 K en position 2	 Rupture de courant

La phase durant laquelle l'intensité du courant $i(t)$ varie est appelée régime transitoire.

Lorsque l'intensité du courant $i(t)$ est constante on dit qu'on est en régime permanent

II.2. Etablissement du courant

➤ L'interrupteur K est en position 1. Appliquons la loi des mailles : $E = u_R(t) + u_B(t)$,

Or $u_R = R \cdot i(t)$ et $u_B(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} + r \cdot i(t)$ donc $E = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + r \cdot i(t)$ soit l'équation

différentielle vérifiée par l'intensité du courant $i(t)$:

$$E = (R + r) \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad \text{ou encore} \quad \frac{E}{L} = \frac{di(t)}{dt} + i(t) \times \frac{(R + r)}{L}$$

On appellera R_{tot} la résistance équivalente à l'association en série de r (résistance interne de la bobine) et de R : $R_{\text{tot}} = r + R$.

Ainsi on a
$$\frac{E}{L} = \frac{di(t)}{dt} + i(t) \times \frac{R_{\text{tot}}}{L}$$

La solution générale de l'équation différentielle est du type $i(t) = A \cdot e^{\alpha t} + B$, A , B et α sont des constantes.

➤ Déterminons les constantes A , B et α :

- En dérivant $i(t)$ par rapport au temps on obtient : $\frac{di(t)}{dt} = A \cdot \alpha \cdot e^{\alpha t}$; remplaçons dans l'équation

différentielle :
$$\frac{E}{L} = A \cdot \alpha \cdot e^{\alpha t} + (A \cdot e^{\alpha t} + B) \times \frac{R_{\text{tot}}}{L} = A \cdot e^{\alpha t} \times \left(\alpha + \frac{R_{\text{tot}}}{L} \right) + B \times \frac{R_{\text{tot}}}{L}$$

- Il faut donc que le terme $\left(\alpha + \frac{R_{\text{tot}}}{L} \right) = 0$ car le membre de gauche est constant d'où $\alpha = -\frac{R_{\text{tot}}}{L}$

- Et donc on a $\frac{E}{L} = B \times \frac{R_{\text{tot}}}{L}$ soit $B = \frac{E}{R_{\text{tot}}}$

- Pour déterminer A on utilise les conditions initiales, à l'instant $t = 0^-$ s (juste avant de fermer l'interrupteur) on a $i(0^-) = 0$ donc $0 = A \cdot e^0 + \frac{E}{R_{\text{tot}}}$ soit $A = -\frac{E}{R_{\text{tot}}}$

On a donc l'expression
$$i(t) = \frac{E}{R_{\text{tot}}} \cdot (1 - e^{-t \times \frac{R_{\text{tot}}}{L}})$$

L'intensité du courant $i(t)$ tend donc vers **une valeur limite** qui correspond à l'intensité du courant en régime permanent : $I_{\text{max}} = \frac{E}{R_{\text{tot}}}$.

II.3. Constante de temps

➤ Etudions la dimension du terme $\tau = \frac{L}{R_{\text{tot}}}$.

➤ Dans le cas d'une bobine idéale on a $u_B(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$ soit $[L] = \frac{[U]}{\frac{[I]}{[T]}} = \frac{[U]}{[I]} \times [T]$

➤ D'après la loi d'ohm on a $u_R = R \cdot i(t)$ soit $[R] = \frac{[U]}{[I]}$ et donc $[\tau] = \frac{[L]}{[R_{\text{tot}}]} = \frac{[U] \times [T]}{[I]} \times \frac{[I]}{[U]} = [T]$

Ainsi ce terme est **homogène à une durée**.

➤ On appelle la constante de temps du dipôle (R,L) le terme suivant :

$$\tau = \frac{L}{R_{\text{tot}}}$$

avec $R_{\text{tot}} = R + r$

τ , en s, constante de temps du dipôle (R,L)

L , en H, inductance de la bobine

R , en Ω , résistance du conducteur ohmique

r , en Ω , résistance interne de la bobine

- Pour R_{tot} et L fixes, lorsqu'on change la valeur de E , on remarque que τ ne change pas ;
- Pour E et L fixes, lorsqu'on fait varier R_{tot} , τ varie : plus R_{tot} augmente, plus τ diminue ;
- Pour E et R_{tot} fixes, lorsqu'on fait varier L , τ varie : plus L augmente, plus τ augmente.

- Lors de l'établissement du courant, on a à $t = \tau$, $i(\tau) = 0,63 \cdot E$; Pour une durée de 5τ , on a $i(t) \cong 0,99 \cdot I_{\max}$.

- Détermination graphique de τ lors de l'établissement du courant :

- On se place sur le graphique à $i(t) = 0,63 \cdot I_{\max}$ et on lit le temps τ correspondant ;
- Le point d'intersection entre la tangente à l'origine et l'asymptote d'équation $i = I_{\max}$ a pour abscisse $t = \tau$

- L'intensité du courant est donc $i(t) = I_{\max} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

II.4. Tension aux bornes de la bobine

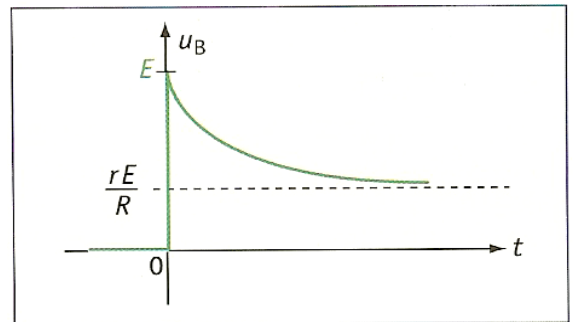
- On sait que $u_B(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} + r \cdot i(t)$, or $\frac{di(t)}{dt} = \frac{I_{\max}}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ donc

$$u_B(t) = L \cdot \frac{I_{\max}}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + r \cdot I_{\max} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = I_{\max} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot (R_{\text{tot}} - r) + r \cdot I_{\max} = I_{\max} \times (R \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + r)$$

- Soit à $t = 0$ s, on a $u_B(0) = \frac{E}{R_{\text{tot}}} \cdot (R + r) = E$

- Quand $t \rightarrow \infty$, on a $u_B(\infty) = r \cdot I_{\max}$

- L'allure de la courbe est donc la suivante :



II.5. Rupture de courant

- L'interrupteur K est en position 2. Appliquons la loi des mailles : $0 = u_R(t) + u_B(t)$, ce qui donne par un raisonnement analogue l'équation différentielle suivante :

$$0 = \frac{di(t)}{dt} + i(t) \times \frac{R_{\text{tot}}}{L}$$

- La solution de cette équation vérifiée par $i(t)$ est : $i(t) = \frac{E}{R_{\text{tot}}} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = I_{\max} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

- L'intensité du courant **tend vers 0 A**

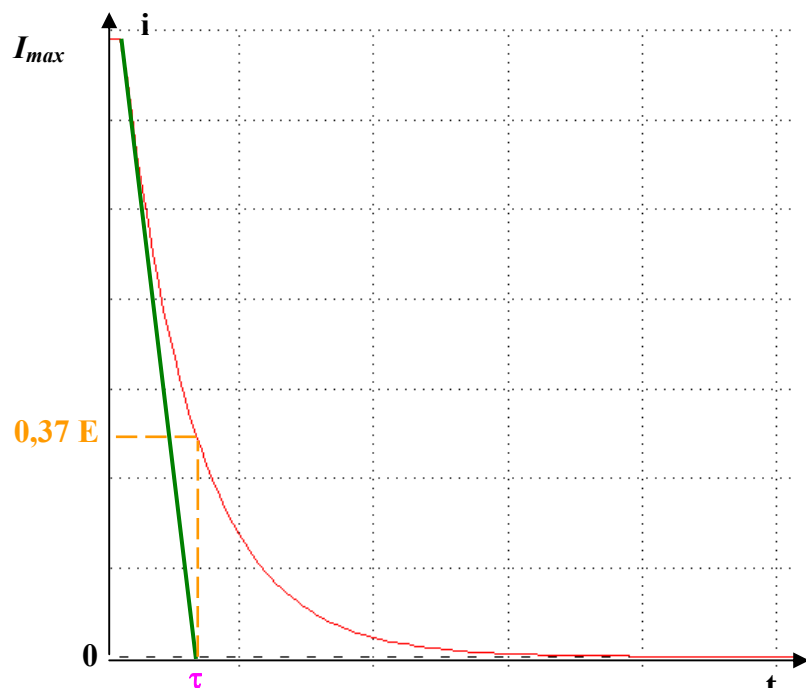
- L'allure de la courbe est la suivante :

- Lors de la rupture de courant, on a à $t = \tau$, $i(\tau) = 0,37 \cdot E$; Pour une durée de 5τ , on a $i(t) \cong 0,01 \cdot I_{\max}$.

- On se place sur le graphique à $i(t) = 0,37 \cdot I_{\max}$ et on lit le temps τ correspondant ;

- Le point d'intersection entre la tangente à l'origine et l'asymptote d'équation $i = 0$ a pour abscisse $t = \tau$

- **L'intensité du courant qui traverse la bobine est continue !**



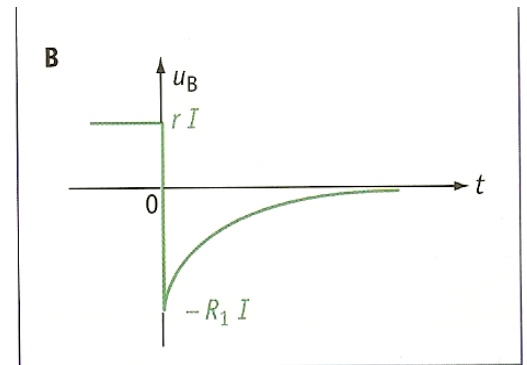
- La tension aux bornes de la bobine sera donc :

$$u_B(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} + r \cdot i(t) = -\frac{L \times I_{\max}}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + r \cdot I_{\max} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = I_{\max} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \times (-R_{\text{tot}} + r) = -R \cdot I_{\max} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- A $t = 0$ s on a $u_B(0) = -R \cdot I_{\max}$

- Quand $t \rightarrow \infty$, on a $u_B(\infty) = 0$ V

- L'allure de la courbe sera donc :



- On en conclut que **la tension aux bornes de la bobine n'est pas continue** ! Ceci explique le phénomène de surtension observée au **I**, et donc l'ajout de la diode (appelée diode de roue libre).

III. Quelle est l'énergie emmagasinée par une bobine ?

- On admettra l'expression de l'énergie emmagasinée par une bobine idéale d'inductance **L** parcourue par un courant d'intensité **i(t)** :

$$E_{\text{bob}}(t) = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i(t)^2$$

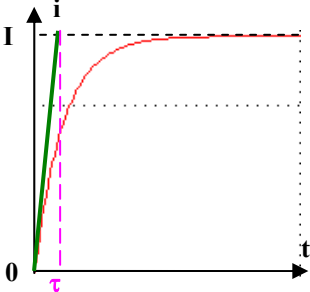
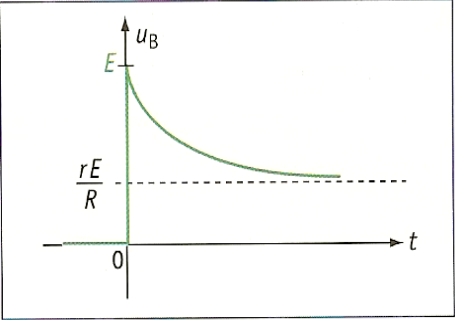
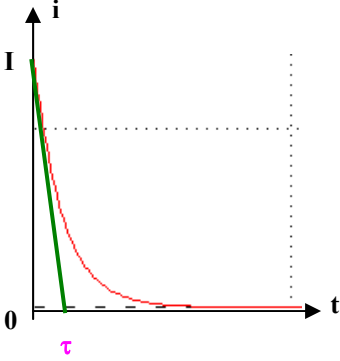
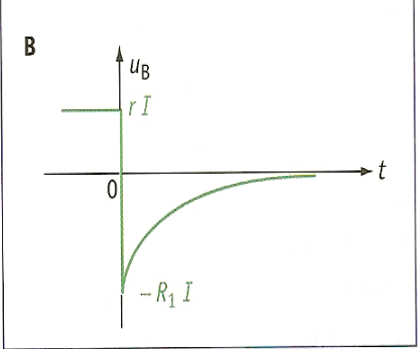
$E_{\text{bob}}(t)$, en J, énergie stockée par la bobine

L, en H, inductance de la bobine

i(t), en A, intensité du courant traversant la bobine

- Attention, contrairement au condensateur, une bobine ne peut pas stocker de l'énergie électrique reçue pour la restituer ultérieurement ; elle restitue immédiatement cette énergie dès l'ouverture du circuit.

IV. Bilan

	Intensité $i(t)$	Tension $u_B(t)$
Constante de temps :	$\tau = \frac{L}{R_{tot}}$	
Etablissement du courant	 $i(t) = I_{max} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$	 $u_B(t) = I_{max} \times (R \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + r)$
Rupture de courant	 $i(t) = I_{max} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$	 $u_B(t) = -R \cdot I_{max} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$