# <u>Corrigé des exercices sur le dipôle (R,L)</u>

## <u>Etude expérimentale d'une bobine (Asie 2004)</u>

**1. Détermination expérimentale de l'inductance L de la bobine**

**1.1.** Le GBF délivre une tension alternative triangulaire: le courant i(t) qui circule dans le circuit est triangulaire. Entre les points C et B du graphe i(t) on a une période de i(t) telle que :

$$\mathbf{T} = 1{,}6 - 0{,}60 = \mathbf{1{,}0\ ms = 1{,}0\times10^{-3}\ s.}$$

Or la fréquence f est reliée à T par: $f = \frac{1}{T}$ donc: $\mathbf{f} = \frac{1}{1{,}0\times10^{-3}} = \mathbf{1{,}0\times10^{3}\ Hz = 1{,}0\ kHz.}$

**1.2.** Compte tenu du sens du courant choisi, la loi d'Ohm donne : $\mathbf{u_2 = -R.}\boldsymbol{i}$

Pour afficher l'intensité $\boldsymbol{i}$ à l'écran, il faut créer une nouvelle variable définie par $\boldsymbol{i} = \mathbf{-u_2 / R}$.

On indiquera au logiciel de traitement des données $\boldsymbol{i} = \mathbf{-(u_2 / 1{,}0\times10^{4}})$ .

**1.3**. La tension $\mathbf{u_L}$ aux bornes de la bobine est égale à la tension $\mathbf{u_1}$. Compte tenu du sens du courant on a:

$$\mathbf{u_L = r.i + L.}\frac{di}{dt}$$

**1.4.1.** Quand **l'intensité** dans le circuit est **extrémale** le terme $\frac{di}{dt}$ est nul et donc**:** $\mathbf{u_L = r.i.}$

**1.4.2.** Pour t = 1,6 ms, i est extrémale et donc $\mathbf{u_L = r.i}$ d'où $r = \frac{u_L}{i}$.

On lit i = – 400 µA , mais pour $u_L$ la lecture graphique sur la figure 2 est difficile on peut seulement dire que $-50\text{mV} \le u_L \le 0\text{ mV}$ (*attention échelle à droite*)

On obtient un encadrement pour r: $\frac{-50.10^{-3}}{-400.10^{-6}} \ge r \ge 0\ \Omega$

$$1{,}3.10^{2}\ \Omega \ge r \ge 0\ \Omega$$

Cet encadrement de r permet de dire que **r << R**.

**1.5.** Entre les points C et D, on mesure: $\mathbf{u_L = 0{,}200\ V.}$ (*attention échelle à droite*)

D'autre part: $\frac{di}{dt} \approx \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{i_D - i_C}{t_D - t_C}$

$$\frac{di}{dt} = \frac{[400-(-400)]\times10^{-6}}{(1{,}1-0{,}6)\times10^{-3}} = \frac{8{,}00\times10^{-4}}{0{,}5\times10^{-3}} = \mathbf{1{,}6\ A.s^{-1}}$$ (avec 2 chiffres significatifs.)

On néglige le terme faisant intervenir **r** dans l'expression de $\mathbf{u_L}$ donc: $\mathbf{u_L = L.}\frac{di}{dt}$

On en déduit donc la valeur de L, $\mathbf{L} = u_L / \frac{di}{dt}$

$$\mathbf{L} = \frac{0{,}200}{1{,}6} = 0{,}125\ \text{H} = \mathbf{0{,}13\ H}$$

**1.6.** Pour t = 1,6 ms on a: $\mathbf{u_L = r.i} = 12 \times (-400.10^{-6}) = -4{,}8.10^{-3}\ \text{V} = \mathbf{-4{,}8\ mV}$.

Il est impossible de vérifier graphiquement cette valeur avec le graphe donné dans l'énoncé car celui-ci est trop petit. Cependant cette valeur de $u_L$ est compatible avec l'intervalle indiqué en 1.4.2. pour $u_L$.

**2 – Constante de temps d'un circuit RL**

**2.1.** La loi d'additivité des tensions donne: $E = u_L + u$

$$E = r.i + L.\frac{di}{dt} + R'.i$$

En régime permanent, l'intensité du courant est constante (donc $\frac{di}{dt} = 0$ ) et égale à sa valeur maximale notée I.

L'expression précédente devient $E = r.I + R'.I$

$$E = (r + R').I \text{ donc: } \mathbf{I} = \frac{E}{(r+R')}$$

**2.2.** Graphiquement, sur la figure 4, pour le régime permanent, on lit I légèrement inférieure à 60 mA.

Par le calcul on a: $\mathbf{I} = \dfrac{6{,}5}{(12+100)}$ **= 5,8.10$^{-2}$ A = 58 mA**

Les deux valeurs sont donc en accord.

**2.3.1**. La constante de temps du circuit RL est : $\tau = \dfrac{\mathrm{L}}{\mathrm{R}_{\mathrm{Totale}}} = \dfrac{\mathrm{L}}{\mathrm{R}' + r}$

**2.3.2.** On peut déterminer graphiquement la valeur de τ en utilisant la méthode de la tangente à l'origine: la tangente à l'origine coupe l'asymptote horizontale I = 58 mA en un point d'abscisse t = τ.
On lit: **τ = 1,1 ms.**


Figure 5

**2.4.1.** $\mathrm{I}' = \dfrac{\mathrm{E}}{(\mathrm{r}+\mathrm{R}')}$

**A**vec R' = 150 Ω : $\mathbf{I'} = \dfrac{6{,}5}{162}$ **= 4,0×10$^{-2}$ A = 40 mA.**

**2.4.2.** $\tau' = \dfrac{\mathrm{L}}{\mathrm{R}' + r}$

$\boldsymbol{\tau'} = \dfrac{0{,}125}{162}$ **= 7,7×10$^{-4}$ s = 0,77 ms**

**2.4.3.** Afin de tracer la nouvelle courbe représentative de i=f(t), nous allons procéder ainsi:
① Tracer l'asymptote horizontale I ' = 40 mA,
② Placer le point de coordonnées (t = 5τ' = 3,9ms ; i = I' = 40 mA),
③ Placer le point de coordonnées ( t = τ' = 0,8 ms ; i = 0,63×I' = 25 mA)
④ Utiliser la tangente à l'origine déjà représentée sur la figure 5.

*En effet l'expression théorique de i(t) est :* $i(t) = \dfrac{E}{(R+r)}.\,(1 - e^{-t/\tau})$ *ou* $i(t) = \dfrac{E}{(R+r)} - \dfrac{E}{(R+r)}.e^{-t/\tau}$

*La dérivée a pour expression* $\dfrac{di}{dt} = -\dfrac{E}{(R+r)} \times -\dfrac{1}{\tau}.e^{-t/\tau}$ *avec* $\tau = \dfrac{\mathrm{L}}{\mathrm{R}+r}$

*alors* $\dfrac{di}{dt} = \dfrac{E}{(R+r)} \times \dfrac{\mathrm{R+r}}{\mathrm{L}} . e^{-t/\tau}$ *soit* $\dfrac{di}{dt} = \dfrac{E}{L} . e^{-t/\tau}$

*Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de i=f(t) à la date t = 0 s a pour expression :* $\left(\dfrac{di}{dt}\right)_{t=0} = \dfrac{E}{L}$ *donc ce coefficient n'est pas modifié si seule la valeur de R change.*

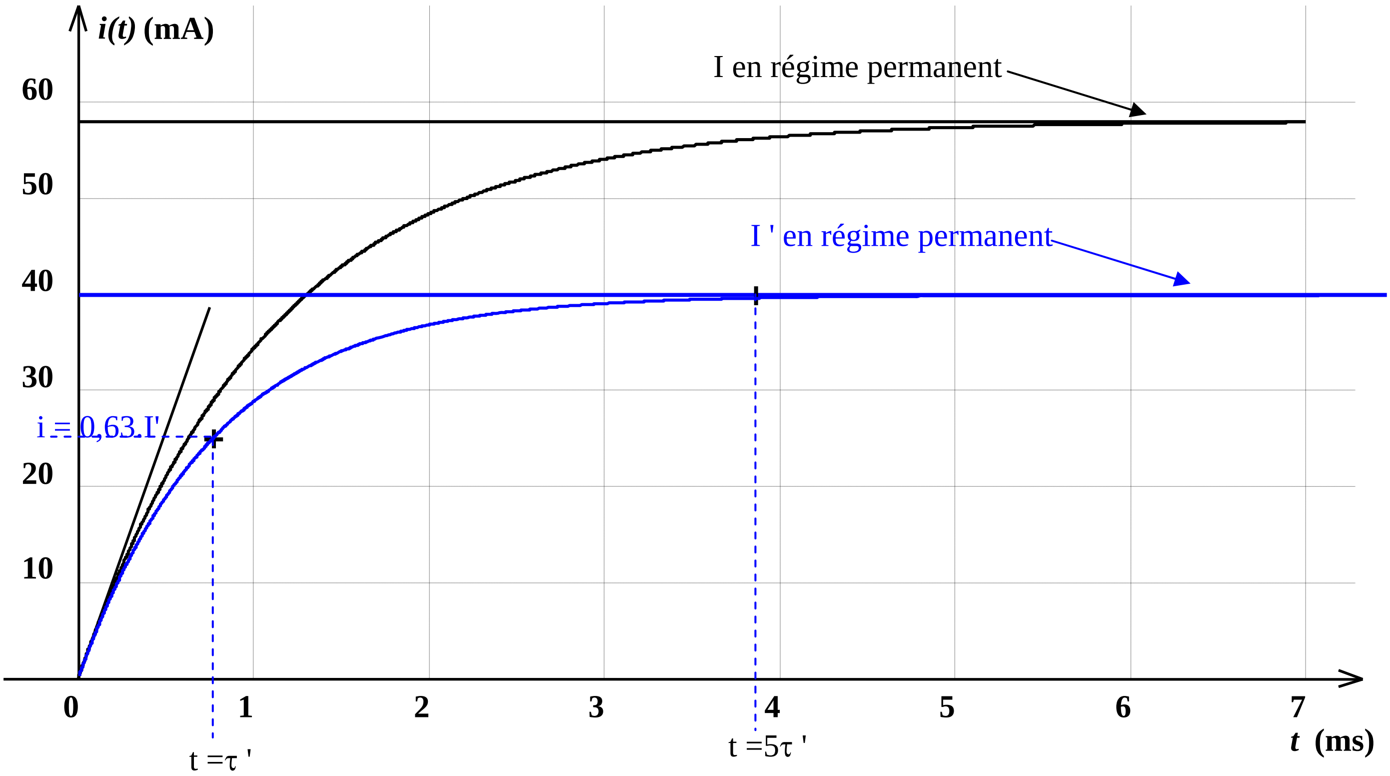
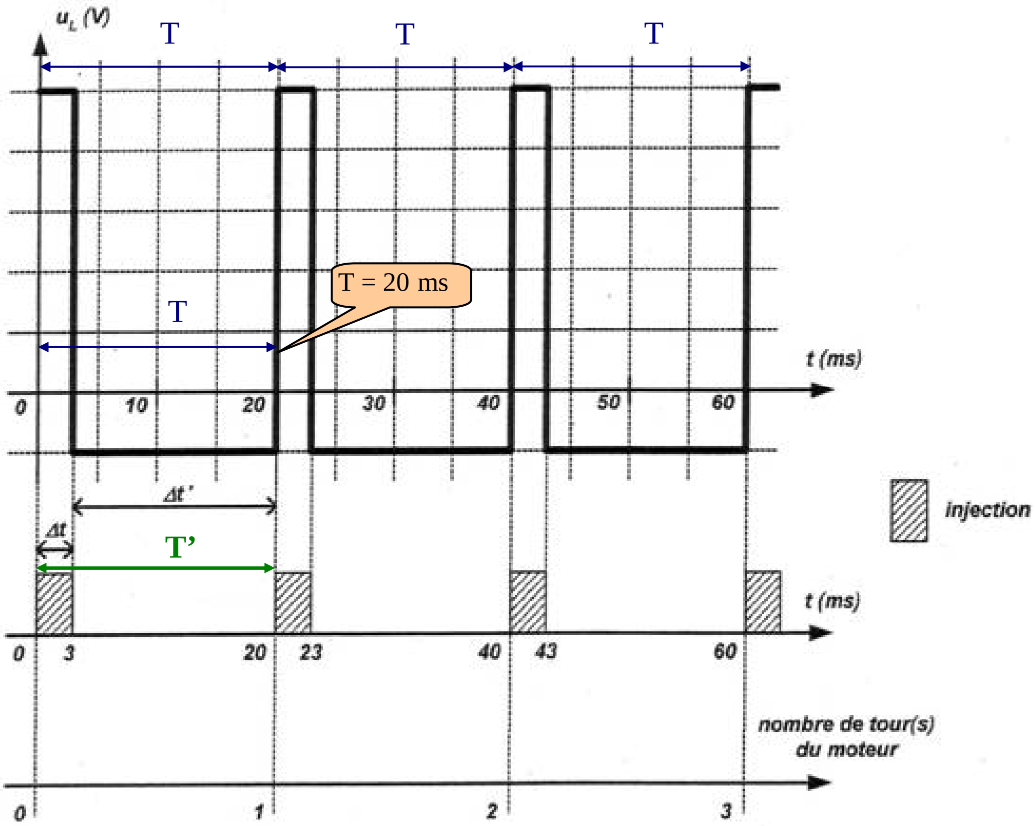



Figure 5

## Alimentation simplifiée d'un injecteur d'automobile (Antilles 2008)

**1. Étude de la tension aux bornes de la bobine**

**1.1.**La période **T** de la tension **u$_L$(t)** est : **T = 20 ms** (voir doc. a)



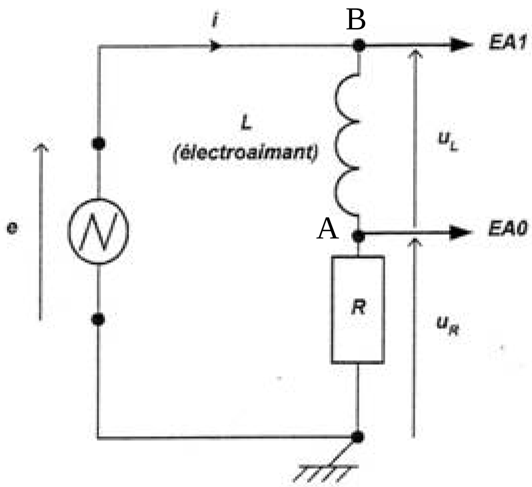
**1.2.** La période **T'** du cycle d'injection est : **T' = Δt + Δt' = 20 ms**. (voir doc. a)
**1.3.** Les deux périodes sont égales : **T = T' = 20 ms**.
**1.4.** Retrouvons la valeur « **3000 tours par minute** » à partir de la valeur de T' = 20 ms = $2{,}0 \times 10^{-2}$ s :

1 tour ⇔ T' = $2{,}0 \times 10^{-2}$ s
N tours ⇔ 1 min = 60 s

Donc : **N** = $\dfrac{1\times 60}{2{,}0\times 10^{-2}}$ = $\mathbf{3{,}0 \times 10^{3}}$ **tours**. On retrouve bien la valeur indiquée dans l'énoncé.

## 2. Détermination de l'inductance de la bobine

### 2.1. Visualisation des tensions




**2.1.1.** La voie **EA0** visualise la tension $\mathbf{u_R(t)}$ entre la masse et le point A (voir ci-contre).
**2.1.2.** La voie **EA1** visualise la tension $\mathbf{e(t) = u_R(t) + u_L(t)}$ entre la masse et le point B.
**2.2.** La loi d'additivité des tensions donne :

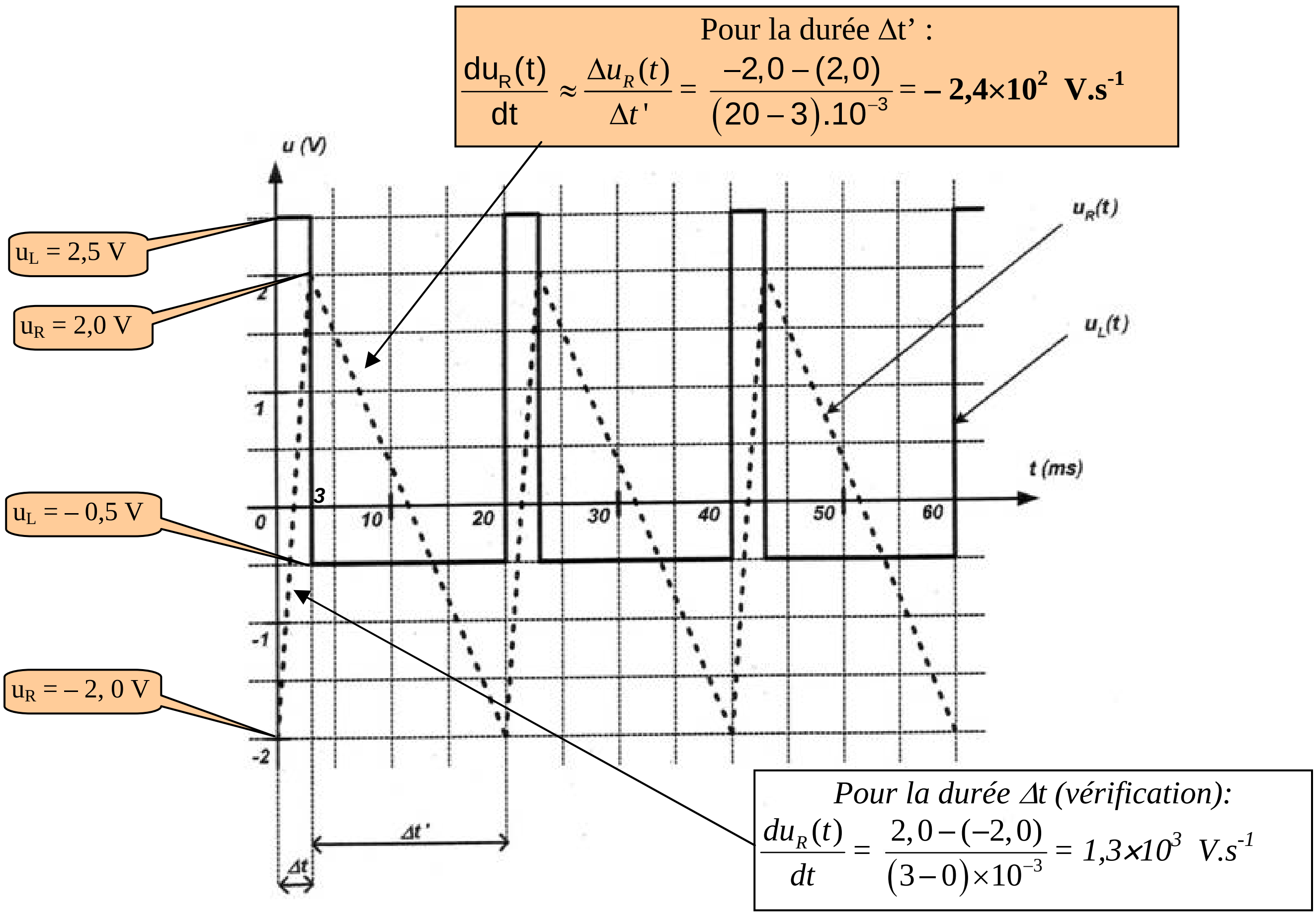
$$\mathbf{e(t) = u_R(t) + u_L(t)}$$

donc : $\mathbf{u_L(t) = e(t) - u_R(t)}$.
On obtient la tension $\mathbf{u_L(t)}$ en faisant, à chaque instant, la différence entre les tensions $\mathbf{e(t)}$ et $\mathbf{u_R(t)}$ **obtenues** respectivement sur les voies **EA1** et **EA0.**

**2.3.1.** Loi d'Ohm : $u_R(t) = R.i(t)$ (convention récepteur), donc : $i(t) = \dfrac{u_R(t)}{R}$.

En dérivant par rapport au temps, avec R constante, il vient : $\dfrac{di}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{u_R(t)}{R}\right) = \dfrac{1}{R}.\dfrac{du_R(t)}{dt}$

**2.3.2.** Le terme $\dfrac{du_R(t)}{dt}$ représente le coefficient directeur des segments de droite en pointillés pour l'intervalle donné. Voir document ci-dessous.




**2.3.3**. Unités, voir tableau.

D'après 2.3.1. $\frac{di}{dt} = \frac{1}{R}.\frac{du_R(t)}{dt}$

| **Intervalle Δt :** | **Intervalle Δt' :** |
| --- | --- |
| $\frac{du_R(t)}{dt} = 1{,}3 \times 10^3$ V.s$^{-1}$ | $\frac{du_R(t)}{dt} =$ **– 2,4 × 10$^2$ V.s$^{-1}$** |
| $\frac{di}{dt} = \frac{1}{1{,}00\times10^3} \times \frac{du_R(t)}{dt} = \frac{1{,}3\times10^3}{1{,}00\times10^3} = 1{,}3$ A.s$^{-1}$ | $\frac{di}{dt} = \frac{1}{1{,}00\times10^3} \times \frac{du_R(t)}{dt} = \frac{-2{,}4\times10^2}{1{,}00\times10^3} =$ **– 0,24 A.s$^{-1}$** |
| $u_L(t)$ = **2,5 V** (lecture graphique) | $u_L(t)$ = **– 0,5 V** (lecture graphique) |

**2.4.** tension aux bornes de la bobine : $u_L(t) = L.\frac{di}{dt}$ donc $\boxed{L = \frac{u_L(t)}{\left(\frac{di}{dt}\right)}}$

**Intervalle Δt** : $L = \frac{2{,}5}{1{,}3}$ = **1,9 H** **Intervalle Δt'** : $L = \frac{-0{,}5}{-0{,}24}$ = **2,1 H**

| | $\Delta t$ | $\Delta t'$ |
| --- | --- | --- |
| $\frac{du_R(t)}{dt}$ (V.s$^{-1}$) | $1{,}3\times10^3$ | **– 2,4 × 10$^2$** |
| $\frac{di(t)}{dt}$ ($A.s^{-1}$) | 1,3 | **– 0,24** |
| $u_L(t)$ (V) | **2,5** | **– 0,5** |
| $L$ (H) | **1,9** | **2,1** |

La donnée constructeur **L = 2,0 H** est bien cohérente avec les valeurs calculées (écart relatif de 5 %).

## Bobine d'un woofer (Am du Sud 2008)

***Partie A :***

**1.** Frédéric a mesuré la tension $u_R$ aux bornes du conducteur ohmique. D'après la loi d'Ohm, $u_R = R.i$, donc $i = \frac{u_R}{R}$.

Il a fait calculer à l'ordinateur $i = \frac{u_R}{10}$.

**2.** Lorsque le régime permanent est atteint, l'intensité a une valeur constante. On lit, sur la courbe du document1, **I = 430 mA**.

**3.** D'après la loi d'additivité des tensions :

$E = u_R + u_L$.

$E = R.i(t) + L.\frac{di}{dt} + r.i(t)$

Lors du régime permanent i(t) = I = Cte donc $\frac{di}{dt} = 0$,

ainsi E = R.I + r.I Il vient $\mathbf{I} = \frac{E}{R+r}$.

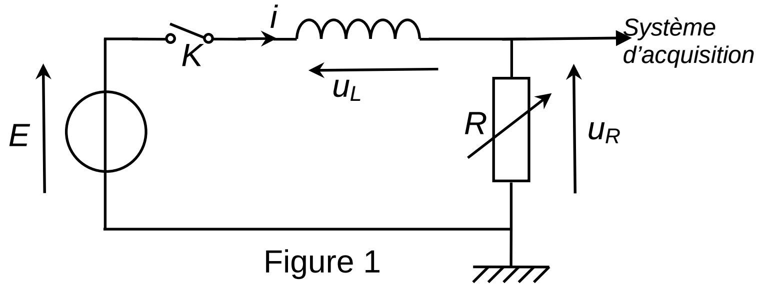


Figure 1

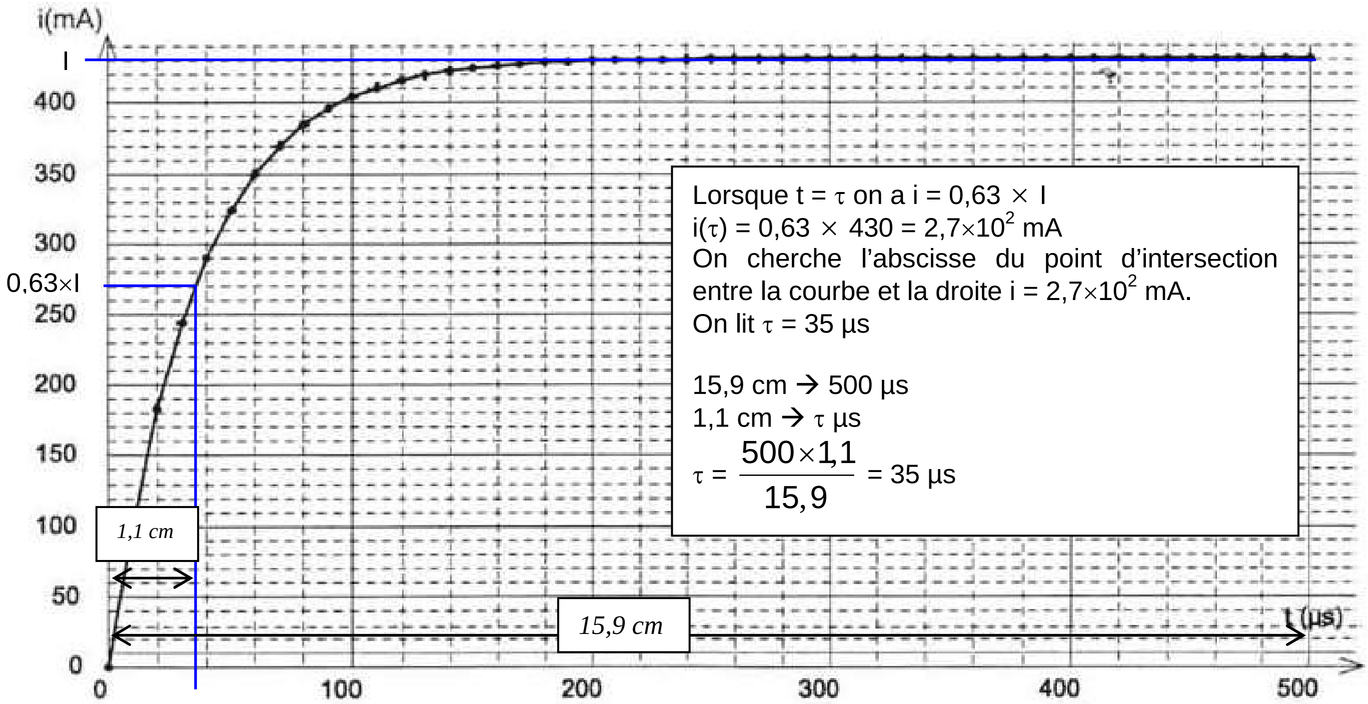
**4.** E – R.I = r.I donc $\boxed{\frac{E}{I} - R = r}$

$r = \frac{6}{0{,}430} - 10 = 3{,}95 =$ **4,0 Ω**. On retrouve la même valeur que Frédéric.

**5.** Frédéric peut utiliser un ohmmètre pour vérifier la valeur de la résistance interne de la bobine du woofer.

***Partie B :***

**6.**




**7.** $\tau = \dfrac{L}{R+r}$

**8.** L = τ.(R+r)

$L = 35\times10^{-6}\times(10+4{,}0) = 4{,}9\times10^{-4}$ H = 0,49 mH. Valeur compatible avec l'affirmation du professeur « *ce genre de bobine a une valeur d'inductance assez faible de l'ordre du millihenry* »

***Partie C :***

**9.** À la question 3., on a établi $E = R.i(t) + L.\dfrac{di}{dt} + r.i(t)$

en divisant par L , on a $\dfrac{E}{L} = \dfrac{di}{dt} + \dfrac{(R+r)}{L}.i(t)$

soit $\dfrac{di}{dt} = \underbrace{\boxed{\dfrac{E}{L}}}_{A} - \underbrace{\boxed{\dfrac{(R+r)}{L}}}_{B}.i(t)$

**10.** $[B] = \dfrac{[R]}{[L]}$

D'après la loi d'Ohm [U] = [R].[I] alors $[R] = [U].[I]^{-1}$

Et $u_L = L.\dfrac{di}{dt}$ soit $[U] = [L].[I].[T]^{-1}$ alors $[L] = [U].[I]^{-1}.[T]$

$[B] = \dfrac{[U].[I]^{-1}}{[U].[I]^{-1}.[T]} = [T]^{-1}$

B s'exprime en **$s^{-1}$**.

**11.** $\dfrac{di}{dt} = A - B.i$ *avec $A = 1{,}2\times10^4\ A.s^{-1}$ et $B = 2{,}8\times10^4\ s^{-1}$*

- à t = 0 s, i = 0 alors $\dfrac{di}{dt} = A =$ **$1{,}2\times10^4\ A.s^{-1}$**
- à $t = 1{,}0\times10^{-5}$ s, $\dfrac{di}{dt} = A - B.i(t=1{,}0\times10^{-5})$

$\dfrac{di}{dt} = 1{,}2\times10^4 - 2{,}8\times10^4 \times 0{,}12 = 8{,}6\times10^3\ A.s^{-1}$

| *t en s* | *i(t) en A* | $\left(\dfrac{di(t)}{dt}\right)$ *en A.s$^{-1}$* |
|---|---|---|
| *0* | ***0*** | **$1{,}2\times10^4$** |
| *$1{,}0\times10^{-5}$* | *0,12* | **$8{,}6\times10^3$** |
| *$2{,}0\times10^{-5}$* | **0,21** | *$6{,}1\times10^3$* |

➢ à t = 2,0×10$^{-5}$ s,

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=1,0\times10^{-5}} \cong \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{i(t=2,0\times10^{-5})-i(t=1,0\times10^{-5})}{\Delta t}$$

i(t=2,0×10$^{-5}$) – i(t=1,0×10$^{-5}$) = Δt. $\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=1,0\times10^{-5}}$ , soit i(t=2,0×10$^{-5}$) = Δt. $\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=1,0\times10^{-5}}$ + i(t=1,0×10$^{-5}$)

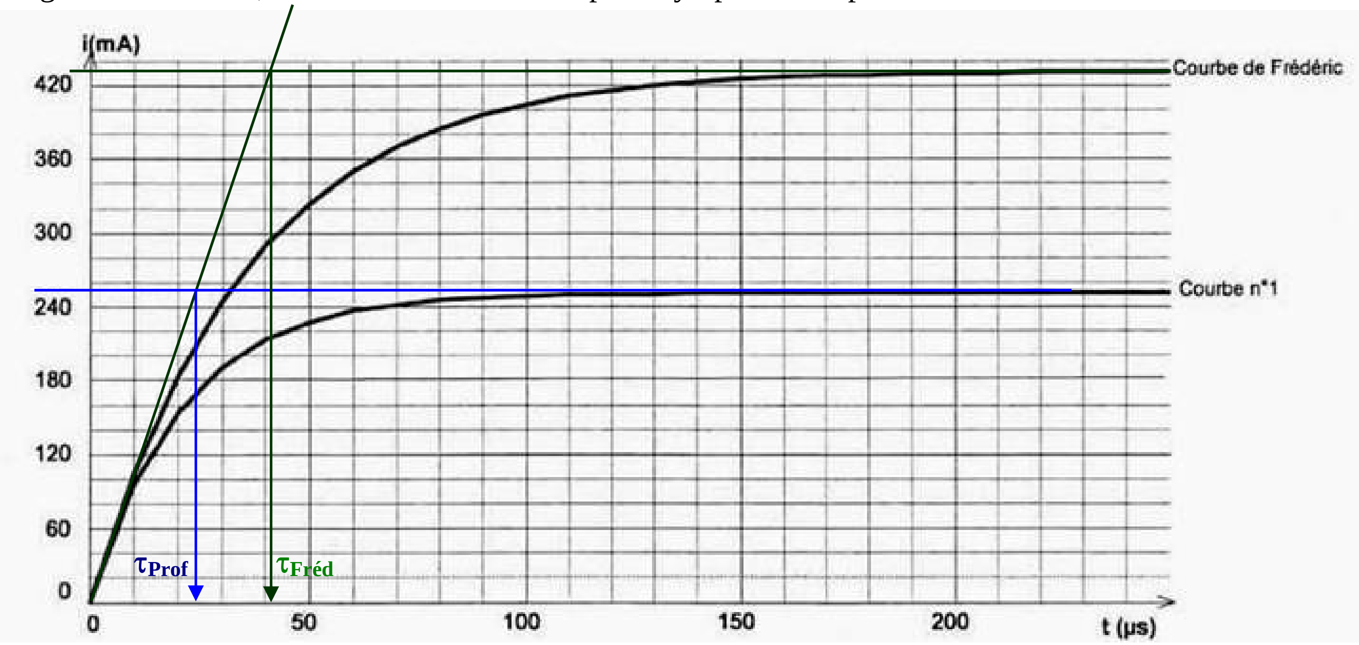
i(t=2,0×10$^{-5}$) = 1,0×10$^{-5}$ × 8,6×10$^{3}$ + 0,12

i(t=2,0×10$^{-5}$) = 8,6×10$^{-2}$ + 0,12 = **0,21 A**

**12.** Pour améliorer la précision de la méthode d'Euler Frédéric doit diminuer la valeur du pas d'itération Δt. *(Mais il augmentera le nombre de calculs à effectuer pour arriver à t = 500 µs).*

***Partie D :***

**13.** On sait que $\tau = \frac{L}{R+r}$, comparons les constantes de temps pour les 2 cas. Pour cela, on trace la tangente à la courbe, à la date t = 0 s. Elle coupe l'asymptote i = I pour t = τ.




$\tau_{Prof} < \tau_{Fréd}$, comme τ a varié, c'est que le professeur **a modifié R**. *(Le professeur a augmenté R.)*