

تمرين 1

أحسب النهايات التالية :

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 + x + 1} + 3x) \quad (2) \quad \lim_{|x| \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + x + 1} - 2x) \quad (1) \\ & \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{1-2x^3} - \sqrt{-x^3 + x + 1}) \quad (4) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - \sqrt{x+2}) \quad (3) \\ & \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x + 2} \quad (9) \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2} \quad (8) \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{1-3x} - 2}{x + 1} \quad (7) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 1 + \sqrt{-x+1}}{x^2 - \sqrt{x^2 + 2}} \quad (6) \quad \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + x - 1}}{x^2 - \sqrt{x^4 - 1}} \quad (5) \\ & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x^2 + x} - x} \quad (12) \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2+x} + \sqrt{3-x} - 3}{x + 1} \quad (11) \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - x - 6 + \sqrt{3x - x^2}}{x + 3} \quad (10) \\ & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{3} \cos x - \sin x - \sqrt{3}} \quad (13) \\ & \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{2 \cos x - \sqrt{2}} \quad (15) \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\cos x - \sqrt{3} \sin x}{6x - \pi} \quad (14) \end{aligned}$$

تمرين 2

$$f(x) = \begin{cases} (x-1) \sin\left(\frac{1}{x-1}\right) & ; x < 1 \\ x^2 - 2x - 8 & ; x \geq 1 \\ |x-2| - 2 & ; x \geq 1 \end{cases} \quad \text{نعتبر الدالة}$$

(1) حدد D_f وادرس اتصال f عند $x_0=1$ (2) احسب $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) هل الدالة f تقبل تمديدا بالاتصال في النقطة 4

تمرين 3

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x - a}{x - 2} & ; x > 2 \\ \frac{2x^2 + b - a}{x} & ; x \leq 2 \end{cases} \quad \text{نعتبر الدالة } f \text{ المعرفة بمايلي}$$

حدد العددين a و b بحيث تكون الدالة f متصلة في النقطة 2

تمرين 4

$$f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{x^2 - 4} \quad \text{نعتبر الدالة}$$

(1) حدد D_f وأحسب النهايات عند محددات D_f

(2) هل الدالة f تقبل تمديدا بالاتصال في كل من 2 و -2 ؟

تمرين 5

$$f(x) = \frac{\sqrt{1 + \sin^2 x} - 1}{x^2} \quad \text{نعتبر الدالة}$$

(1) حدد D_f

(2) بين أن الدالة f تقبل تمديدا بالاتصال في 0 .

تمرين 6

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{3} \cos x - \sin x}{2 \cos x - 1} & ; x \neq \frac{\pi}{3} \\ f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases} \quad \text{نعتبر الدالة } f \text{ المعرفة بما يلي :}$$

بين أن f متصلة في $\frac{\pi}{3}$.

تمرين 7

$$\begin{cases} f(x) = x \sin\left(\frac{2}{x}\right), x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases} \text{ نعتبر الدالة } f :$$

(1) ادرس اتصال f في 0. (2) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

تمرين 8

(1) بين أن المعادلة $x^5 + x^3 - x^2 + x + 1 = 0$ تقبل على الاقل حلا في IR

(2) بين أن المعادلة $3x^7 + 2x^5 + x - 10^6 \sqrt[4]{3} = 0$ تقبل حلا وحيدا في IR

(3) نعتبر الدالة $f(x) = x^4 + x - 1$. بين أن المنحنى C_f يقطع محور الأفاصيل في المجال $[0,1]$

(4) نعتبر الدالتين: $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = -x^3$

بين أن المنحنيين C_f و C_g يتقاطعان في نقطة وحيدة أفصولها α بحيث: $-\frac{7}{8} < \alpha < -\frac{3}{4}$

تمرين 9

لتكن f دالة متصلة على $[0,1]$ بحيث $f(0)=0$ و $f(1)=1$

بين أن $(\exists c \in]0,1[): f(c) = \frac{1-c}{1+c}$

تمرين 10

لتكن f دالة متصلة على $[a,b]$ بحيث

$f(a) < ab$ و $f(b) > b^2$ مع $(a < b)$

بين أنه يوجد عدد حقيقي c من $[a,b]$ بحيث $f(c) = bc$

تمرين 11

لتكن f دالة عددية تحقق $|\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2: f(x) - f(y)| \leq k \times |x - y|$ مع $k \in \mathbb{R}_+^*$

بين أن f دالة متصلة على IR

تمرين 12

نعتبر العددين $A = 3 + \sqrt{9 + \frac{125}{27}}$ و $B = -3 + \sqrt{9 + \frac{125}{27}}$

(1) أحسب $A - B$ و $\sqrt[3]{AB}$

(2) نعتبر العدد $x = \sqrt[3]{3 + \sqrt{9 + \frac{125}{27}}} - \sqrt[3]{-3 + \sqrt{9 + \frac{125}{27}}}$

(a) أحسب x^3 بدلالة x . (b) استنتج أن $x = 1$.

تمرين 13

حل في IR المعادلات التالية:

$$(1) (2x-1)^5 = 32 \quad (2) (x+1)^3 = -27 \quad (3) x^6 = 6 \quad (4) x^4 = -2 \quad (5) \left(\frac{1-\sqrt[3]{x}}{3-\sqrt[3]{x}}\right)^3 + 8 = 0$$

$$(6) \sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x} = \sqrt{1-x^2} \quad (\text{يمكن وضع } t = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}})$$

تمرين 14

نعتبر الدالة $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$

(1) ادرس تغيرات f وانشئ منحنائها.

(2) ليكن g قصور الدالة f على المجال $I =]1, +\infty[$

(a) بين أن g تقابل من المجال I نحو مجال J يجب تحديده

(b) حدد $g^{-1}(x)$ وارسم $C_{g^{-1}}$

تمرين 15

$$f(x) = \frac{4x}{x^2+1}$$

نعتبر الدالة $f(x) = \frac{4x}{x^2+1}$ بين أن f تقابل من $[-1,1]$ نحو مجال يجب تحديده ثم حدد $f^{-1}(x)$

تمرين 16

$$f(x) = \frac{2+\sqrt{4-x^2}}{x}$$

(1) حدد D_f

(2) ليكن g قصور الدالة f على المجال $I =]0,2]$

(a) بين أن g تقابل من المجال I نحو مجال J يجب تحديده

(b) حدد $g^{-1}(x)$

تمرين 17

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي :

$$f(x) = (\sqrt{x+1}-1)^3$$

(1) حدد حيز تعريف الدالة f .

(2) (a) بين أن الدالة f تقابل من المجال $[-1,+\infty[$ نحو مجال J يجب تحديده

(b) حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

تمرين 18

$$f(x) = x - 3\sqrt[3]{x^2} + 3\sqrt[3]{x}$$

(1) حدد حيز تعريف الدالة f .

(2) حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = x$

(3) (a) بين أن $f(x) = (\sqrt[3]{x}-1)^3 + 1$

(b) بين أن الدالة f تزايدية قطعاً من المجال $[0,+\infty[$

(c) بين أن الدالة f تقابل من المجال $[0,+\infty[$ نحو مجال J يجب تحديده

(d) حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

تمرين 19

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي

$$f(x) = -x - 3\sqrt[3]{(1-x)^2} + 3\sqrt[3]{1-x} + 1$$

(1) حدد حيز تعريف الدالة f .

(2) بين أن f تقابل من $]-\infty,1]$ نحو مجال يجب تحديده ثم حدد $f^{-1}(x)$.

(3) حل في $]-\infty,1]$ المعادلة $f(x) = 1$.

تمرين 20

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x}}$$

(1) (a) بين أن $f(x) = \sqrt{x+1} - \frac{1}{\sqrt{x+1}}$: $(\forall x \in]-1,+\infty[)$

(b) بين أن f تقابل من $]-1,+\infty[$ نحو مجال J يتم تحديده ثم حدد $f^{-1}(x)$

(2) حل في \mathbb{R} المعادلة: $f^{-1}(x) = f(x)$

تمرين 21

$$f(x) = \sqrt{(4-\sqrt[3]{x^2})^3}$$

(1) حدد مجموعة تعريف الدالة f : D_f

(2) ليكن g قصور الدالة f على المجال $I =]0,8]$

بين أن g تقابل من I نحو مجال J يجب تحديده ثم حدد $g^{-1}(x)$

(3) حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = x$.

تمرين 22

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2 - 1}}{\sqrt[3]{x}}$$

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي

(1) بين أن f تقابل من $]0, +\infty[$ نحو مجال J يجب تحديده

(2) بين أن $(\forall x \in \mathbb{R}): x - \sqrt{x^2 + 4} < 0$

(3) حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

(4) حل في $]0, +\infty[$ المعادلة $f(x) = \sqrt{5}$

تمرين 23

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{-x^3 + 2x^2 - x} - \sqrt{2x^2 + 1}) \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{1 - x^3} + 2x) \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{8x^3 - x + 1} - x) \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{-3x^3 - 1} + x \sqrt[3]{3}) \quad (6) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{-8x^3 + x^2 + 1} + 2x) \quad (5) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{8x^3 - 1} - 2x) \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 1} - \sqrt[3]{1 - x}}{\sqrt[4]{-x^3 + 4x + 1} - \sqrt{2 - x}} \quad (8) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 1} + x}{\sqrt[3]{1 - x} - x^2} \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\sqrt[3]{(x + 2)^2}}{x + 2} \quad (11) \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\sqrt[3]{x^2 - 4}}{x + 2} \quad (10) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x + 1} - 1}{x} \quad (9)$$

$$\lim_{x \rightarrow \Gamma} \frac{\sqrt[3]{x^2 - 1} + x^2 + x - 2}{x - 1} \quad (12)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\Gamma} \frac{\sqrt[3]{(x + 1)^2} + x^2 + x}{x + 1} \quad (13)$$

Vous pouvez retrouver cette serie sur fachtali1.eklablog.com