1) لتكن h الدالة العددية المعرفة على IR_+^* بـ : $h(x) = \frac{1}{x} - 2\,\text{Arctan}\,x$

أ- بين أن المعادلة $h(x)$ تقبل حلا وحيدا α وأن $\frac{\sqrt{3}}{3} < \alpha < 1$

ب- ادرس إشارة $h(x)$.

2) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR_+ بـ : $f(x) = \frac{\text{Arctan}\,x}{1+x^2}$

أ- ادرس تغيرات f (النهاية ومنحى التغير)

ب- إستنتج أن $0 \le f(x) < \frac{3\sqrt{3}}{8}$ ، لكل x من IR_+

3) باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية أثبت أن :

$(\text{Arctan}\,x)^2 - (\text{Arctan}\,x_0)^2 \le \frac{3\sqrt{3}}{4}(x - x_0)$ ؛ لكل x و x_0 من IR_+ ; $x > x_0$

4) ليكن x عددا حقيقيا من IR_+ . نعتبر المتتالية $(u_n(x))$ المعرفة بما يلي :

$$(n \in IN) \; ; \; u_n(x) = \sum_{p=0}^{n}\left(\text{Arctan}\,\frac{x}{2^p}\right)^2$$

$$\left(\sum_{p=0}^{n} x_p = x_0 + x_1 + \dots + x_n\right)$$

أ- بين أن المتتالية $(u_n(x))$ متقاربة نضع : $\varphi(x) = \lim\limits_{n \to +\infty} u_n(x)$

ب- أثبت أن : $x > x_0 \ge 0 \Rightarrow \varphi(x) \ge \varphi(x_0)$

ج- بين أن الدالة φ متصلة على IR_+.