التمـــــــرين الاول : البِنيـــات الجَبريـــــة

لتكن V المجمُوعة :

$$V=\left\{M(a,b)=\begin{pmatrix} a & b \\ 4b & a\end{pmatrix}\in M_2(\mathbb{R})/(a,b)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}\right\}$$

1– لنبين أن V فضاء متجهي جُزئِي حقيقي من $(M_2(\mathbb{R}),+,.)$

- لدينَا V ضمن $M_2(\mathbb{R})$ و $V\neq\emptyset$ لأَن المصفُوفَة المُنعدِمَة تنتمي ل V
- لكل $M(a,b)$ و $M(c,d)$ من V ؛ α و β من $\mathbb{R}$ ؛ لدينَا : $\alpha M(a,b)+\beta M(c,d)=M(\alpha a+\beta c,\alpha b+\beta d)\in V$
- $\forall M\in V,\exists!(a,b)\ \mathbb{R}^2 : M=M(a,b)=aI+bJ$ بحيث $J=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 0\end{pmatrix}$ ومنه (I,J) اسَا س لِلفضاء V

2– أ)لنبين أن V جزء مُستَقر من $(M_2(\mathbb{R}),+)$

ليكن $M(a,b)$ و $M(c,d)$ من V لدينَا

$$M(a,b)\times M(c,d)=\begin{pmatrix} a & b \\ 4b & a\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix} c & d \\ 4d & c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} ac+4bd & ad+bc \\ 4bc+4ad & 4bd+ac\end{pmatrix}$$
$$=M(ac+4bd,ad+bc)$$

و منه V جزءُ مستقر من $(M_2(\mathbb{R}),\times)$

ب) لنبين أَن $(V,+,\times)$ حلقة واحدية و تَبادلية

- بمَا أَن $(V,+,.)$ فَضاء متجهِي حقيقي فإِنَ $(V,+)$ زُمرَة تَبادلِيَة
- $\times$ تَجمِيعي و توزِيعي علَ الجَمِع فِي V لأَن V جزء مُستَقر من $(M_2(\mathbb{R}),+,\times)$
- $\times$ تَبا دُلي فِي V لأَن $\forall(a,b),(c,d)\in\mathbb{R}^2$: $M(a,b)\times M(c,d)=M(ac+4bd,ad+bc)=M(c,d)\times M(a,b)$
- I العنصر المُحايِد فِي V

3- أ) بمَا أَن $M(a,b)\times M(c,d)=M(ac+4bd,ad+bc)$ فإِنَ
$M(\frac{1}{2},-\frac{1}{4})\times M(\frac{1}{2},\frac{1}{4})=M(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}-4\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4},\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\times\frac{1}{2})=M(0,0)=O$
بحيث O المَصفُوفَة المُنعَدِمَة

ب) $(V,+,\times)$ ليس حلقة كاملة حسبَ السُؤال السابق لأَنهَا تحتوِي علَى قواسم الصفر ومنه $(V,+,\times)$ ليس جسم

4- نَضع $X=\begin{pmatrix} a & b \\ 4b & a \end{pmatrix}$ مع $(a,b)\in\mathbb{R}$

أ) لنبين أَنَ $X^2-2aX+(a-4b^2)I=O$ مع $O=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
لدينَا $X=aI+bJ$ حسبَ السُؤال (1) مع $J=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}=M(0,1)$ ومنهُ
بإِستِعمال قواعد الحساب فِي الحَلقة $(V,+,\times)$ و الفضاء المتجهِي $(V,+,.)$ لدينَا
$X^2=(aI+bJ))^2=a^2I^2+abI\times J+baJ\times I+b^2J^2=a^2+2abJ+b^2J^2$
ولدينَا $J^2=M(0,1)^2=M(4,0)=4I$ ومنه $X^2=(a^2+4b^2)I+2abJ$
ولدينَا كذلك
$-2aX+(a^2-4b^2)I=-2a(aI+bJ)+(a^2-4b^2)I=(-a^2-4b^2)I-2abJ$
ومنه

$$\begin{aligned}X^2-2aX+(a^2-4b^2)I&=(a^2+4b^2)I+2abJ+(-a^2-4b^2)I-2abJ\\&=0I+0J=O\end{aligned}$$

ب) نفترض أَنَ $a^2-4b^2\neq 0$ لدينَا حَسَبَ السُؤال السابق
$X^2-2aX=-(a^2-4b^2)I$ ومنهُ $X^2-2aX=(a^2-4b^2)I$ ومنهُ
$X(X-2aI)=-(a^2-4b^2)I$ ومنهُ $X\times(\frac{-1}{(a^2-4b^2)}(X-2aI)=I$ ومنهُ
X جقبل مقلوبَا فِي V هُو

$$\begin{aligned}X^{-1}&=\frac{-1}{(a^2-4b^2)}(X-2aI)=\frac{-1}{(a^2-4b^2)}(M(a,b)+M(-2a,0))\\&=\frac{-1}{(a^2-4b^2)}M(-a,b)=M(\frac{a}{(a^2-4b^2)},\frac{-b}{(a^2-4b^2)})\end{aligned}$$

.

التمـــــــرين الثاني : الأَعـــداد العقديـــة

u عدَدُ عقديٌّ بحيث $1-i\neq u$

1- أ) لــــــــــــــــــــــــــــــــــدينَا

$$(iu-1-i)^2=(iu)^2+(-1)^2+(-i)^2+2(iu)\times(-1)+2(iu)\times(-i)+2(-1)\times(-i)$$
$$=-u^2+1-1-2iu+2u+2i=-u^2-2iu+2u+2i$$

ب)

لنحل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهُول z
$$E: z^2-2(u+1-i)z+2u^2-4i=0:$$

لدينَا

$$\Delta'=(-(u+1-i))^2-2u^2+4i=u^2+1-1+2u-2iu-2i-2u^2+4i$$
$$=-u^2+2i+2u-2iu=(iu-1-i)^2$$
$$1-i\neq u\Rightarrow i(1-i)\neq iu\Rightarrow i+1\neq iu\Rightarrow iu-1-i\neq 0\Rightarrow\Delta'\neq 0$$

ومنهُ المعادلَة (E) تقبل حلين مختلفين هُمَا

$z_1=(u+1-i)+iu-1-i=(1+i)u-2i$ و

$z_2=(u+1-i)-iu+1+i=(1-i)u+2$ إذن $S=\{z_1,z_2\}$

2 نعتبر في المسْتَوى العقدِي النقط

$$\Omega(2-2i),U(u),B((1-i)u+2);A((1+i)u-2i),$$

أ)

- لحق النقطة I منتصف القطعة $[AB]$ هُوَ $z_I=\dfrac{z_A+z_B}{2}=(u+1-i)$
- مُتَجهَة الإِزاحَةِ t التِي تحوِل النقطة U إلِي النقطة I هيَ

$$\overrightarrow{UI}(Re(aff(\overrightarrow{UI}),Im(aff(\overrightarrow{UI}))$$

ولدينَا $aff(\overrightarrow{UI})=z_I-z_U=1+u-i-u=1-i$ ومنهُ $\overrightarrow{UI}(1,-1)$

بِمَا انَ R الدوَران الذيِ مركَزهُ Ω و زاوِيَته $-\dfrac{\pi}{2}$ فإِنَ صيغته العقدية هي :

$$z'=e^{-i\frac{\pi}{2}}(z-2+2i)+2-2i=-i(z-2+2i)+2-2i=-iz+4$$

نعوض z ب $z_A=(1+i)u-2i$ فِي هَذهِ الصيغةِ نحصُل عَلَى

$z'=-i((1+i)u-2i)+4=(-i+1)u+2=z_B$ ومنه $R(A)=B$

ج) بما أَنَ $R(A)=B$ و R مركَزهُ Ω و زاوِيَته $-\frac{\pi}{2}$ فإِنَ المثلث ΩAB قائم الزاوية فِي Ω و مُتساوي الساقين ; و بما أَنَ I منتصف $[AB]$ فإِنَ (ΩI) و (AB) متعامدان

د) إِنشاءِ النُقطين A و B إِنطلاقًا من U
نُنشيء U ثمَ بِالإِزاحة t نُنشيء I ثمَ نُنشيء Ω و المستقيم (Δ) المار من I و العمودي عَلَى (ΩI) ; الدائِرة التِي مركزُهَا I و شُعاعهَا ΩI تقطع المستقيم (Δ) فِي نقطتين A و B ; بحيث ΩAB مباشر

3- نضع $u=a(1+i)-2i$ حيث $a\in\mathbb{R}$

أَ) حساب لحقيِ المُتجهَتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AU}$ بدلالة a

- $aff(\overrightarrow{AB})=z_B-z_A=-2ia+2i-2+2a=2(1-i)(a-1)$
- $aff(\overrightarrow{AU})=z_U-z_A=-ia+2i-2+a=(1-i)(a-2)$

ب) $u\neq 1-i\Rightarrow a\neq 1$ و $\frac{z_U-z_A}{z_B-z_A}=\frac{(1-i)(a-2)}{2(1-i)(a-1)}=\frac{((a-2)}{2(a-1)}\in\mathbb{R}$
إِذن A,B,U مستقيمية

.

التمـــــــــرين الثالث : الإِحتمالات

U_1	U_2	U_3
1 R (n-1)N	2R (n-2)N	3R (n-3)N

1- اَلمتغير X يأخذ القيمّ التالية $0;1;2$ ومنه $X(\Omega)=\{0,1,2\}$

2- نضع : U_1 الحدث : إِختيار الصندوق U_1
: U_2 الحَدث : إِختيار الصندوق U_2
: U_3 الحَدث : إِختيار الصندوق U_3

أَ) حسَب صيغة الإِحتمالات الكلية

$$P(X=2)=\sum_{i=1}^{i=3}P(U_i)P(X=2)/U_i)=\frac{1}{3}\times 0+\frac{1}{3}\times\frac{C_2^2}{C_n^2}+\frac{1}{3}\times\frac{C_3^2}{C_n^2}$$
$$=\frac{1}{3}\times\frac{2}{n(n-1)}+\frac{1}{3}\times\frac{6}{n(n-1)}=\frac{8}{3n(n-1)}$$

ب) حسَبَ صيغة الإحتمالات الكلية

$$P(X=1)=\sum_{i=1}^{i=3}P(U_i)P(X=1)/U_i)=\frac{1}{3}\times\frac{C_1^1C_{n-1}^1}{C_n^2}+\frac{1}{3}\times\frac{C_2^1C_{n-2}^1}{C_n^2}+\frac{1}{3}\times\frac{C_3^1C_{n-3}^1}{C_n^2}$$

$$=\frac{1}{3}\times\frac{2(n-1)}{n(n-1)}+\frac{1}{3}\times\frac{4(n-2)}{n(n-1)}+\frac{1}{3}\times\frac{6(n-3)}{n(n-1)}=\frac{12n-28}{3n(n-1)}=\frac{4(3n-7)}{3n(n-1)}$$

ج) قانون إحتمال X لدينَا

$$P(X=0)=1-P(X=1)-P(X=2)=\frac{3n^2-15n+20}{3n(n-1}$$

x_i	0	1	2
$p_i=P(X=x_i)$	$\frac{3n^2-15n+20}{3n(n-1)}$	$\frac{4(3n-7)}{3n(n-1)}$	$\frac{8}{3n(n-1)}$

3– إحتمال أَن يكوُن السحب مِن الصندوق U_3 علمًا أَنَّنا حصلنَا علَى كرتين حمراوين هوَ :

$$P(U_3/X=2)=\frac{P(U_3\bigcap(X=2))}{P(X=2)}=\frac{P(U_3)\times P((X=2)/U_3))}{(P(X=2)})=\frac{3}{4}$$

.

مسأَلة : التحـــــليـــــــل

I– نعتبر الدالة $g:[0,+\infty[\mapsto\mathbb{R}$ المعرفة بمَا يلي : $\forall x\in\mathbb{R}^+ : g(x)=2(1-e^{-x})-x$

1– أَ) تغيرات الدالة g ; $\forall x\geq 0, g'(x)=2e^{-x}-1$

$x\geq 0, g'(x)=0\Leftrightarrow x=ln(2)$ و $x\geq 0, g'(x)>0\Leftrightarrow 0\leq x<ln(2)$ ومنه

g تناقصية قطعًا الَى المجال $[ln(2),+\infty[$ و g تزايدية قطعًا الَى المَجالِ $[0,ln(2)]$

ب)جدول تغيرات ال دالة g

x	0		ln(2)		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	$\nearrow$	$1-ln(2)$	$\searrow$	$-\infty$

2– أَ)لدينَا g مُتصلة و تناقصية قطعًا علَى المجال $[ln4, ln6]$

$g(ln4)=0.11; g(ln6=-0.12$ حسبَ مبرهنَة القيم الوسطية المعادلة $g(x)=0$

تقبل حلَا وحِدًا α فِي المَجَال $]ln4, ln6[$

2– ب)

- $\forall x \in]0,\alpha[: g(x) > 0$
- $\forall x \in]\alpha,+\infty[: g(x) < 0$

3– نعتبر المتتاليّة (u_n) المعرفة بمَا يلي $u_0 = 1$ و $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2(1-e^{u_n})$

أ) لنبين أَنَّ $\forall n \in \mathbb{N} : 1 \leq u_n < \alpha$ بالترجع

- من أَجل $n = 0$ لدينَا $1 \leq 1 = ln(e) < ln4 < \alpha$
- ليكن $n \in N$ نفترض أَنَّ $1 \leq u_n < \alpha;$ نعتبر الدالة $h : x \mapsto 2(1-e^{-x})$
$\forall x \in [1,\alpha], h'(x) = 2e^{-x} > 0$ ومنه h تزايدية علَى $[1,\alpha]$
$$1 \leq u_n < \alpha \Rightarrow h(1) \leq h(u_n) < h(\alpha)$$
$$\Rightarrow 2(1-\frac{1}{e}) \leq u_{n+1} < \alpha \Rightarrow 1 < 2\frac{(e-1)}{e} \leq u_{n+1} < \alpha$$

ب) $\forall n \in \mathbb{N} : g(u_n) = 2(1-e^{-u_n}) - u_n = u_{n+1} - u_n$

ج)حسبَ السُؤَال 2– ب) و السُؤَال 3– أ) $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \in [1,\alpha[\Rightarrow g(u_n) > 0$

ومنه حسبَ السُؤَال 3– ب) نستنتِج أَنَّ $g(u_n) = u_{n+1} - u_n > 0$ إِذن (u_n) تزَيدية قطعَا

د) بمَا أَن (u_n) تَزايدة قطعَا حسَبَ السُؤَال السابِق و مكبوُرَة بِ α
حسبَ السُؤال 3– أ) فَإِنَ
(u_n) متقاربة و نهايتهَا l تحقِق $1 \leq l \leq \alpha; l = h(l)$ أَي $g(l) = l; l \in [1,\alpha]$ ومنه
حسبَ السُؤَال 3– أ) فَأَنَ $\lim\limits_{n \mapsto +\infty} u_n = l = \alpha$

II– نعتبر الدالة $f :]0,+\infty[\mapsto \mathbb{R}$ المعرفة بمَا يلي
$: \forall x \in \mathbb{R}_+^* : f(x) = \dfrac{(1-e^x)}{x^2}$

1– حساب النهايات :

- $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{-1}{x} \times \dfrac{(e^x-1)}{x} = -\infty$ لأَن $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{(e^x-1)}{x} = 1$
و $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{-1}{x} = -\infty$
- $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to +\infty} (\dfrac{1}{x^2} - \dfrac{e^x}{x^2}) = -\infty$ لأَن $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{e^x}{x^2} = +\infty$ و
$\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{1}{x^2} = 0$

• $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{1}{x^3}-\frac{e^x}{x^3})=-\infty$ لأَن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^3}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x^3}=0$

-2 أ) $f(\alpha)=\frac{1-e^{\alpha}}{\alpha^2}$ و لدينَا

$$g(\alpha)=0\Leftrightarrow 2(1-e^{-\alpha})=\alpha\Leftrightarrow 1-\frac{\alpha}{2}=e^{-\alpha}\Leftrightarrow e^{\alpha}=\frac{2}{2-\alpha}\Leftrightarrow 1-e^{\alpha}=\frac{\alpha}{\alpha-2}$$

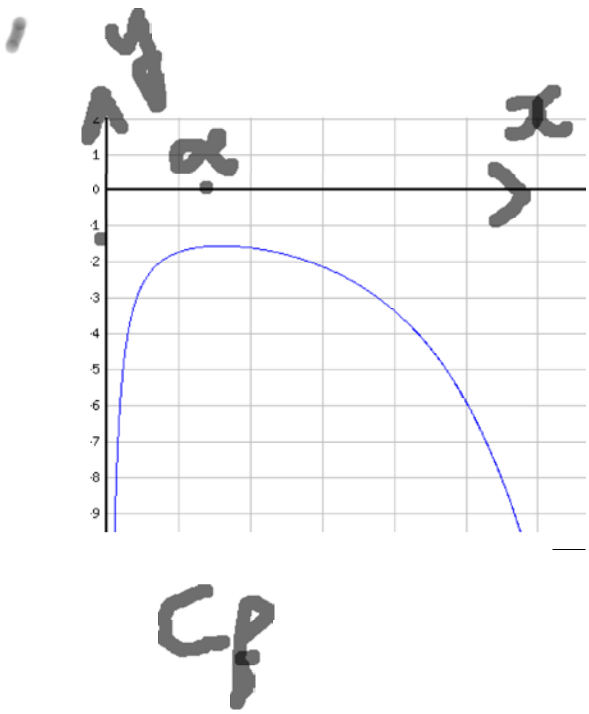
ومنه $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha(\alpha-2)}$

ب)

$$\forall x>0, f'(x)=\left(\frac{(1-e^x)}{x^2}\right)'=\frac{-e^x x^2-2x((1-e^x)}{x^4}=\frac{-e^x x-2+2e^x}{x^3}$$
$$=e^x\frac{(-x-2e^{-x}+2)}{x^3}=\frac{e^x g(x)}{x^3}$$

إِشارة $f'(x)$ هيَ اشارة $g(x)$ علَى $]0,+\infty[$ ومنه جدوَل تغيرات f

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty \nearrow$	$\frac{1}{\alpha(\alpha-2)}$	$\searrow -\infty$



$-III$ نعتبر الدالة F بحيثُ : $\forall x>0, F(x)=\int_x^{2x}\frac{1-e^t}{t^2}dt$ و $F(0)=-ln2$

-1 أَ) بإستعمال مكاملة بآلأَجزاء :

$u(t)=1-e^t \leftrightarrow u'(t)=-e^t;\qquad v'(t)=\frac{1}{t^2}\leftrightarrow v(t)=-\frac{1}{t}$

$\forall x>0, F(x)=\left[\frac{(e^t-1)}{t}\right]_x^{2x}-\int_x^{2x}\frac{e^t}{t}dt=\frac{(e^{2x}-1)}{2x}-\frac{(e^x-1)}{x}-\int_x^{2x}\frac{e^t}{t}dt$

ب) ليكن $x>0$ لدينَا : $x\leq t\leq 2x\Rightarrow e^x\leq e^t\leq e^{2x}\Rightarrow \frac{e^x}{t}\leq\frac{e^t}{t}\leq\frac{e^{2x}}{t}$
$\Rightarrow \int_x^{2x}\frac{e^x}{t}dt\leq\int_x^{2x}\frac{e^t}{t}dt\leq\int_x^{2x}\frac{e^{2x}}{t}dt$ وبمَا أَنَ :
$\int_x^{2x}\frac{e^x}{t}dt=e^x[lnt]_x^{2x}=e^xln2$; $\int_x^{2x}\frac{e^{2x}}{t}dt=e^{2x}[lnt)]_x^{2x}=e^{2x}ln2$
فَإِنَ $e^xln2\leq\int_x^{2x}\frac{e^t}{t}dt\leq e^{2x}ln2$

ج)

- بمَا أَنَ $e^xln2\leq\int_x^{2x}\frac{e^t}{t}dt\leq e^{2x}ln2$ و $\lim_{x\to0^+}e^xln2=ln2$, $\lim_{x\to0^+}e^{2x}ln2=ln2$ فَإِنَهُ حسَبَ مصاديق التقارب $\lim_{x\to0^+}\int_x^{2x}\frac{e^t}{t}dt=ln2$
- حسَبَ السُؤال -1 أَ) لدينَا $F(x)=\frac{(e^{2x}-1)}{2x}-\frac{(e^x-1)}{x}-\int_x^{2x}\frac{e^t}{t}dt$ و بمَا أَنَ $\lim_{x\to0}\frac{e^{2x}-1}{2x}=\lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}=1$ و $\lim_{x\to0^+}\int_x^{2x}\frac{e^t}{t}dt=ln2$ فَإِنَ $\lim_{x\to0^+}F(x)=-ln2=F(0)$ إِذن F مُتصلَة فِي 0 اليمين

-2 أَ) لِنُبَيِنَ أَنَّهُ $\forall\in]0,+\infty[: F(x)\leq\frac{1-e^{-x}}{2x}$

$x\leq t\leq 2x\Rightarrow 1-e^t\leq 1-e^x\Rightarrow\frac{1-e^t}{t^2}\leq\frac{1-e^x}{t^2}$

$\Rightarrow F(x)\leq\int_x^{2x}\frac{1-e^x}{t^2}dt=(1-e^x)\int_x^{2x}\frac{1}{t^2}dt=(1-e^x)[-\frac{1}{t}]_x^{2x}=\frac{(1-e^x)}{2x}$

ب) بمَا أَنَّ $\lim_{x\to+\infty}\frac{1-e^x}{2x}=-\infty$ فَإِنَّهُ حسَبَ السُؤال السَّابق و مصاديق التقارب $\lim_{x\to+\infty}F(x)=-\infty$

-3

• الدالة $t \mapsto \dfrac{1-e^t}{t}$ متصلَة عَلَى $]0,+\infty[$ و الدالتان $x \mapsto x$ و $x \mapsto 2x$ قابلتيان لِلإشتِقاق عَلَى $]0,+\infty[$ إِذن F قابلة لِلإشتِقاق عَلَى $]0,+\infty[$

• لدينَا $\forall x > 0,, F'(x) = (2x)' \times \dfrac{1-e^{2x}}{2x^2} - (x)' \dfrac{1-e^x}{x^2}$

$$= \frac{2(1-e^x)(1+e^x)}{4x^2} - \frac{1-e^x}{x^2} = \frac{(1-e^x)}{x^2}\left(\frac{1+e^x}{2} - 1\right)$$

$$= \frac{(1-e^x)}{x^2}\frac{(e^x-1)}{2} = -\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{x}\right)^2$$

-4 أ) ليكن $x \in]0,+\infty[$

بمَا أَنَ F مُتَصلة علَى $[0,x]$ و قابلَة لِلإشتِقاق علَى $]0,x[$ فَإِنَهُ حسَبَ مُبرهَنَة التزايدات المتهيَّة , يوجد a مِن $]0,x[$ بحيثُ

$$(*) : F(x) - F(0) = (x-0)F'(a) = -\frac{x}{2}\left(\frac{e^a-1}{a}\right)^2$$

بمَا أَنَ الدالة $exp : t \mapsto e^t$ مُتَصلة علَى $[0,a]$ و قابلَة لِلإشتِقاق علَى $]0,a[$ فَإِنَهُ حسَبَ مُبرهَنَة التزايدات المتهيَّة علَى exp , يوجد c مِن $]0,a[$ بحيثُ $e^a - e^0 = ae^c$ أَي $e^a - 1 = ae^c$ ومنه $\dfrac{e^a-1}{a} = e^c$ ومنه $\left(\dfrac{e^a-1}{a}\right)^2 = e^{2c}$

اذن مِن المُتساوية $(*)$ نحصل علَى : $F(x) - F(0) = -\dfrac{1}{2}xe^{2c}$

ب) حسبَ السُؤال السابق لكل x من $]0,+\infty[\in$ يوجد c من $]0,x[$ بحيث $\dfrac{F(x)-F(0)}{x} = -\dfrac{1}{2}e^{2c}$ و لدينَا $0 < c < x \Rightarrow 1 < e^{2c} < e^{2x}$ ومنه

$$-\frac{1}{2}e^{2x} < \frac{F(x)-F(0)}{x} < -\frac{1}{2}$$

ج) مِن السُؤال الأَخير وحسبَ مصاديق التقارب وبمَا أَنَ $\lim\limits_{x\to 0^+} -\dfrac{1}{2}e^{2x} = -\dfrac{1}{2}$ فإِنَ $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{F(x)-F(0)}{x} = -\dfrac{1}{2}$ إِذن F قابلة لِلإِشتِقاق علَى اليمين فِي الصفر و $F'_d(0) = -\dfrac{1}{2}$