

• التمرين رقم 01: (02pts)

نعتبر العبارتين: $p: (\exists x \in \mathbb{N}^*); \sqrt{n^2 + 2n} \notin \mathbb{N}$ و $q: (\forall x \in \mathbb{R}^*); \left(\frac{1}{x} < 2 \Rightarrow x > \frac{1}{2}\right)$.

↔ أكتب نفي كل من العبارتين p و q ، ثم حدد قيمة حقيقة كل واحدة منهما معللا جوابك.

• التمرين رقم 02: (04pts)

1- بين بالترجع أن: $(\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1; 2\}); n^2 > 2n + 1$.

2- بين بالترجع أن العدد $10^n - (-1)^n$ يقبل القسمة على 11 لكل $n \in \mathbb{N}^*$.

• التمرين رقم 03: (04pts)

1- حل في المجموعة \mathbb{R} ما يلي: (E): $\sqrt{x+6} = x$ و (I): $\sqrt{x-1} \geq x-4$.

2- ليكن $n \in \mathbb{N}$ ، بين بفصل حائتين أنه إذا كان $3n+1$ مربعا كاملا، فإن $n+1$ مجموع ثلاث مربعات كاملة.

• التمرين رقم 04: (04pts)

1- بين أن: $(\forall x \in \mathbb{R}); (x^2 \leq x \Rightarrow |x| = x)$ ، هل العكس صحيح؟

2- بين أن: $\forall (a, b, x, y) \in (\mathbb{R}^*)^4; (ax + by = 1) \Rightarrow \left(\frac{1}{x^2 + y^2} \leq a^2 + b^2\right)$.

3- لتكن a و b و c أعدادا حقيقية، بين أن: $(a^3 + b^3 + c^3 = 3abc) \Leftrightarrow (a + b + c = 0)$.

• التمرين رقم 05: (04pts)

تتكن a و b و c أطوال أضلاع مثلث بحيث: $a + b + c = 1$.

1- بين أن: $a < \frac{1}{2}$ و $b < \frac{1}{2}$ و $c < \frac{1}{2}$ (يمكنك الاستدلال بالخلف).

2- بين أن: $a^2 + b^2 + c^2 - \frac{1}{2} = \left(a^2 - \frac{a}{2}\right) + \left(b^2 - \frac{b}{2}\right) + \left(c^2 - \frac{c}{2}\right)$.

3- استنتج أن: $a^2 + b^2 + c^2 < \frac{1}{2}$.

• التمرين رقم 06: (02pts)

↔ لتكن a و b و c أعدادا حقيقية من $[0; 1]$ ، بين أن: $\frac{a}{1+bc} + \frac{b}{1+ac} + \frac{c}{1+ab} \leq 2$.