

## Calcul intégral.

### 1: Primitives.

a) **Définition:** On dit que  $F$  est une fonction primitive de  $f$  si et seulement si la dérivée de  $F$  est la fonction  $f$ .

b) **Exemples :**

$\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 2$  est une primitive de  $x^2 + 2x$

$\frac{1}{3}x^3 + x^2$  est aussi une primitive de  $x^2 + 2x$

Une primitive n'est pas unique.

### 2: Calcul intégral, calcul d'aire.

a) **Unité d'aire, définition:** On note  $1 \text{ ua}$  une unité d'aire, celle-ci est donnée par les unités graphiques du repère. C'est le produit de l'unité en abscisse par celle en ordonnée. Par exemple  $2\text{cm}$  en abscisse et  $3\text{cm}$  en ordonnée donne  $1 \text{ ua} = 6 \text{ cm}^2$ .

b) **Formule fondamentale du calcul intégral:**  $f$  est une fonction positive,  $F$  est une primitive de  $f$ ,  $d_a$  la droite d'équation «  $x = a$  » et  $d_b$  la droite d'équation «  $x = b$  » (on note que  $d_a$  et  $d_b$  sont des droites verticales). Alors, l'aire délimitée par la courbe représentative de  $f$ , l'axe des abscisses et les droites  $d_a$  et  $d_b$  est égale à

$$(F(b) - F(a)) \text{ ua}$$

On notera 
$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

c) **Exemple:** La fonction  $f$  définie par  $f(x) = x^2 + 2x$  est positive sur l'intervalle  $[0 ; 1]$ . Une primitive de  $f$  est la fonction  $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2$  donc l'aire délimitée par la courbe représentative de  $f$ , l'axe des abscisses et les droites  $d_0$  et  $d_1$  est égale à :

$$F(1) - F(0) \text{ cm}^2 \text{ si l'unité graphique est le cm}$$

$$\text{c'est-à-dire } \frac{4}{3} \text{ cm}^2$$

### 3 : Exercices.

**Exercice 1 : Déterminer une primitive pour chacune des expressions suivantes :**

$$P(x) = x^5 ; Q(x) = 3x^4 ; R(x) = x^3 - x^2 ; S(x) = 2 + x .$$

**Exercice 2 : Déterminer une primitive pour chacune des expressions suivantes :**

$$P(x) = 3x^2 - 5x + 1 ; Q(x) = 3x^4 - 5x - 2 ; R(x) = x^3 - x^2 + 48 .$$

**Exercice 3 : Déterminer une primitive pour chacune des expressions suivantes :**

$$P(x) = (6x - 5)(3x^2 - 5x + 1)^3 ; Q(x) = (12x^3 - 5)(3x^4 - 5x - 2)^2 .$$

**Exercice 4 : Déterminer une primitive pour chacune des expressions suivantes :**

$$P(x) = (6x - 5)(3x^2 - 5x + 1)^3 + (12x^3 - 5)(3x^4 - 5x - 2)^2 ;$$

$$Q(x) = (-3x^2 + 2x)(x^3 - x^2 + 48)^5 + x^3 - x^2 + 48 .$$

**Exercice 5 : Calculer :**

$$\int_1^2 f(x) dx \quad \text{où } f \text{ est la fonction définie par } f(x) = x^2 + x + 1$$

**Exercice 6 : Calculer :**

$$\int_0^3 (x^2 + x) dx \quad ; \quad \int_{-2}^1 (x^2 + 3) dx$$