∽ Baccalauréat STI Arts appliqués – Métropole ∽ juin 2006

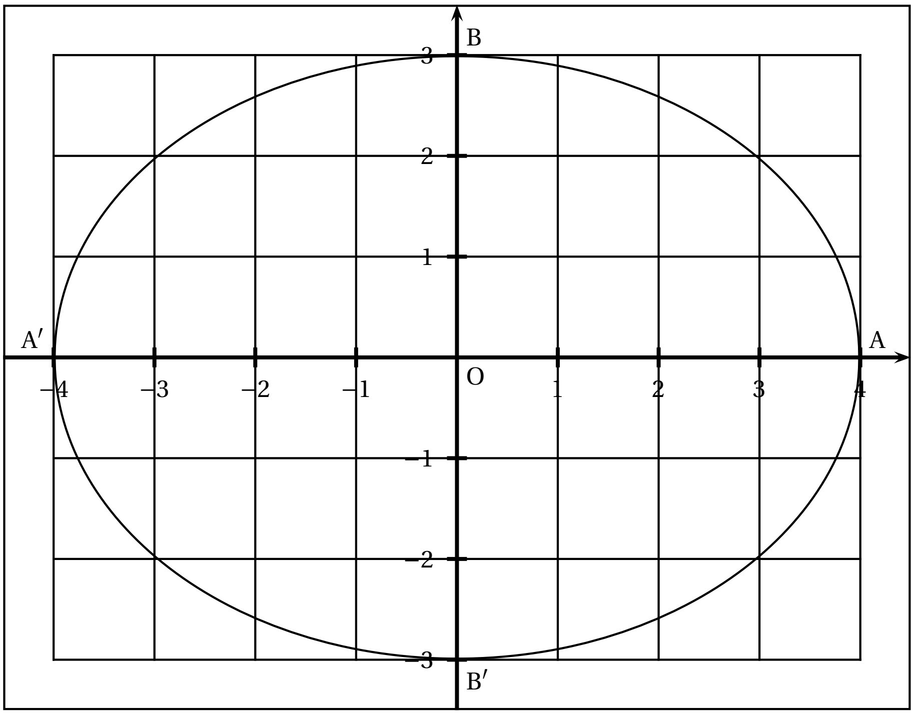
Coefficient : 2 Durée : 2 heures

L'usage d'une calculatrice réglementaire est autorisé durant l'ensemble de l'épreuve.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE 1 **8 points**

Dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ on a dessiné une ellipse $\mathscr{E}$ de sommets :

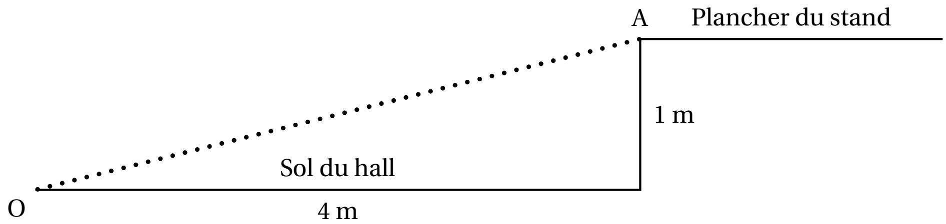
$$\text{A}(4\ ;\ 0) \qquad \text{A}'(-4\ ;\ 0) \qquad \text{B}(0\ ;\ 3) \quad \text{et} \quad \text{B}'(0\ ;\ -3)$$



1. Montrer qu'une équation de cette ellipse dans $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ est : $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1$.
2. Construire géométriquement les deux foyers F et F′ puis calculer leurs coordonnées exactes.
3. Pour tout point M de l'ellipse $\mathscr{E}$, par quelle relation MF et MF′ sont-ils liés ?
4. Déterminer les valeurs exactes des abscisses des points de $\mathscr{E}$ d'ordonnée 2.
5. Les sommets d'un rectangle de centre O sont des points de l'ellipse $\mathscr{E}$ et ses côtés sont parallèles aux axes. Quelle doit être la longueur du côté horizontal de ce rectangle pour que sa hauteur soit égale à $2\sqrt{7}$?

EXERCICE 2 **12 points**

Pour la construction d'un stand d'exposition, des étudiants en BTS EVEC ont besoin de créer une rampe d'accès reliant le plancher du stand au sol du hall d'exposition. Une rampe plane ne pouvant permettre l'accès aux fauteuils roulants, les élèves de BTS proposent comme solution de remplacer sur la coupe ci-dessous, le segment [OA] par la courbe $\mathscr{C}$ qui fait l'objet du problème suivant.



On choisit le repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ dans lequel le point A a pour coordonnées (4 ; 1) et $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f définie que l'intervalle [0 ; 4] par :

$$f(x) = \frac{1}{32}\left(-x^3 + 6x^2\right).$$

1. Vérifier que O et A sont bien sur la courbe $\mathscr{C}$.

2. **a.** Calculer la fonction dérivée f' de f. Montrer que $f'(x) = \dfrac{-3}{32}x(x-4)$.

b. étudier le signe de $f'(x)$ sur [0 ; 4]. Donner ensuite le tableau de variations de f sur [0 ; 4].

3. **a.** Calculer $f'(0)$ et $f'(4)$. Donner une interprétation graphique de ces résultats.

b. Quel est le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ au point I d'abscisse 2 ?

4. **a.** Recopier et compléter le tableau suivant : (on arrondira les valeurs au centième).

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$								0,96	

b. On prendra comme unité graphique 5 cm. Représenter sur une feuille de papier millimétré la courbe $\mathscr{C}$ ainsi que les tangentes aux trois points d'abscisses 0, 2 et 4.

5. **a.** Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 4].

b. On note $\mathscr{S}$ la partie située entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = 4$.

Calculer l'aire de $\mathscr{S}$ (en unités d'aires).

c. On précise qu'une unité d'aire sur le graphique correspond à 1 m^2 en réalité. Sachant que le stand a une largeur de 4 m, quel volume de béton devra-t-on utiliser pour construire la rampe d'accès ? La formule donnant ce volume est $V = B \times h$ où V est le volume, B l'aire de la partie correspondant à la partie $\mathscr{S}$ du graphique et h la largeur du stand.