Baccalauréat STI Arts appliqués – Métropolee
septembre 2008

EXERCICE 1 **8 points**

Dans un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm, on considère l'ensemble $\mathscr{C}$ des points $M(x,\ y)$ dont les coordonnées vérifient l'équation :

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{16} = 1.$$

1. L'ensemble $\mathscr{C}$ est-il :

   Une parabole ? Une hyperbole ? Une ellipse ?
2. On appelles S et S′ les deux sommets de $\mathscr{C}$, S ayant une abscisse positive. Déterminer les coordonnées de S et S′.
3. On appelle F et F′ les deux foyers de $\mathscr{C}$, F ayant une abscisse positive. Déterminer les coordonnées de F et F′.
4. Parmi les relations suivantes, quelle est celle que vérifient les points M de $\mathscr{C}$?

   $M\text{F}+M\text{F}' = ó$ $|M\text{F} - M\text{F}'| = 8$ $|M\text{F} - M\text{F}'| = 10$
5. Déterminer les coordonnées des points C_1 et C_2 de $\mathscr{C}$ d'abscisse 7.
6. Sur une feuille de papier millimétré, placer le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, les sommets S et S′ ainsi que les foyers F et F′ ; placer aussi les points trouvés à la question précédente. Tracer enfin la courbe $\mathscr{C}$ (on pourra s'aider d'une symétrie).

EXERCICE 2 **12 points**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \text{e}^x - 2x$$

et $\mathscr{C}$ sa représentation graphique dans un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

1. On note f' la dérivée de la fonction f
   - **a.** Calculer $f'(x)$.
   - **b.** Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{R}$ l'inéquation $f'(x) > 0$, puis en déduire le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
2. Déterminer la limite de f quand x tend vers $-\infty$.
3. Soit Δ la droite d'équation $y = -2x$.
   - **a.** Exprimer $[f(x) - (-2x)]$ en fonction de x.
   - **b.** Déterminer la limite de $[f(x) - (-2x)]$ quand x tend vers $-\infty$.
   - **c.** En déduire l'existence d'une asymptote oblique à la courbe $\mathscr{C}$.
4. Vérifier que, pour tout $x > 0$, $f(x) = x\left(\dfrac{\text{e}^x}{x} - 2\right)$. En déduire la limite de f quand x tend vers $+\infty$.
5. Construire le tableau de variations de la fonction f
6. Déterminer le coefficient directeur de la tangente T à $\mathscr{C}$ en son point d'abscisse 0.
7. Recopier et compléter le tableau suivant (les valeurs seront arrondies au centième) :

x	-3	-2	-1	0	0,7	1	2	2,5
$f(x)$								

8. Dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, tracer la droite Δ, la tangente T puis la courbe $\mathscr{C}$ représentant la fonction f.

9. Calculer $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ (on donnera la valeur exacte).

10. **a.** Hachurer la partie du plan limitée par l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées, la droite d'équation $x = 1$ et la courbe $\mathscr{C}$.

b. Déduire de la question 9 la valeur exacte, en cm^2, de l'aire de cette partie puis en donner une valeur arrondie au centième.