Variables aléatoires

1) Définir Ω en vidant l'urne complètement. Il n'est pas nécessaire de numéroter les boules.
Traiter les cas séparément sans chercher de formule générale. Dénombrer.

2) Utiliser la fonction de répartition : c'est la reproduction de l'exemple de cours.

3)a) Les conditions sont que : $P(X=k) \geqslant 0$ et $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} P(X=k) = 1$

b) Utiliser la formule donnant la somme des carrés des entiers. Simplifier.

4)a) Faire un arbre et traiter chaque cas séparément.

b) Aucun souci. Le seul souci pourrait venir de votre capacité de calcul numérique fractionnaire.

5) Partir du membre de droite et faire apparaitre une double somme que, comme d'habitude, on inversera.

6)a) Equiprobabilité des issues.

b) Pour $P(Y=i)$, considérer le système complet $\{(X \geqslant k), (X < k)\}$ et utiliser une version hybride de la formule des probabilités totales. Distinguer alors deux cas en fonction de la position de i par rapport à k.

c) L'expression de $P(Y=i)$ changeant à partir de k, il faut couper la somme en 2. L'expression finale est un peu compliquée mais se simplifie en un numérateur du second degré. Il reste à maximiser ce numérateur pour une valeur entière.

7)a) Formule des probabilités composées. Distinguer $n+1$ des autres cas.

b) Dériver de 2 façons la somme des termes d'une suite géométrique de raison x.

c) Atention, sortir le terme en $n+1$ de la somme et utiliser la formule précédente.

d) Résolution d'une inégalité en q.

8)a) Définir Ω et dénombrer.

b) Les pistes sont dans l'énoncé de la question. Penser aussi à faire un changement d'indice ($i = 2n+1-k$).

c) Linérité de l'espérance.

9) Formule classique de Koenig-Huygens.

10) Vous devez reconnaitre une loi binomiale (vue en Terminale S). Appliquer B.T. pour $Y = \dfrac{X}{n}$ avec $\epsilon = 0,1$.
La condition sur n est une condition suffisante.