

UNIVERSITÉ  
PAUL  
SABATIER



TOULOUSE III

Enseignements E.E.A.

Electronique analogique

**Problèmes  
et corrigés**

année 2010

par Sylvain Geronimi

## TABLE DES PROBLEMES

### Partie 1

#### Rappel sur la théorie des circuits

Mise en équations et théorèmes fondamentaux	3-4
Réponse d'un circuit RL	5-8
Corrélation entre temps de montée et fréquence de coupure d'un circuit RC	9-10
Sonde passive d'oscilloscope	11-12
Caractérisation d'un quadripôle	13-15
Sensibilité d'un pont de Wheatstone	16-17

#### Polarisation d'un transistor

Dispersion des caractéristiques d'un JFET	18-20
Polarisation d'un JBT par diverses topologies	21-22
Stabilisation par résistance d'émetteur	23-26

#### Caractérisation d'un étage

Etage déphaseur à JBT	27-30
Etage source commune	31-33
Etage collecteur commun chargé par un miroir de courant	34-36
Etage différentiel à JBT	37-39
Etage différentiel à JFET	40-42

#### Réponse en fréquence

Réponse en fréquence d'un étage émetteur commun	43-50
Réponse en fréquence d'un étage base commune	51-55
Réponse en fréquence d'un étage collecteur commun	56-59
Comparaison des performances des montages fondamentaux à JBT	60
Réponse en fréquence d'un étage pseudo émetteur commun	61-64
Réponse en fréquence d'un étage source commune	65-70
Réponse en fréquence d'un étage pseudo-source commune	71-74
Réponse en fréquence d'un montage cascode	75-78
Réponse en fréquence d'un montage émetteur commun collecteur commun	80-86

#### Eléments de circuits intégrés

Miroir de courant élémentaire pour polarisation d'étage	87-88
Miroir de courant élémentaire pour transfert dynamique	89-90
Source de courant simple à JFET pour polarisation d'étage	91
Source de courant à gain pour polarisation d'étage	92-93
Source de Wilson pour transfert dynamique	94-96
Source de Widlar en répétiteur de courant pour polarisation d'étages	97-98
Multiplicateur de $V_{BE}$	99-100
Réalisation d'une opération arithmétique complexe (1 et 2)	101-102
Conception d'un buffer	103-109
Etage différentiel à charges asymétriques	110-112
Etage différentiel à charges actives (partie 1)	113-119
Etage de tension (partie 2)	120-124
Etage différentiel cascode à charges actives (miroir)	125-133

### Partie 2

#### Amplificateurs idéaux

Intégrateur de tension différentielle	134
Convertisseurs d'impédance	135-136
Amplificateur d'instrumentation amélioré	137-139
Amplificateur d'instrumentation INA 114	140
Amplificateurs logarithmiques et exponentiels	141-142
Multiplicateur / diviseur	143-144
Amplificateurs à conductance de transfert	145-148
Voir aussi « Le filtrage analogique »	

**Filtrage analogique**

Filtre passe-bas à deux suiveurs de tension	149-151
Filtre passe-bas à contre-réaction multiple (structure de Rauch)	152-156
Filtre passe-bas à source contrôlée (structure Sallen-Key)	157-162
Conception d'un filtre passe-haut Butterworth d'ordre 4	163-166
Filtre passe-bande à contre-réaction multiple (structure de Rauch) à sensibilité améliorée	167-169
Filtre passe-bande à INIC	170-172
Filtre passe-tout (déphaseur pur) du premier ordre	173-174
Filtre passe-tout (déphaseur pur) du second ordre	175-177
Filtre réjecteur à deux amplificateurs de tension	178-180
Filtre réjecteur à variable d'état	181-183
Filtre universel	184-187

**Oscillateurs sinusoïdaux**

Oscillateur triphasé	188
Oscillateur à pont RLC	189-190
Oscillateur à pont RLC avec potentiomètre	191-192
Oscillateur à pont de Wien	193-196
Oscillateur Colpitts	197-201
Oscillateur Colpitts (variante)	202
Oscillateur Clapp	203
VCO à JFET source commune	204-207
VCO à JFET drain commun	208-210

**Régulateurs de tension**

Principe de stabilisation par diode zener	211-213
Circuits de stabilisation d'une tension par référence zener	214-221
Régulateur de tension 15 V / 2 A	222-223

**Amplificateurs de puissance**

Etage de puissance push-pull série avec sources de Widlar	224-229
Etage suiveur piloté par un amplificateur de tension intégré et contre-réaction	230-235
Etage de puissance push-pull série en pont	236-240

**Partie 3****Quelques structures de circuits intégrés**

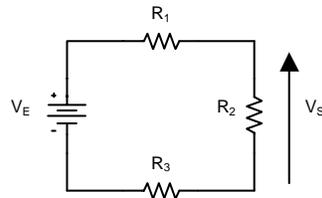
Amplificateur de tension LM 741 simplifié	241-257
Amplificateur de tension TL071 (technologie BiFet)	258-264
Amplificateur Norton LM 359 et applications	265-276
Amplificateur à conductance de transfert LM 13600 et application	277-284
Buffer et amplificateur à conductance de transfert OPA 660 et applications	285-395
Amplificateur à contre réaction de courant LT1223 et application	296-306
Comparateur LM 139	307-312
PLL analogique NE 565 et applications	313-337

**Annexes**

Modèles de composants associés aux différents régimes (diode, JBT, JFET)	338-342
Méthode de travail pour la caractérisation linéaire d'un étage différentiel symétrique	343-344
Méthode de travail pour la caractérisation linéaire d'un circuit complexe	344-345
Méthode de travail pour l'analyse en fréquence (approximation du pôle dominant)	346-347
Transformation de schéma par application du théorème de Miller	348-349
Bibliographie, symboles, notations	350

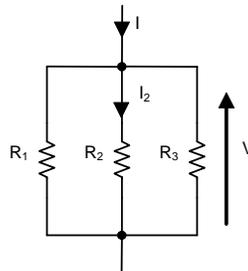
## Mise en équations et théorèmes fondamentaux

### Diviseur de tension



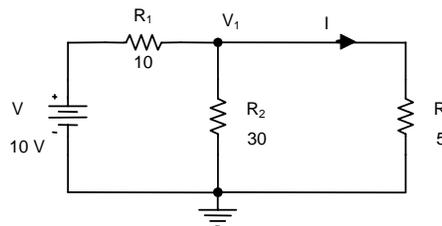
Exprimez la tension  $V_S$  en fonction de  $V_E, R_1, R_2, R_3$ .

### Diviseur de courant



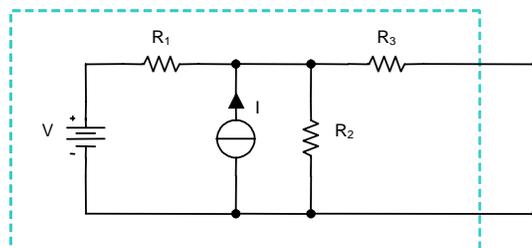
Exprimez le courant  $I_2$  en fonction de  $I, R_1, R_2, R_3$ .

### Application du théorème de Millman



Evaluez le courant  $I$ .

### Application du théorème de Thévenin et de superposition



Donnez le générateur de Thévenin équivalent au dipôle.

## Corrigé

### Diviseur de tension

$$\begin{cases} V_E = (R_1 + R_2 + R_3)I \\ V_S = R_2 I \end{cases} \Rightarrow V_S = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} V_E$$

### Diviseur de courant

$$\begin{cases} I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} \\ I_2 = \frac{V}{R_2} \end{cases} \Rightarrow I_2 = \frac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} I$$

### Application du théorème de Millman

$$\text{Calcul du potentiel de nœud : } V_1 = \frac{\frac{V}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \Rightarrow I = \frac{V_1}{R} = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R}} V \quad (I = 0.6 \text{ A})$$

### Application du théorème de Thévenin et de superposition

La présence des deux sources indépendantes  $V$  et  $I$  invite à utiliser le théorème de superposition pour le calcul de la tension de Thévenin  $V_{Th}$  (tension à vide du dipôle). Ce calcul s'effectue donc en deux étapes :

$$1^{\text{ère}} \text{ étape : extinction de la source de courant } (I = 0, \text{ circuit ouvert}) \quad V_{Th_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V.$$

$$2^{\text{ème}} \text{ étape : extinction de la source de tension } (V = 0, \text{ court-circuit}) \quad V_{Th_2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I.$$

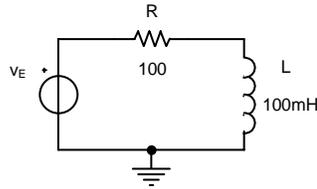
$$\text{d'où la superposition } V_{Th} = V_{Th_1} + V_{Th_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I.$$

La résistance du dipôle se calcule en éteignant les deux sources indépendantes, ce qui donne

$$R_{Th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3.$$

## Réponse temporelle d'un circuit $RL$

Soit le circuit  $RL$  avec condition initiale nulle.



Une excitation sinusoïdale d'amplitude crête  $V_E$  est appliquée au circuit. Le but du problème est d'obtenir les réponses du courant  $i(t)$  circulant dans la maille et de la tension aux bornes de l'inductance  $v_L(t)$  par les trois techniques suivantes :

Réponse temporelle (variable  $t$ )

1. Ecrivez l'expression analytique du courant.
2. Ecrivez l'expression analytique de la tension.
3. Démontrez que la tension est en avance de  $\pi/2$  par rapport au courant en régime permanent.

Régime sinusoïdal établi (variable  $j\omega$ )

4. Ecrivez les expressions du module et de l'argument du courant et de la tension.
5. Comparez ces résultats à ceux obtenus précédemment en régime permanent.

Transformées de Laplace (variable  $p$ )

6. Ecrivez la fonction de transfert en tension  $V_L(p)/V_E(p)$ .
7. Par transformées de Laplace, donnez l'expression de la tension.

## Corrigé

Réponse temporelle

$$\begin{cases} v_E(t) = R i(t) + L \frac{d}{dt} i(t) \\ v_L(t) = L \frac{d}{dt} i(t) \end{cases} \quad (\text{posons } \tau = \frac{L}{R})$$

1. Expression analytique du courant

Résolvons l'équation différentielle du premier ordre  $\frac{d}{dt} i(t) + \frac{1}{\tau} i(t) = \frac{v_E(t)}{L}$  en quatre étapes :

- ① équation homogène

$$\frac{d}{dt} i(t) + \frac{1}{\tau} i(t) = 0 \Rightarrow \frac{di}{i} = -\frac{dt}{\tau} \Rightarrow \text{Log} \frac{i}{\lambda} = -\frac{t}{\tau} \quad \text{d'où } i_H(t) = \lambda e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- ② variation de la constante

$$\lambda'(t) e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{V_E \sin(\omega t)}{L} = \frac{V_E}{L} \Im m[e^{j\omega t}]$$

$$\Rightarrow \lambda(t) = \frac{V_E}{L} \Im m \left[ \int e^{\left(\frac{1}{\tau} + j\omega\right)t} dt \right] = \frac{V_E}{L} e^{\frac{t}{\tau}} \Im m \left[ \frac{e^{j\omega t}}{\frac{1}{\tau} + j\omega} \right]$$

$$\text{car } \Im m \left[ \frac{\cos(\omega t) + j \sin(\omega t)}{\frac{1}{\tau} + j\omega} \right] = \frac{1}{\frac{1}{\tau^2} + \omega^2} \left[ \frac{1}{\tau} \sin(\omega t) - \omega \cos(\omega t) \right] = \sin(\omega t - \alpha)$$

$$\text{en posant } \cos \alpha = \frac{1}{\tau} \text{ et } \sin \alpha = \omega \Rightarrow \frac{1}{\tau^2} + \omega^2 = 1 \text{ avec } \alpha = \arctg(\tau\omega) \text{ et } \tau = \sqrt{1 + \tau^2\omega^2}$$

③ solution particulière de l'équation complète

$$i_p(t) = \lambda(t) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{d'où } i_p(t) = \frac{V_E}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \sin(\omega t - \alpha)$$

④ solution globale

$$i(t) = \lambda e^{-\frac{t}{\tau}} + i_p(t) \quad \text{avec } i(0) = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{V_E}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \sin \alpha$$

$$\text{d'où } i(t) = \frac{V_E}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \sin \alpha e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{V_E}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \sin(\omega t - \alpha)$$

Le premier terme correspond au régime transitoire et le second terme au régime établi ou permanent.

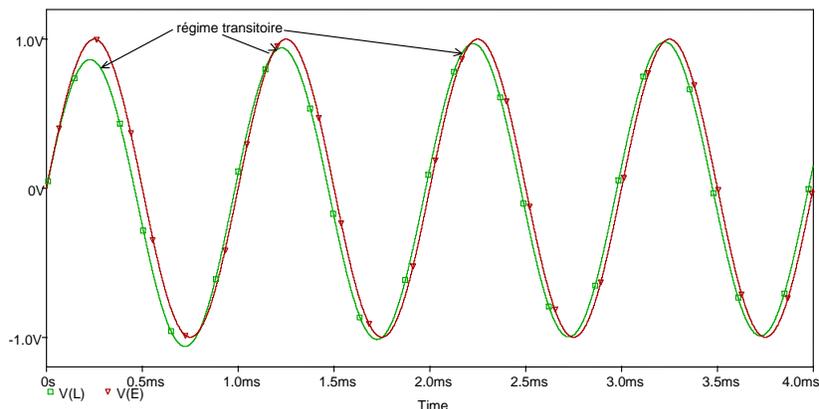
2. Expression analytique de la tension

$$v_L(t) = V_E \left[ -\sin \alpha \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \omega \cos(\omega t - \alpha) \right] = V_E \sin \alpha \left[ -\cos \alpha e^{-\frac{t}{\tau}} + \cos(\omega t - \alpha) \right]$$

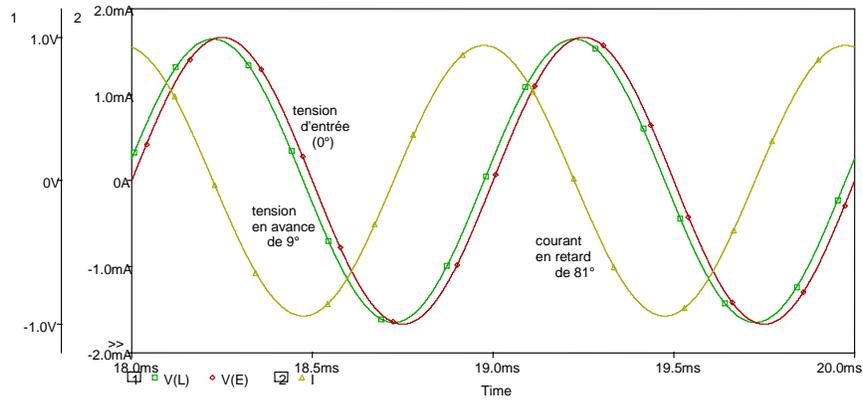
3. Déphasage

$$\cos(\omega t - \alpha) = \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2} - \alpha\right) \Rightarrow \varphi_L - \varphi_I = \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - (-\alpha) = +\frac{\pi}{2}$$

Régime transitoire ( $V_E = 1 \text{ V}$  et  $f = 1 \text{ kHz}$ )



Régime permanent



Régime sinusoïdal établi

$$\begin{cases} \underline{V_E} = (R + jL\omega) \underline{I} \\ \underline{V_L} = jL\omega \underline{I} \end{cases} \Rightarrow \underline{I} = \frac{\underline{V_E}}{R + jL\omega} \text{ et } \underline{V_L} = \frac{jL\omega}{R + jL\omega} \underline{V_E}$$

4. Modules et arguments

$$|\underline{I}| = \frac{|\underline{V_E}|}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \text{ et } \varphi_I = \varphi_E - \arctg \frac{L\omega}{R} \quad ( \underline{V_E} = |\underline{V_E}| e^{j\varphi_E} )$$

$$|\underline{V_L}| = \frac{L\omega}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} |\underline{V_E}| \text{ et } \varphi_L = \varphi_E + \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{L\omega}{R}$$

5. Comparaison du régime établi

$$i(t) = \frac{V_E}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \sin(\omega t + \varphi_I) \quad \leftrightarrow \quad |\underline{I}| \Im m [ e^{j(\omega t + \varphi_I)} ]$$

$$v_L(t) = V_E \sin \alpha \sin(\omega t + \varphi_L) \text{ avec } \sin \alpha = \omega = \frac{L\omega}{\tau R} = \frac{L\omega}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \quad \leftrightarrow \quad |\underline{V_L}| \Im m [ e^{j(\omega t + \varphi_L)} ]$$

Transformées de Laplace

$$\begin{cases} \underline{V_E}(p) = (R + Lp) I(p) \\ \underline{V_L}(p) = Lp I(p) \end{cases}$$

6. Fonction de transfert

$$H(p) = \frac{V_L(p)}{V_E(p)} = \frac{p}{1 + \frac{p}{\omega_n}} \quad \text{avec } \omega_n = \frac{R}{L} = \frac{1}{\tau}$$

7. Expression de la tension aux bornes de l'inductance

Tableau des transformées :  $\sin(\omega t) \rightarrow \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \Rightarrow V_L(p) = \frac{p}{p + \frac{1}{\tau}} \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} V_E$

Décomposition en éléments simples :

$$\frac{p}{\left(p + \frac{1}{\tau}\right)(p^2 + \omega^2)} = \frac{a}{p + \frac{1}{\tau}} + \frac{bp + c}{p^2 + \omega^2} = \frac{(a + b)p^2 + \left(\frac{b}{\tau} + c\right)p + \frac{c}{\tau} + a\omega^2}{\left(p + \frac{1}{\tau}\right)(p^2 + \omega^2)}$$

$$\Rightarrow b = -a = \frac{\tau}{1 + \tau^2\omega^2}, \quad c = \frac{\tau^2\omega^2}{1 + \tau^2\omega^2}$$

$$V_L(p) = V_E \frac{\omega}{\omega^2 + \left(\frac{1}{\tau}\right)^2} \left[ -\frac{1}{\tau} \frac{1}{p + \frac{1}{\tau}} + \frac{1}{\tau} \frac{p}{p^2 + \omega^2} + \omega \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \right]$$

Tableau des transformées :  $\frac{1}{p + a} \rightarrow e^{-at}$ ,  $\frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \rightarrow \sin(\omega t)$ ,  $\frac{p}{p^2 + \omega^2} \rightarrow \cos(\omega t)$

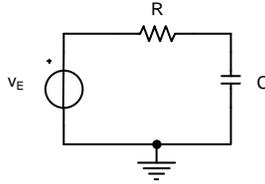
Posons  $\cos \alpha = \frac{1}{\tau}$  et  $\sin \alpha = \omega \Rightarrow \omega^2 + \left(\frac{1}{\tau}\right)^2 = 1$  et  $\cos \alpha \cos(\omega t) + \sin \alpha \sin(\omega t) = \cos(\omega t - \alpha)$

d'où  $v_L(t) = V_E \sin \alpha \left[ -\cos \alpha e^{-\frac{t}{\tau}} + \cos(\omega t - \alpha) \right]$

La technique dans le domaine temporel est d'une grande complexité, puisqu'elle fait apparaître des équations intégro-différentielles dont la résolution mathématique est rapidement limitée (utilisation du calcul numérique). La technique du calcul complexe est aisée, mais limitée uniquement à une excitation sinusoïdale fournissant le régime permanent (pas de transitoire). L'étude par les transformées de Laplace est la méthode la plus généraliste, pouvant fournir la réponse du circuit à une excitation quelconque.

### Corrélation entre temps de montée et fréquence de coupure d'un circuit RC

Soit le circuit RC avec condition initiale nulle.



Un échelon unité de tension d'amplitude  $V_E$  est appliqué au circuit. Le but du problème est d'écrire la relation exprimant la corrélation entre temps de montée et fréquence de coupure du circuit.

1. Ecrivez la fonction de transfert en tension  $V_C(p)/V_E(p)$  et tracez les courbes de réponse dans le plan de Bode (module et argument).
2. Par transformées de Laplace, donnez l'expression de la tension  $v_C(t)$ .
3. Ecrivez l'expression du temps de montée  $t_r$  défini par la différence des temps pour atteindre respectivement 90% et 10% de la valeur finale en fonction de la constante de temps du circuit.
4. Ecrivez la relation entre la fréquence de coupure  $f_h$  du circuit passe-bas et le temps de montée.

### Corrigé

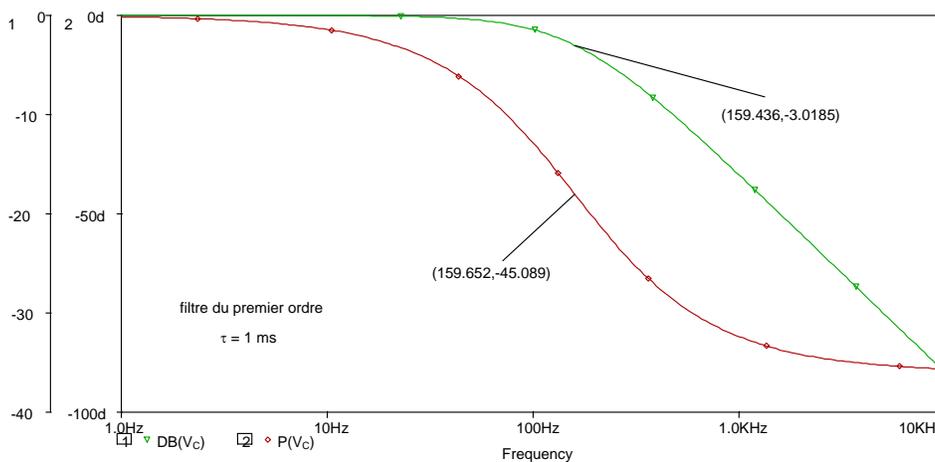
1. Fonction de transfert

A partir de l'équation dans le domaine temporel, on écrit

$$\frac{d}{dt}v_C(t) + \frac{1}{\tau}v_C(t) = \frac{v_E(t)}{\tau} \rightarrow pV_C(p) + \frac{1}{\tau}V_C(p) = \frac{1}{\tau}V_E(p)$$

ou directement 
$$\begin{cases} V_E(p) = \left(R + \frac{1}{Cp}\right)I(p) \\ V_C(p) = \frac{1}{Cp}I(p) \end{cases} \Rightarrow H(p) = \frac{V_C(p)}{V_E(p)} = \frac{1}{1 + \tau p} \quad \text{avec } \tau = RC$$

En régime sinusoïdal,  $H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau} \Rightarrow |H|_{dB} = -20 \log \sqrt{1 + (\omega\tau)^2}$ ,  $\varphi = -\arctg(\omega\tau)$



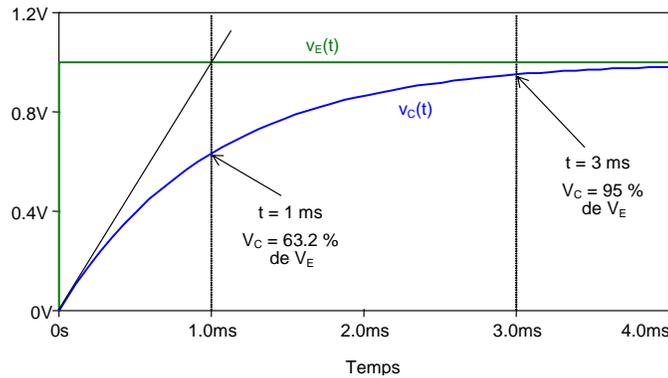
2. Réponse à l'échelon de tension

$$V_C(p) = \frac{V_E}{p(1 + \tau p)} = \frac{V_E}{p} - \frac{V_E}{p + \frac{1}{\tau}} \quad \text{avec } V_E(p) = \frac{V_E}{p} \quad (\text{échelon de tension d'amplitude } V_E)$$

Tableau des transformées  $F(p) = \frac{1}{p + \alpha} \rightarrow f(t) = e^{-\alpha t} \cdot u(t)$ , d'où  $v_C(t) = V_E \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$

L'application des théorèmes de la valeur initiale et de la valeur finale donne immédiatement la valeur de cette fonction à l'origine et au temps infini sans qu'il soit nécessaire de calculer  $v_C(t)$  :

$$pV_C(p) = \frac{V_E}{1 + \tau p} \Rightarrow \lim_{p \rightarrow \infty} pV_C(p) = \lim_{t \rightarrow 0} v_C(t) = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{p \rightarrow 0} pV_C(p) = \lim_{t \rightarrow \infty} v_C(t) = V_E$$



$$V_E = 1V, \tau = 1ms, \text{ pente à l'origine } \left[ \frac{d}{dt} v_C(t) \right]_{t=0} = \frac{V_E}{\tau}, v_C(\tau) \cong 0.632V, v_C(3\tau) \cong 0.95V$$

3. Expression de  $t_r(\tau)$

$$\begin{cases} v_C(t_1) = 0.1V_E & \rightarrow t_1 = \tau \ln \frac{10}{9} \\ v_C(t_2) = 0.9V_E & \rightarrow t_2 = \tau \ln 10 \end{cases} \Rightarrow t_r = t_2 - t_1 = \tau \ln 9 \quad \text{soit } t_r \cong 2.2\tau$$

L'échelon est la combinaison de la variation de la tension la plus abrupte et de la plus lente variation possible de tension.

4. Expression de  $t_r(f_h)$

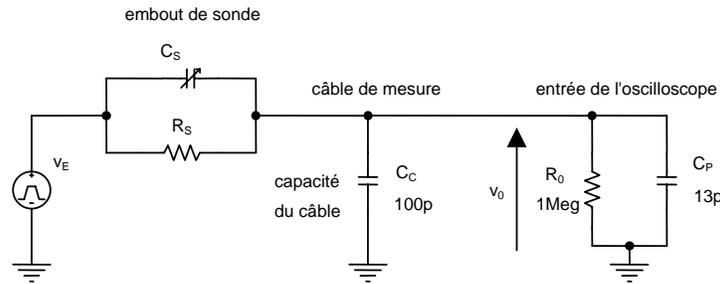
$$H(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_h}} \quad \text{avec } \omega_h = \frac{1}{\tau} \Rightarrow t_r \cong \frac{2.2}{\omega_h} \quad \text{ou} \quad t_r \cong \frac{0.35}{f_h}$$

$f_h$  étant la fréquence de coupure haute du passe-bas du 1° ordre.

Si le système est un passe-bas à plusieurs pôles, cette relation est une approximation d'autant meilleure que la valeur de  $f_h$  est faible devant celles des autres pôles (pôle dominant).

### Sonde passive d'oscilloscope

Soit le schéma de principe d'une sonde passive atténuatrice.



L'amplificateur vertical de l'oscilloscope est représenté par le schéma équivalent parallèle  $R_0 - C_P$  aux bornes duquel existe la tension  $v_0(t)$ .

1. Ecrivez la fonction de transfert  $V_0(p)/V_E(p)$ .
2. Donnez la condition pour que la fonction de transfert soit indépendante de la fréquence. Evaluez la résistance  $R_S$  pour avoir une atténuation de rapport 1/10 et déduisez la valeur de la capacité  $C_{S_0}$  découlant de la condition.
3. Déterminez l'impédance d'entrée de la sonde branchée sur l'oscilloscope, sous forme d'un schéma  $R-C$  parallèle à la condition précédente.
4. Calculez et tracez les réponses temporelles de  $v_0(t)$  à un échelon de tension unité pour une capacité de sonde réglée aux valeurs  $C_{S_0} \pm \Delta C_S$  (on supposera que  $C_S \gg \Delta C_S/10$  et que les bandes passantes de la sonde et de l'oscilloscope sont très larges).

Le temps de montée lu sur l'écran d'un oscilloscope est donné par  $t_{rlu} \cong \sqrt{t_{r_{signal}}^2 + t_{r_{oscillo}}^2 + t_{r_{sonde}}^2}$ . Pour effectuer cette mesure, on dispose d'un oscilloscope associé à une sonde dont les bandes passantes sont respectivement de 100 MHz et de 500 MHz.

5. Calculez l'erreur commise sur la mesure de signaux carrés dont le temps de montée serait de 5 ns et 50 ns.

Formulaire :  $t_r \cong \frac{0.35}{f_h}$ ,  $t_{rlu} = \sqrt{t_{r_{signal}}^2 + t_{r_{oscillo}}^2 + t_{r_{sonde}}^2}$ .

### Corrigé

Posons  $C_0 = C_C + C_P = 113 \text{ pF}$ ,  $\tau_0 = R_0 C_0$  et  $\tau_S = R_S C_S$ .

1. Fonction de transfert

$$H(p) = \frac{V_0(p)}{V_E(p)} = \frac{Z_0(p)}{Z_0(p) + Z_S(p)} \quad \text{avec } Z(p) = \frac{R}{1 + RCp} \Rightarrow H(p) = \frac{R_0}{R_0 + R_S} \frac{1 + \tau_S p}{1 + \frac{R_0 \tau_S + R_S \tau_0}{R_0 + R_S} p}$$

2. Condition pour un régime apériodique

La fonction de transfert est indépendante de la fréquence si  $\tau_S = \frac{R_0 \tau_S + R_S \tau_0}{R_0 + R_S}$  soit  $\tau_S = \tau_0$ .

Sonde atténuatrice de rapport 1/10  $\rightarrow H = \frac{R_0}{R_0 + R_S} = \frac{1}{10} \Rightarrow \begin{cases} R_S = 9R_0 = 9 \text{ M}\Omega \\ C_{S_0} = \frac{C_0}{9} = 12.56 \text{ pF} \end{cases}$

3. Impédance d'entrée de la sonde

$$Z_E(p) = Z_S(p) + Z_0(p)$$

Au réglage optimal de la sonde  $\rightarrow Z_E(p) = \frac{10R_0}{1 + R_0C_0p} = \frac{R_E}{1 + R_EC_Ep}$  soit  $R_E = 10R_0 = 10 \text{ M}\Omega$  en parallèle avec  $C_E = C_0/10 = 11.3 \text{ pF}$ .

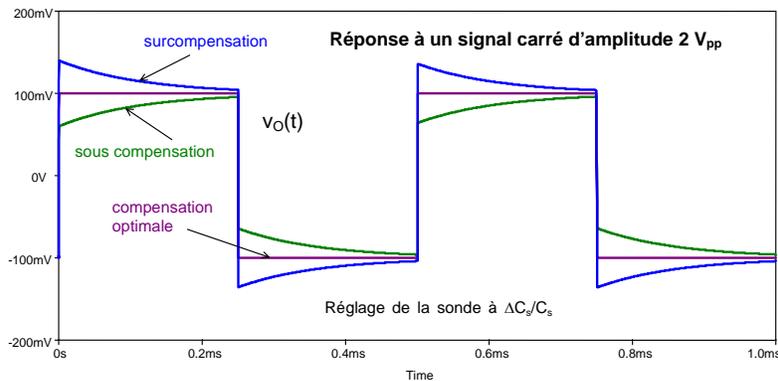
4. Réponses temporelles

$$C_S = C_{S_0} \pm \Delta C_S \Rightarrow \tau_S = \tau_0 \pm \Delta\tau$$

$$H(p) = \frac{1}{10} \frac{1 + (\tau_0 \pm \Delta\tau)p}{1 + \left(\tau_0 \pm \frac{\Delta\tau}{10}\right)p} \cong \frac{1}{10} \left( 1 \pm \frac{\Delta\tau p}{1 + \tau_0 p} \right) \quad \text{d'où } V_0(p) \cong \frac{1}{10} \left( \frac{1}{p} \pm \frac{\Delta\tau}{\tau_0} \frac{1}{1 + p\tau_0} \right)$$

Transformation inverse de Laplace  $\rightarrow v_0(t) \cong \frac{1}{10} \left( 1 \pm \frac{\Delta C_S}{C_{S_0}} e^{-\frac{t}{\tau_0}} \right)$

Trois cas de réglage de la sonde apparaissent au sein de la simulation ci-dessous, à savoir la compensation optimale ( $\Delta C_S = 0$ ), la surcompensation ( $\Delta C_S > 0$ ), la sous compensation ( $\Delta C_S < 0$ ).



5. Erreur commise sur la mesure

Instrumentation :  $t_{r_{oscillo}} = \frac{0.35}{10^8} = 3.5 \text{ ns}$  (bande passante 100 MHz)

$$t_{r_{sonde}} = \frac{0.35}{5 \cdot 10^8} = 0.7 \text{ ns}$$
 (bande passante 500 MHz)

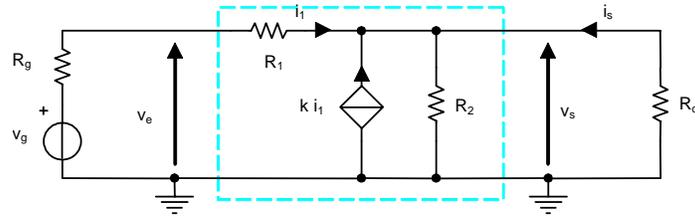
Signal :  $t_{r_{lu}} \cong t_{r_{signal}}$  (à 1 % près) pour  $t_{r_{signal}} = 50 \text{ ns}$

$$t_{r_{lu}} \cong 6.14 \text{ ns}, \text{ soit une erreur de } 1.14 \text{ ns (23\%)} \text{ pour } t_{r_{signal}} = 5 \text{ ns}.$$

Pour l'étude de circuits numériques, nous constatons que l'instrumentation n'est pas assez performante.

### Caractérisation d'un quadripôle

Le but de ce problème est de caractériser un quadripôle, c'est-à-dire d'évaluer ses résistance d'entrée et de sortie et son transfert, en présence d'une source contrôlée.



1. Déterminez la résistance d'entrée  $R_e$  du quadripôle chargé par  $R_{ch}$ .
2. Déterminez les éléments  $R_{Th}$  et  $v_{Th}$  de Thévenin formant le dipôle de sortie du quadripôle non chargé par  $R_{ch}$ .
3. Dessinez le nouveau schéma équivalent du quadripôle, puis dessinez ce schéma sous la forme modélisée d'un amplificateur de tension.

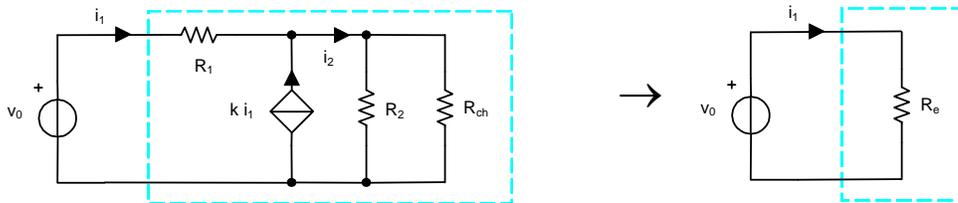
### Corrigé

La difficulté de la mise en équations du système linéaire et de sa résolution vient de la présence de la source de courant  $k i_1$  contrôlée par le courant  $i_1$  de la branche supportant la résistance  $R_1$ . Ce type de source, symbolisée par un losange, représente une modélisation de comportement correspondant à un transfert d'un courant de branche (branche contrôlante) vers une autre branche (branche contrôlée) à un coefficient constant près ( $k$ ). La source est donc dépendante d'une autre branche et, de ce fait, n'a rien de commun avec une source fournissant une excitation au circuit tel que le générateur indépendant de tension symbolisé par un cercle ( $v_g$ ).

1. Expression de la résistance d'entrée

Le quadripôle, chargé par la résistance de charge  $R_{ch}$ , constitue un dipôle dont la résistance équivalente  $R_e$  est obtenue par l'application du théorème de Thévenin/Norton.

Par définition, la résistance d'entrée s'écrit  $R_e = \frac{V_0}{i_1}$  d'après le schéma à droite ci-dessous.

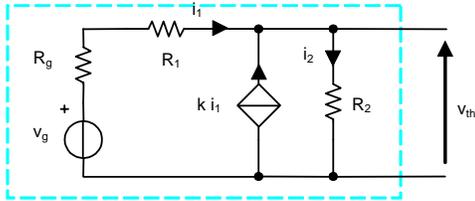


La topologie du circuit se simplifie en posant  $R_{eq} = R_2 // R_{ch}$ , ce qui conduit à l'écriture d'une maille et d'un nœud.

$$\begin{cases} v_0 = R_1 i_1 + R_{eq} i_2 \\ (k+1)i_1 = i_2 \end{cases} \Rightarrow v_0 = R_1 i_1 + R_{eq} (k+1)i_1, \text{ d'où } R_e = R_1 + (k+1)(R_2 // R_{ch})$$

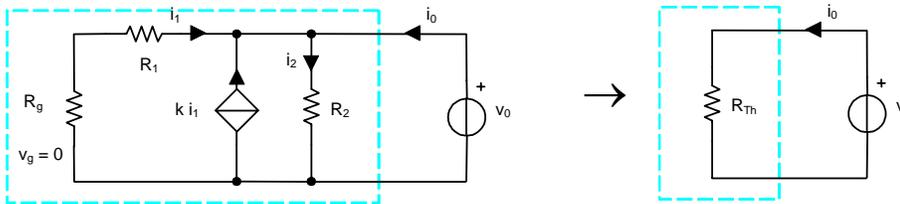
2. Expressions des éléments de Thévenin

La tension de Thévenin étant une tension à vide, la résistance de charge est donc débranchée. La topologie présente une maille et un nœud, soit deux équations auxquelles il faut ajouter la tension aux bornes de la résistance  $R_2$  afin de définir  $v_{Th}$ .



$$\begin{cases} (k+1)i_1 = i_2 \\ v_g = (R_g + R_1)i_1 + R_2 i_2 \\ v_{Th} = R_2 i_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_g = \left( \frac{R_g + R_1}{k+1} + R_2 \right) i_2 \\ v_{Th} = R_2 i_2 \end{cases} \text{ d'où } v_{Th} = \frac{(k+1)R_2}{R_g + R_1 + (k+1)R_2} v_g$$

Le dipôle devant être passif, la source indépendante de tension  $v_g$  est éteinte, mais la source de courant contrôlée par le courant  $i_1$  est présente. La résistance du dipôle s'écrit  $R_{Th} = \frac{v_0}{i_0}$ .



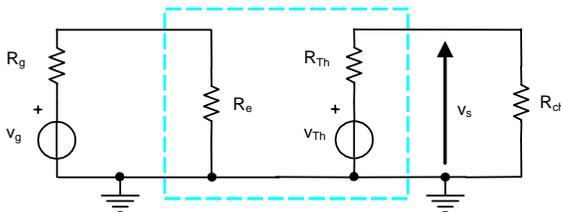
La topologie présente deux mailles et un nœud, donc un système de trois équations à résoudre

$$\begin{cases} i_0 + (k+1)i_1 = i_2 \\ v_0 = R_2 i_2 \\ v_0 = -(R_g + R_1)i_1 \end{cases} \Rightarrow i_0 = \frac{v_0}{R_2} + (k+1) \frac{v_0}{R_g + R_1}$$

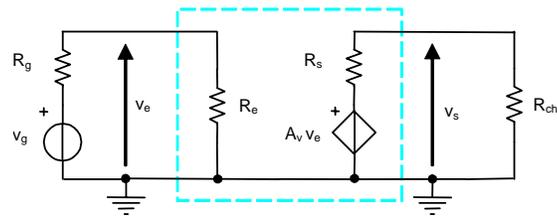
d'où  $\frac{1}{R_{Th}} = \frac{1}{R_2} + \frac{k+1}{R_g + R_1}$  (conductance) ou encore  $R_{Th} = R_2 // \frac{R_g + R_1}{k+1}$  (résistance).

3. Schémas équivalents du quadripôle

Le générateur ( $v_g, R_g$ ) voit à ses bornes la résistance d'entrée du quadripôle et la charge voit à ses bornes le dipôle équivalent sous forme Thévenin.

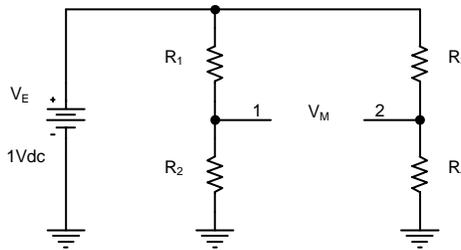


La modélisation du quadripôle sous la forme d'un amplificateur de tension utilise une source de tension contrôlée par la tension  $v_e$  aux bornes de la branche contrôlante supportant  $R_e$ . D'autre part, la résistance de sortie  $R_s$  du quadripôle s'identifie à  $R_{Th}$ .



## Sensibilité d'un pont de Wheatstone

Le schéma du pont de Wheatstone est le suivant.



Le but de ce problème est de définir les conditions sur les quatre résistances afin d'obtenir une sensibilité maximale du pont.

1. Ecrivez l'expression analytique de la tension différentielle  $V_M$  aux points de mesure 1 et 2 et déduisez la condition pour que cette tension soit nulle.
2. Déterminez la sensibilité du pont et écrivez la condition sur les résistances pour que cette sensibilité soit maximale.
3. Pour des résistances à tolérance 1%, évaluez l'erreur maximale sur la tension  $V_M$  dans le cas d'une sensibilité maximale du pont.

## Corrigé

1. Condition d'équilibre du pont

$$\begin{cases} V_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_E \\ V_2 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_E \end{cases} \Rightarrow V_M = \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) V_E$$

La condition pour que la tension différentielle  $V_M$  soit nulle est  $R_1 R_4 = R_2 R_3$ .

2. Sensibilité du pont

La tension différentielle est fonction de cinq paramètres  $V_M(R_1, R_2, R_3, R_4, V_E)$  et l'approche au

premier ordre donne  $dV_M = \frac{\partial V_M}{\partial R_1} dR_1 + \frac{\partial V_M}{\partial R_2} dR_2 + \frac{\partial V_M}{\partial R_3} dR_3 + \frac{\partial V_M}{\partial R_4} dR_4 + \frac{\partial V_M}{\partial V_E} dV_E$  avec

$$\frac{\partial V_M}{\partial R_1} = -\frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2} V_E = -\frac{a}{(a+1)^2} \frac{1}{R_1} V_E, \quad \frac{\partial V_M}{\partial R_2} = \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2} V_E = \frac{a}{(a+1)^2} \frac{1}{R_2} V_E,$$

$$\frac{\partial V_M}{\partial R_3} = -\frac{R_4}{(R_3 + R_4)^2} V_E = -\frac{a}{(a+1)^2} \frac{1}{R_3} V_E, \quad \frac{\partial V_M}{\partial R_4} = \frac{R_3}{(R_3 + R_4)^2} V_E = \frac{a}{(a+1)^2} \frac{1}{R_4} V_E,$$

$$\frac{\partial V_M}{\partial V_E} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 0 \text{ en posant } \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} = a.$$

$$\text{d'où } dV_M = S \left( -\frac{dR_1}{R_1} + \frac{dR_2}{R_2} - \frac{dR_3}{R_3} + \frac{dR_4}{R_4} \right) V_E \text{ avec } S = \frac{a}{(a+1)^2}$$

La sensibilité devient maximale si  $\frac{dS}{da} = 0 \Rightarrow a = 1, S_{\max} = \frac{1}{4}$   
d'où la condition  $R_1 = R_2$  et  $R_3 = R_4$ .

### 3. Erreur maximale sur la tension différentielle

$$\Delta V_M = S 4 \frac{\Delta R}{R} V_E \text{ et pour } S_{\max}, \Delta V_{M_{\max}} = 10 \text{ mV}$$

La sensibilité du détecteur de zéro doit être meilleure que l'erreur maximale. Ainsi, pour mesurer des résistances avec une précision de 1% à partir d'une source fournissant 1 V, il faut que le détecteur ait une sensibilité meilleure que 10 mV.

## Dispersion de caractéristiques d'un JFET

L'étude porte sur la comparaison de la dispersion, en régime continu, obtenue à partir de deux topologies de schéma (figures 1 et 2). Le constructeur donne les dispersions suivantes pour le transistor à effet de champ de type 2N4416A :

$$\text{dispersions maximales} \rightarrow I_{DSS} = 15 \text{ mA}, V_P = -6 \text{ V}$$

$$\text{dispersions minimales} \rightarrow I_{DSS} = 5 \text{ mA}, V_P = -2.5 \text{ V}$$

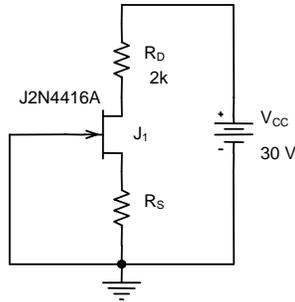


figure 1

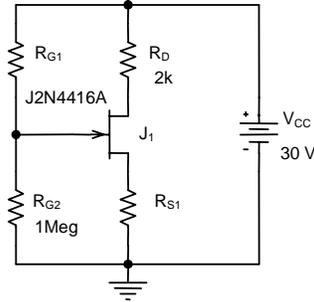


figure 2

### Polarisation automatique (figure 1)

La polarisation du transistor est obtenue automatiquement par la tension continue produite aux bornes de la résistance de source. Le transistor à dispersion maximale est d'abord monté dans ce circuit, puis remplacé par le transistor à dispersion minimale.

1. Calculez la résistance de source  $R_S$  pour avoir le point de fonctionnement  $V_{GS_0} = -2 \text{ V}$  dans le cas de dispersion maximale.
2. Évaluez la dispersion sur  $I_{D_0}, V_{DS_0}, V_{GS_0}$ .

### Polarisation mixte (figure 2)

Une autre façon de polariser le transistor est employée, mettant en oeuvre la polarisation automatique utilisée précédemment associée à un pont de grille. Dans le cas où la résistance  $R_{G_1}$  est de valeur infinie, le montage redevient à polarisation automatique. Les démarches analytiques restent identiques, si ce n'est d'introduire la nouvelle valeur de la résistance de source.

3. En prenant la résistance de source  $R_{S_1} = 3 R_S$ , calculez la résistance de pont de grille  $R_{G_1}$  pour avoir le point de fonctionnement  $V_{GS_0} = -2 \text{ V}$  dans le cas de dispersion maximale.
4. Évaluez la dispersion sur  $I_{D_0}, V_{DS_0}, V_{GS_0}$ .

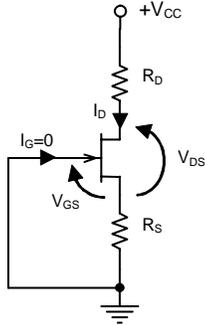
### Comparaison des deux topologies

5. Concluez sur le choix de la topologie du circuit.

## Corrigé

### Polarisation automatique

#### 1. Evaluation de la résistance $R_S$



$$\begin{cases} I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2 & \text{(transistor)} \\ (I_S \cong I_D) \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{CC} \cong (R_D + R_S)I_D + V_{DS} & \text{(circuit)} \\ V_{GS} \cong -R_S I_D \end{cases}$$

système de 3 équations à 3 inconnues ( $I_D, V_{DS}, R_S$ )

$$I_{D_o} = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS_o}}{V_P}\right)^2 \cong 6.67 \text{ mA}, R_S \cong \frac{-V_{GS_o}}{I_{D_o}} \cong 300 \Omega, V_{DS_o} \cong V_{CC} - (R_D + R_S)I_{D_o} \cong 14.7 \text{ V}$$

#### 2. Evaluation des dispersions

Le transistor à dispersion minimale est monté en place du transistor précédent. Les équations du système à résoudre demeurent inchangées, mais les inconnues sont maintenant  $I_D, V_{GS}, V_{DS}$ , ce qui conduit à la résolution d'une équation du second degré.

$$\frac{V_{GS}^2}{V_P^2} + \left(\frac{1}{I_{DSS} R_S} - \frac{2}{V_P}\right)V_{GS} + 1 = 0 \Rightarrow V_{GS_o} \cong -0.74 \text{ V} \text{ telle que } V_P < V_{GS_o} < 0 \text{ (JFET canal N)}$$

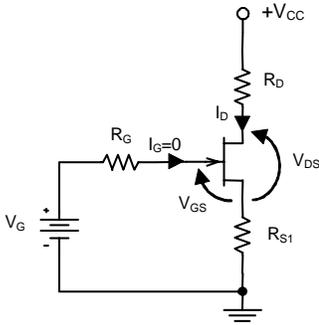
$$\text{et } I_{D_o} = \frac{-V_{GS_o}}{R_S} \cong 2.48 \text{ mA}, V_{DS_o} = V_{CC} - (R_D + R_S)I_{D_o} \cong 24.3 \text{ V}$$

Les dispersions extrêmes donnent des écarts de position du point de repos dans le plan de sortie  $\Delta I_D \cong 4.2 \text{ mA}, \Delta V_{DS} \cong 9.6 \text{ V}$  pour cette structure de circuit.

### Polarisation mixte

#### 3. Evaluation de la résistance de pont de grille $R_{G_1}$

Une maille d'entrée unique apparaît après application du théorème de Thévenin.



$$I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2 \text{ (transistor)}$$

$$\begin{cases} V_{CC} \cong (R_D + R_{S_1})I_D + V_{DS} & \text{(circuit)} \\ V_{GS} \cong V_G - R_{S_1} I_D \end{cases}$$

$$\text{avec } V_G = \frac{R_{G_2}}{R_{G_1} + R_{G_2}} V_{CC}, R_G = R_{G_1} // R_{G_2}$$

$$I_{D_o} \cong 6.67 \text{ mA}, V_G \cong 4 \text{ V}, R_{G_1} \cong 6.5 \text{ M}\Omega, V_{DS_o} \cong 10.7 \text{ V}$$

#### 4. Evaluation des dispersions

Le transistor à dispersion minimale est monté en place du transistor précédent.

$$\frac{V_{GS}^2}{V_P^2} + \left( \frac{1}{I_{DSS} R_{S_1}} - \frac{2}{V_P} \right) V_{GS} + 1 - \frac{V_G}{I_{DSS} R_{S_1}} = 0 \Rightarrow V_{GS_o} \cong -0.11 \text{ V}, I_{D_o} \cong 4.57 \text{ mA}, V_{DS_o} \cong 16.7 \text{ V}$$

Les dispersions extrêmes donnent des écarts de position du point de repos dans le plan de sortie  $\Delta I_D \cong 2.1 \text{ mA}$ ,  $\Delta V_{DS} \cong 6 \text{ V}$  pour cette structure de circuit.

#### 5. Conclusion

La polarisation mixte diminue le phénomène de dispersion. En effet dans le plan de sortie, les plages des coordonnées du point de repos sont réduites de  $\Delta I_D = 4.2 \text{ mA} \rightarrow 2.1 \text{ mA}$  et  $\Delta V_{DS} = 9.6 \text{ V} \rightarrow 6 \text{ V}$ .

### Polarisation d'un transistor bipolaire

L'étude porte sur diverses topologies permettant de polariser un transistor bipolaire avec un courant de collecteur donné et se placer sensiblement au milieu de la droite de charge statique dans les caractéristiques de sortie.

Le transistor est de type 2N1711 ( $\beta_{typique} = 150$ ).

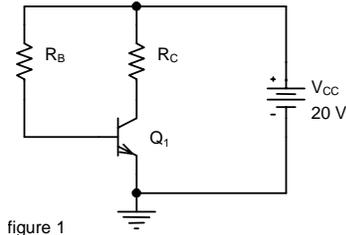


figure 1

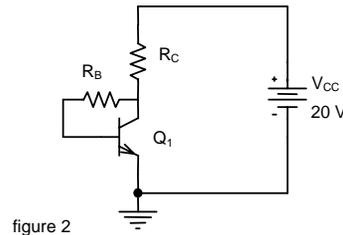


figure 2

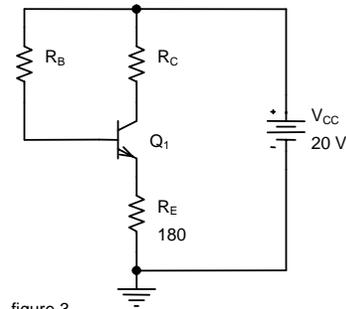


figure 3

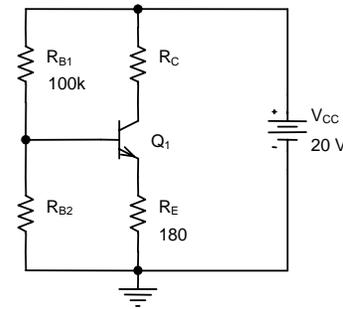


figure 4

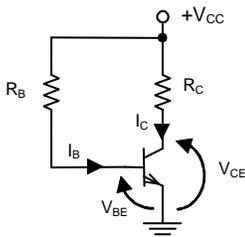
Déterminez les résistances au sein des topologies suivantes, pour un courant  $I_{C_o} = 10\text{ mA}$  et en prenant  $V_{BE_o} \cong 0.6\text{ V}$ .

1. Polarisation simple (figure 1).
2. Polarisation par résistance entre collecteur et base (figure 2).
3. Polarisation avec résistance d'émetteur (figure 3).
4. Polarisation avec résistance d'émetteur et pont de base (figure 4).

### Corrigé

Le point de repos étant placé sensiblement au milieu de la droite de charge statique dans les caractéristiques de sortie, la tension  $V_{CE_o} \cong V_{CC}/2 = 10\text{ V}$

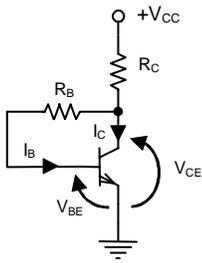
1. Polarisation simple



$$\begin{cases} V_{CC} = R_C I_C + V_{CE} \\ V_{CC} = R_B I_B + V_{BE} \\ I_C = \beta I_B \end{cases}$$

$$\Rightarrow R_C = \frac{V_{CC} - V_{CE_o}}{I_{C_o}} = 1\text{ k}\Omega, R_B = \frac{V_{CC} - V_{BE_o}}{I_{C_o}} \beta = 291\text{ k}\Omega$$

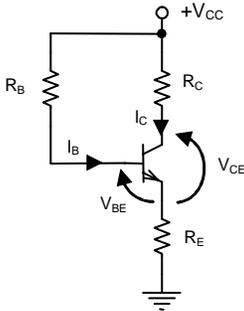
2. Polarisation par résistance entre collecteur et base



$$\begin{cases} V_{CC} = R_C(I_C + I_B) + V_{CE} \\ V_{CE} - V_{BE} = R_B I_B \\ I_C = \beta I_B \end{cases}$$

$$\Rightarrow R_C = \frac{V_{CC} - V_{CE_0}}{I_{C_0}} \frac{\beta}{\beta + 1} \cong 1 \text{ k}\Omega, R_B = \frac{V_{CE_0} - V_{BE_0}}{I_{C_0}} \beta = 141 \text{ k}\Omega$$

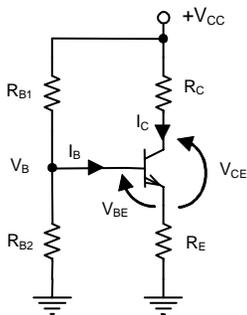
3. Polarisation avec résistance d'émetteur



$$\begin{cases} V_{CC} = V_{CE} + R_C I_C + R_E I_E \\ V_{CC} = R_B I_B + V_{BE} + R_E I_E \\ I_E = I_B + I_C \\ I_C = \beta I_B \end{cases} \Rightarrow R_C \cong \frac{V_{CC} - V_{CE_0}}{I_{C_0}} - R_E = 820 \Omega,$$

$$R_B \cong \left( \frac{V_{CC} - V_{BE_0}}{I_{C_0}} - R_E \right) \beta \cong 264 \text{ k}\Omega$$

4. Polarisation avec résistance d'émetteur et pont de base



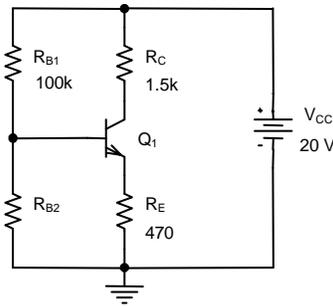
$$\begin{cases} V_B = R_B I_B + V_{BE} + R_E I_E \\ V_{CC} = R_C I_C + V_{CE} + R_E I_E \end{cases} \quad V_B = \frac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} V_{CC}, R_B = R_{B1} // R_{B2}$$

$$R_C \cong \frac{V_{CC} - V_{CE_0}}{I_{C_0}} - R_E = 820 \Omega, R_B \cong \frac{V_{BE_0} + R_E I_{C_0}}{\frac{V_{CC} - I_{C_0}}{R_{B1}} \beta} \cong 18 \text{ k}\Omega,$$

$$R_{B2} \cong 22 \text{ k}\Omega$$

### Stabilité du point de repos par résistance d'émetteur

L'étude porte sur le comportement du montage de la figure ci-dessous en fonction de la température.



Le transistor, de type 2N1711 ( $\beta_{typique} = 150$ ), possède les caractéristiques constructeur

$$P_{tot}(T_A \leq 25^\circ\text{C})_{max} = 0.8\text{ W}, T_{Jmax} = 200^\circ\text{C}, R_{thJA} = 220^\circ\text{C/W}, R_{thJB} = 58^\circ\text{C/W}$$

#### Etude du régime continu

1. En supposant  $I_B \ll I_C$  et  $V_{BE} \ll V_{CE}$ , écrivez que la puissance  $P_d$  dissipée dans le transistor, satisfait à la condition  $dP_d/dI_C = 0$  et déduisez le point de repos correspondant et la valeur de la résistance  $R_{B_2}$  nécessaire pour polariser correctement le transistor ( $V_{BE_0} \cong 0.6\text{ V}$ ).
2. En prenant comme valeur de température ambiante  $T_A = 25^\circ\text{C}$ , calculez la température  $T_J$  de la jonction.

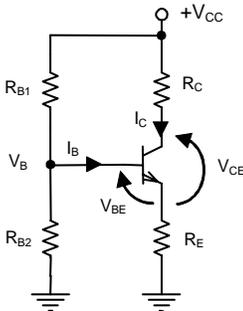
#### Stabilité en température

3. Dans le cas général, écrivez  $I_C = [\beta(T), V_{BE}(T), I_{CBO}(T)]$ .
4. Déduisez les facteurs de stabilité  $S_I = \partial I_C / \partial I_{CBO}$ ,  $S_V = \partial I_C / \partial V_{BE}$ ,  $S_\beta = \partial I_C / \partial \beta$ .
5. Evaluez dans le cas du montage  $dI_C/dT$  et  $dV_{CE}/dT$  sachant que, pour le silicium, le fabricant indique  $dV_{BE}/dT \cong -2.5\text{ mV}/^\circ\text{C}$ ,  $d\beta/(\beta dT) \cong 0.5\% / ^\circ\text{C}$ ,  $dI_{CBO}/(I_{CBO} dT) \cong 11\% / ^\circ\text{C}$  et  $I_{CBO} = 1\text{ nA}$  à  $25^\circ\text{C}$ .

### Corrigé

#### Etude du régime continu

1. Expression de la puissance dissipée



$$\begin{cases} V_B = R_B I_B + V_{BE} + R_E I_E \\ V_{CC} = R_C I_C + V_{CE} + R_E I_E \\ I_E = I_B + I_C \\ I_C = \alpha I_E + I_{CBO} \end{cases}$$

avec  $V_B = \frac{R_{B_2}}{R_{B_1} + R_{B_2}} V_{CC}$ ,  $R_B = R_{B_1} // R_{B_2}$

et  $I_{CBO}$  courant de fuite de la jonction base-collecteur polarisée en inverse (dérive thermique).

Les deux jonctions présentées par le transistor produisent une résistance au passage des courants, d'où une puissance dissipée en chaleur. La traversée du courant  $I_C$  à travers la jonction base-collecteur, aux bornes de laquelle existe la tension  $V_{CB}$ , produit une dissipation de puissance égale à  $V_{CB} I_C$ . De la même façon, la puissance dissipée dans la jonction base-émetteur vaut  $V_{BE} I_E$ . La puissance dissipée dans le transistor s'écrit

$$P_d = V_{BE} I_E + V_{CB} I_C = V_{BE} I_B + (V_{CB} + V_{BE}) I_C = V_{BE} I_B + V_{CE} I_C \cong V_{CE} I_C \text{ car } I_B \ll I_C \text{ et } V_{BE} \ll V_{CE}.$$

La puissance transformée en chaleur dans le transistor est presque intégralement dissipée par la jonction base-collecteur dont le courant de fuite  $I_{CBO}$  varie en fonction de la température.

En considérant que  $I_E \cong I_C$  ( $\beta \gg 1$ ) dans l'équation de la maille de sortie,

$$P_d \cong I_C [V_{CC} - (R_C + R_E) I_C] \text{ d'où } \frac{dP_d}{dI_C} = 0 \Rightarrow V_{CC} = 2(R_C + R_E) I_C$$

cinquième équation du système linéaire dont les cinq inconnues sont  $I_B, I_C, I_E, V_{CE}, R_{B_2}$ .

La puissance dissipée passe par un maximum au point de repos (fonction parabolique)

$$I_{C_0} \cong \frac{V_{CC}}{2(R_C + R_E)} \cong 5 \text{ mA} \text{ et } V_{CE_0} \cong V_{CC} - (R_C + R_E) I_{C_0} = \frac{V_{CC}}{2} = 10 \text{ V}.$$

Ces expressions, respectivement ordonnée et abscisse du point de repos dans le plan de sortie du transistor, montrent une polarisation en classe A (au milieu de la droite de charge statique). En ce point, il y a le meilleur effet de stabilisation possible du courant collecteur en fonction de la température. En effet, à une variation de  $I_C$  correspond une variation minimale de  $P_d$  (sommet de la parabole). Il paraît donc souhaitable de polariser le transistor au milieu de la droite de charge à condition, bien sur, de pouvoir dissiper la puissance maximale

$$P_{d_{\max}} = \frac{V_{CC}^2}{4(R_C + R_E)} \cong 50 \text{ mW} \quad (\ll 800 \text{ mW}).$$

En considérant  $I_E \cong I_C$ , la maille d'entrée s'écrit

$$\frac{R_B}{R_{B_1}} V_{CC} \cong R_B \frac{I_C}{\beta} + V_{BE} + R_E I_C \Rightarrow R_B \cong \frac{V_{BE_0} + R_E I_{C_0}}{\frac{V_{CC}}{R_{B_1}} - \frac{I_{C_0}}{\beta}} \cong 18 \text{ k}\Omega \text{ et } R_{B_2} \cong 22 \text{ k}\Omega.$$

## 2. Calcul de la température $T_J$

La puissance maximale que peut dissiper un transistor, pour une température ambiante déterminée, est une constante qui dépend des dimensions géométriques du transistor

$$P_d = \frac{T_J - T_A}{R_{th_{JA}}} \quad (\text{approche linéaire})$$

avec  $T_J$  température de la jonction ( $T_{J_{\max}} = 200 \text{ }^\circ\text{C}$ ),  $T_A$  température ambiante ( $T_A = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ ),  $R_{th_{JA}}$  résistance thermique jonction-ambiant ( $R_{th_{JA}} = 220 \text{ }^\circ\text{C/W}$ ).

A remarquer que la formule satisfait les données constructeur  $P_{tot_{\max}} = \frac{T_{J_{\max}} - T_A}{R_{th_{JA}}} \cong 0.8 \text{ W}$ .

La température de la jonction vaut  $T_J = T_A + R_{th_{JA}} P_d = 36 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Il est possible d'avoir une approche de la température du boîtier  $T_B$  en considérant la résistance thermique jonction-boîtier ( $R_{th_{JB}} = 58 \text{ }^\circ\text{C/W}$ ), soit  $T_B = T_J - R_{th_{JB}} P_d \cong 33 \text{ }^\circ\text{C}$ .

L'utilisation d'un radiateur permettrait d'augmenter le pouvoir de dissipation du transistor,

$$P_d = \frac{T_J - T_A}{R_{th_{JB}} + R_{th_{BR}} + R_{th_{RA}}}$$

avec  $R_{th_{BR}}$  résistance thermique boîtier-radiateur,  $R_{th_{RA}}$  résistance thermique radiateur-ambiant.

La somme des résistances thermiques serait alors de valeur plus faible que la résistance thermique  $R_{th_{JA}}$  du transistor seul.

### Stabilité en température

#### 3. Expression de $I_C(\beta, V_{BE}, I_{CBO})$

$$\begin{cases} V_B = R_B I_B + V_{BE} + R_E I_E \\ I_C = \frac{\beta}{\beta+1} I_E + I_{CBO} \\ I_E = I_B + I_C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_B = (R_B + R_E) I_E + V_{BE} - R_B I_C \\ I_C = \frac{\beta}{\beta+1} I_E + I_{CBO} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I_C = \frac{(R_E + R_B)(\beta+1)I_{CBO} + \beta(V_B - V_{BE})}{R_B + (\beta+1)R_E}$$

Le courant collecteur est fonction d'un ensemble de variables physiques dépendantes de la température

#### 4. Calcul des facteurs de stabilité

Ces facteurs sont les mesures de la stabilité de la polarisation du transistor. Ils sont définis comme le rapport d'une variation  $\Delta I_C$  du courant collecteur due à une variation de température, à la variation correspondante d'une des fonctions suivantes  $I_{CBO}(T)$ ,  $V_{BE}(T)$ ,  $\beta(T)$ , les autres variations étant nulles, d'où  $\Delta I_C = S_I \Delta I_{CBO} + S_V \Delta V_{BE} + S_\beta \Delta \beta$ .

Pour des variations suffisamment faibles des variables fonctions de la température, la relation au premier ordre est utilisée  $dI_C = \frac{\partial I_C}{\partial I_{CBO}} dI_{CBO} + \frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} dV_{BE} + \frac{\partial I_C}{\partial \beta} d\beta$ .

Il faut souligner que cette approche mathématique par les dérivées partielles est une approche linéaire de phénomènes fortement non linéaires. Les facteurs s'écrivent alors :

$$S_I = \left[ \frac{\partial I_C}{\partial I_{CBO}} \right]_{\substack{V_{BE}=cte \\ \beta=cte}} = \frac{dI_C}{dI_{CBO}} = \frac{(\beta+1)(R_B + R_E)}{R_B + (\beta+1)R_E}, \quad S_V = \left[ \frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} \right]_{\substack{I_{CBO}=cte \\ \beta=cte}} = \frac{dI_C}{dV_{BE}} = -\frac{\beta}{R_B + (\beta+1)R_E},$$

$$S_\beta = \left[ \frac{\partial I_C}{\partial \beta} \right]_{\substack{I_{CBO}=cte \\ V_{BE}=cte}} = \frac{dI_C}{d\beta} = \frac{(R_B + R_E)}{R_B + (\beta+1)R_E} \frac{I_{C_0} - I_{CBO}}{\beta} \cong \frac{S_I}{\beta(\beta+1)} I_{C_0}$$

Ces trois facteurs de stabilité du montage doivent simultanément avoir des valeurs les plus faibles possibles. Les trois expressions ayant même dénominateur, on se contentera de rendre possible l'inégalité suivante  $R_B \ll (\beta+1)R_E$  où  $R_B$  représente le pont de base et  $(\beta+1)R_E$  l'impédance ramenée à l'entrée par la contre-réaction.

Deux cas extrêmes peuvent être envisagés :

- montage base commune  $R_B = 0 \Rightarrow S_I = 1, S_V \cong -\frac{1}{R_E}, S_\beta \cong \frac{I_{C_0}}{\beta^2}$
- montage émetteur commun  $R_E = 0 \Rightarrow S_I = \beta + 1, S_V = -\frac{\beta}{R_B}, S_\beta \cong \frac{I_{C_0}}{\beta}$

Le pire cas correspond au montage émetteur commun qui est le plus souvent employé.

5. Dérive du point de repos

Ces facteurs de stabilité permettent de calculer les variations du point de polarisation quand la température varie.

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dI_C}{dT} &= S_I \frac{dI_{CBO}}{dT} + S_V \frac{dV_{BE}}{dT} + S_\beta \frac{d\beta}{dT} = S_I I_{CBO} \frac{dI_{CBO}}{I_{CBO} dT} + S_V \frac{dV_{BE}}{dT} + S_\beta \beta \frac{d\beta}{\beta dT} \\ \frac{dV_{CE}}{dT} &\cong -(R_C + R_E) \frac{dI_C}{dT} \end{aligned} \right.$$

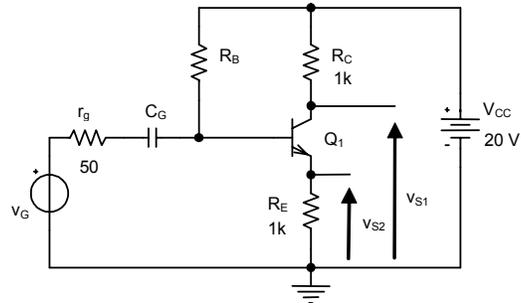
$$\text{d'où } \left\{ \begin{aligned} \frac{dI_C}{dT} &\cong 3.45 \cdot 10^{-9} + 4.24 \cdot 10^{-6} + 5.16 \cdot 10^{-6} \cong 9.4 \mu A \\ \frac{dV_{CE}}{dT} &\cong -(R_C + R_E) \frac{dI_C}{dT} \cong -19 \text{ mV}/^\circ C \end{aligned} \right.$$

L'application numérique montre que l'influence du courant de fuite  $I_{CBO}$  est négligeable à une température raisonnable et que les variations sur  $V_{BE}$  et  $\beta$  jouent un rôle fondamental. Sans résistance d'émetteur, la dérive aurait été cinq fois plus importante.

En conclusion, la présence d'une résistance d'émetteur diminue la fluctuation du point de repos dans le plan de sortie  $I_C(V_{CE})$  du transistor.

## Etage déphaseur

L'étude porte sur la caractérisation du circuit de la figure ci-dessous. Le transistor est de type 2N1711 ( $\beta_{typique} = 150$ ). Le composant  $C_G$  est un condensateur de liaison.



Etude du régime continu

1. Calculez la valeur de la résistance  $R_B$  nécessaire pour que la tension  $V_{CE_0}$  soit de 10 V ( $V_{BE_0} \cong 0.6$  V).

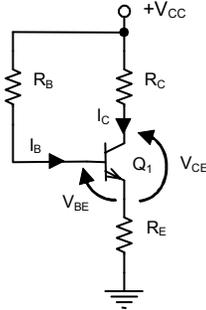
Etude du régime dynamique faibles signaux aux fréquences moyennes

2. Dessinez le schéma et évaluez le paramètre  $r_{be}$  du modèle du transistor ( $r_{ce} = \infty$ ).
3. Calculez les gains en tension  $A_{v_1} = v_{s_1}/v_g$  et  $A_{v_2} = v_{s_2}/v_g$ .
4. Calculez la résistance d'entrée  $Z_e$  du montage.
5. Calculez les résistances de sortie  $Z_{s_1}$  et  $Z_{s_2}$  correspondant respectivement aux signaux de sortie  $v_{s_1}$  et  $v_{s_2}$ .
6. Concluez sur la dénomination du montage.

## Corrigé

### Etude du régime continu

#### 1. Evaluation de la résistance $R_B$



$$\begin{cases} V_{CC} = R_B I_B + V_{BE} + R_E I_E \\ V_{CC} = R_C I_C + V_{CE} + R_E I_E \\ I_E = I_B + I_C \\ I_C = \beta I_B \end{cases}$$

système de 4 équations à 4 inconnues ( $I_B, I_C, I_E, R_B$ )

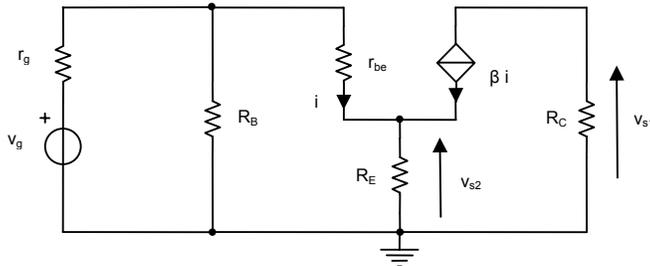
En considérant  $I_E \cong I_C$  ( $\beta \gg 1$ ), le système se réduit à 2 équations à 2 inconnues ( $I_C, R_B$ )

$$\begin{cases} V_{CC} \cong R_B \frac{I_C}{\beta} + V_{BE} + R_E I_C \\ V_{CC} \cong (R_C + R_E) I_C + V_{CE} \end{cases} \Rightarrow I_{C_0} \cong \frac{V_{CC} - V_{CE_0}}{R_C + R_E} = 5 \text{ mA} \text{ et } R_B \cong \frac{V_{CC} - V_{BE_0} - R_E I_{C_0}}{I_{C_0}} \beta = 432 \text{ k}\Omega$$

### Etude du régime dynamique faibles signaux aux fréquences moyennes

#### 2. Schéma et évaluation du paramètre $r_{be}$

Aux fréquences moyennes, le condensateur de liaison est équivalent à un court-circuit.



$$\begin{aligned} r_{be} &\cong \frac{U_T}{I_{C_0}} \beta = 750 \Omega \\ r_{ce} &= \infty \end{aligned}$$

#### 3. Calcul des gains en tension

En constatant que  $r_g \ll R_B$  dans l'application du théorème de Thévenin, le système s'écrit :

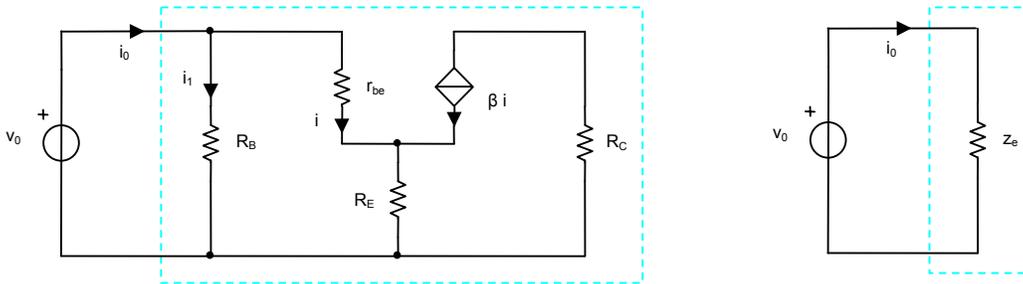
$$\begin{cases} v_g \cong [r_g + r_{be} + (\beta + 1)R_E] i \\ v_{s_1} = -\beta R_C i \\ v_{s_2} = (\beta + 1)R_E i \end{cases}$$

$$\Rightarrow A_{v_1} = \frac{v_{s_1}}{v_g} \cong -\frac{\beta R_C}{r_g + r_{be} + (\beta + 1)R_E} \text{ et } A_{v_2} = \frac{v_{s_2}}{v_g} \cong \frac{(\beta + 1)R_E}{r_g + r_{be} + (\beta + 1)R_E}$$

soit  $A_{v_1} \cong -\frac{R_C}{R_E} \cong -1$  et  $A_{v_2} \cong +1$ , car  $(\beta + 1)R_E \gg r_g + r_{be}$ .

4. Calcul de la résistance d'entrée

Le dipôle représenté est équivalent à une résistance par application du théorème de Thévenin. Les courants dynamiques existant dans le dipôle sont générés par le courant d'excitation entrant  $i_0$ , issu de la source de tension  $v_0$ .

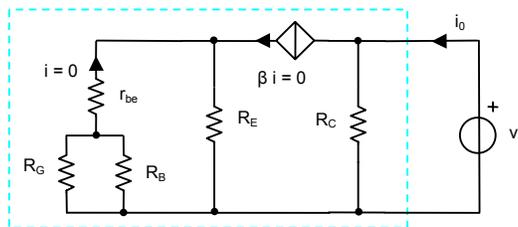


$$\begin{cases} i_0 = i_1 + i \\ v_0 = R_B i_1 \\ v_0 = r_{be} i + (\beta + 1) R_E i \end{cases} \Rightarrow i_0 = \frac{v_0}{R_B} + \frac{v_0}{r_{be} + (\beta + 1) R_E} \text{ d'où } Z_e = \frac{v_0}{i_0} = R_B // [r_{be} + (\beta + 1) R_E] \cong 112 \text{ k}\Omega$$

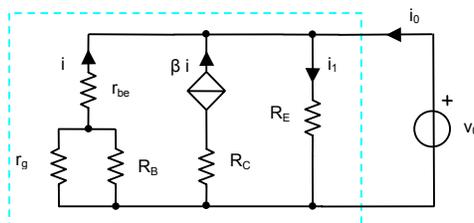
Remarquons ici que la topologie du circuit présente des branches en parallèle, ce qui conduit à écrire l'expression de la conductance du dipôle et non de sa résistance (topologie série). A la vue du schéma, cela se vérifie par la présence de la résistance  $R_B$  en parallèle sur la résistance du transistor vue de sa base.

5. Calcul des résistances de sortie

Pour le calcul de la résistance vue entre collecteur et masse, le courant d'excitation  $i_0$  ne peut traverser la branche de résistance infinie que représente la source liée. Le circuit en amont ne peut être excité et  $i = 0 \Rightarrow \beta i = 0$ . La résistance du dipôle est donc  $Z_{s_1} = R_C$ .



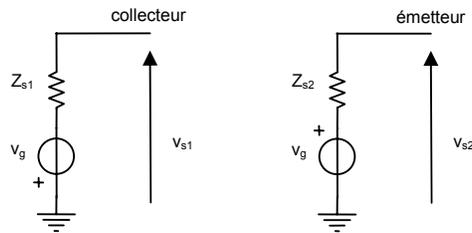
Pour le calcul de la résistance vue entre l'émetteur et la masse, la topologie du circuit présente une mise en parallèle des branches. Trouver  $R_E$  en parallèle aux autres branches apparaît évident. De plus,  $R_C$  est en série avec la résistance infinie de la source liée et, de ce fait, ne doit pas figurer dans l'expression de  $Z_{s_2}$ . La source indépendante  $v_g$  étant éteinte dans le dipôle, le courant d'excitation entrant  $i_0$  peut atteindre la branche qui supporte  $r_{be}$  et la fraction de courant  $i$  commande la source  $\beta i$ .



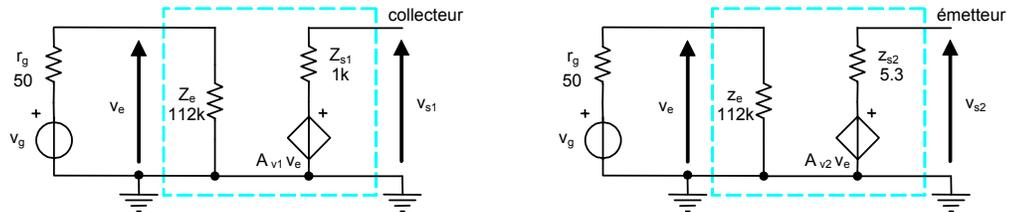
$$\begin{cases} i_0 = i_1 - (\beta + 1)i \\ v_0 = R_E i_1 \\ v_0 = -(r_{be} + r_g \parallel R_B)i \end{cases} \Rightarrow \frac{i_0}{v_0} = \frac{1}{R_E} + \frac{\beta + 1}{r_{be} + r_g \parallel R_B} \text{ d'où } Z_{s_2} = R_E \parallel \frac{r_{be} + r_g \parallel R_B}{\beta + 1} \cong 5.3 \Omega$$

6. Conclusion

Les dipôles équivalents du montage sous forme Thévenin sont, d'une part en sortie collecteur, une source de tension indépendante d'amplitude  $v_g$  et de phase opposée à celle de l'entrée en série avec une résistance  $Z_{s_1} = 1 \text{ k}\Omega$  (pseudo-émetteur commun) et, d'autre part en sortie émetteur, une source de tension indépendante d'amplitude  $v_g$  et de même phase que celle de l'entrée en série avec une résistance  $Z_{s_2} \cong 5.3 \Omega$  (émetteur suiveur). Le montage déphaseur de tension propose deux dipôles pour attaquer un éventuel montage suivant.



L'amplificateur de tension peut être représenté sous la forme d'un quadripôle faisant apparaître un modèle utilisant une source contrôlée de tension, associée à une branche contrôlante supportant la résistance d'entrée (voir cours « La caractérisation d'un amplificateur linéaire »).

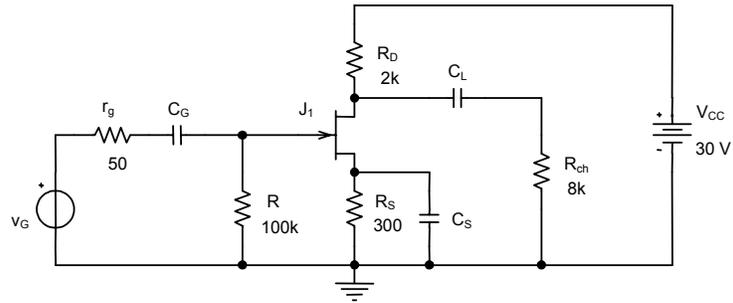


avec  $v_e = \frac{Z_e}{Z_e + r_g} v_g \cong v_g$  car  $Z_e \gg r_g$

$\Rightarrow v_{s_1} = A_{v_1} v_g \cong A_{v_1} v_e \cong -v_e$  et  $v_{s_2} = A_{v_2} v_g \cong A_{v_2} v_e \cong +v_e$

### Etage source commune

L'étude porte sur la caractérisation du circuit de la figure ci-dessous sous la forme d'un dipôle et d'un quadripôle. Le transistor à effet de champ possède les caractéristiques  $I_{DSS} = 15\text{ mA}$ ,  $V_P = -6\text{ V}$ . La résistance  $R_{ch}$  représente la charge extérieure de l'étage. Les condensateurs ont une fonction de liaison (couplage).



#### Etude du régime continu

- Déterminez les points de fonctionnement du transistor.

#### Etude du régime dynamique faibles signaux aux fréquences moyennes

- Dessinez le schéma et évaluez le paramètre  $g_m$  du modèle du transistor ( $r_{ds} = \infty$ ).
- Calculez la résistance d'entrée  $Z_e$  vue par le dipôle d'attaque ( $v_g, r_g$ ).
- Ecrivez les expressions des éléments du dipôle de Thévenin ( $v_{s_0}, Z_s$ ) du montage attaquant la charge  $R_{ch}$ .
- Identifiez les éléments du quadripôle représentatif de l'amplificateur de tension, attaqué par le dipôle d'attaque et chargé par  $R_{ch}$ .
- Evaluez le transfert en tension  $v_s/v_g$ .

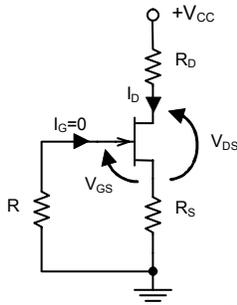
### Corrigé

#### Etude du régime continu

- Calcul des points de fonctionnement

En continu ( $\omega = 0$ ), les condensateurs de liaison sont équivalents à des circuits ouverts

$$\left(\frac{1}{C\omega} = \infty\right).$$



$$\begin{cases} V_{CC} \cong (R_D + R_S)I_D + V_{DS} \\ I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2 \\ V_{GS} \cong -R_S I_D \end{cases}$$

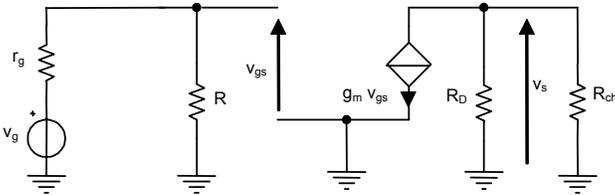
système de 3 équations à 3 inconnues ( $I_D, V_{DS}, V_{GS}$ )

$$\frac{V_{GS}^2}{V_P^2} + \left( \frac{1}{I_{DSS} R_S} - \frac{2}{V_P} \right) V_{GS} + 1 = 0 \Rightarrow V_{GS_0} \cong -2 \text{ V et } I_{D_0} \cong 6.67 \text{ mA, } V_{DS_0} \cong 14.7 \text{ V.}$$

Etude du régime dynamique faibles signaux aux fréquences moyennes

2. Schéma et évaluation du paramètre  $g_m$

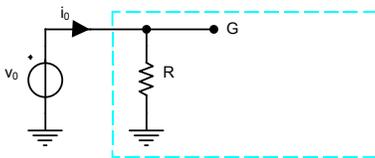
Aux fréquences moyennes, les condensateurs de liaison sont équivalents à des courts-circuits.



$$g_m = -\frac{2}{V_P} \sqrt{I_{DSS} I_{D_0}} \cong 3.33 \text{ mA/V}$$

(canal N)

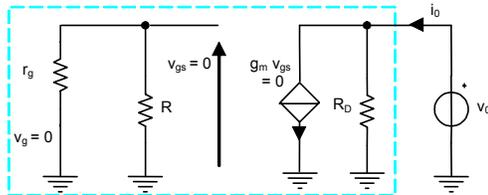
3. Calcul de la résistance d'entrée vue par l'attaque



Le dipôle contient tout le circuit (y compris la charge). La résistance d'entrée vue de la grille du JFET étant de valeur énorme (jonction en inverse), le courant d'excitation  $i_0$  du dipôle se dirige entièrement dans la résistance  $R$ .  
 $Z_e = R = 100 \text{ k}\Omega$

4. Dipôle de Thévenin

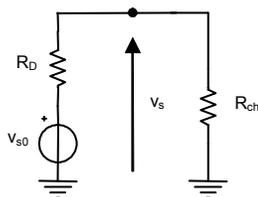
Calcul de  $Z_s$  vue par la charge  $R_{ch}$



Le courant  $i_0$ , issu de la source de tension  $v_0$  extérieure appliquée au dipôle, est l'unique courant d'excitation du circuit puisque  $v_g = 0$  (source éteinte). Il n'y a donc aucune possibilité d'atteindre la partie amont du circuit et  $v_{gs} = 0$ .  
 $Z_s = R_D = 2 \text{ k}\Omega$

La tension à vide, appelée  $v_{s_0}$ , se calcule en déconnectant la charge.

$$\begin{cases} v_{gs} = \frac{R}{R+r_g} v_g \\ v_{s_0} = -g_m v_{gs} R_D \end{cases} \Rightarrow v_{s_0} = -g_m R_D \frac{R}{R+r_g} v_g$$

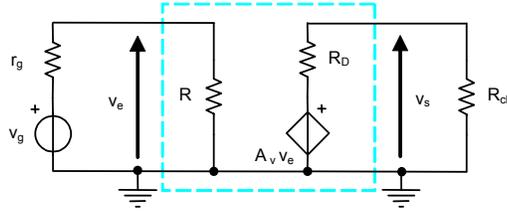


La tension de sortie en charge est

$$v_s = \frac{R_{ch}}{R_{ch} + R_D} v_{s_0} = -g_m (R_D // R_{ch}) \frac{R}{R+r_g} v_g$$

5. Quadripôle représentatif de l'amplificateur de tension

L'amplificateur de tension peut être représenté sous la forme d'un quadripôle faisant apparaître un modèle utilisant une source contrôlée de tension, associée à une branche contrôlante supportant la résistance d'entrée (voir cours « La caractérisation d'un amplificateur linéaire »).



La branche d'entrée s'identifie à  $Z_e = R$ . Le dipôle de sortie s'identifie au dipôle de Thévenin attaquant la charge dont les éléments sont  $Z_S = R_D$  et  $A_v v_e$ . Le transfert en tension  $A_v$  est le coefficient de proportionnalité de la variable de commande  $v_e$  tel que

$$A_v v_e = A_v \frac{R}{R + r_g} v_g = v_{s_0} \Rightarrow A_v = -g_m R_D$$

6. Evaluation du transfert en tension

L'expression analytique de la tension de sortie en charge est :

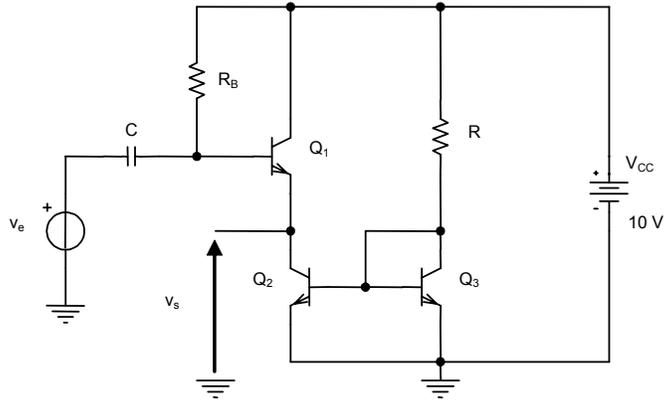
$$v_s = \frac{R_{ch}}{R_{ch} + R_D} A_v v_e = -g_m (R_D // R_{ch}) \frac{R}{R + r_g} v_g \Rightarrow \frac{v_s}{v_g} \cong -5.33$$

(même expression que pour le dipôle, évidemment).

### Etage collecteur commun chargé par un miroir de courant

L'étude porte sur la caractérisation du circuit de la figure ci-dessous (résistance d'entrée, résistance de sortie, transfert en tension, fréquence de coupure basse).

Les transistors sont tous identiques tels que  $\beta = 100$  ( $\beta \gg 1$ ),  $V_{BE_0} = 0.6 \text{ V}$ ,  $r_{ce} = 100 \text{ k}\Omega$ . Le composant C est un condensateur de liaison.



#### Etude du régime continu

1. Évaluez la résistance  $R$  pour que la source de courant produise  $I_{E_1} = 1 \text{ mA}$ . ainsi que la résistance  $R_B$  pour avoir  $V_{CE_2} = 0.6 \text{ V}$ .

#### Etude du régime dynamique faibles signaux aux fréquences moyennes

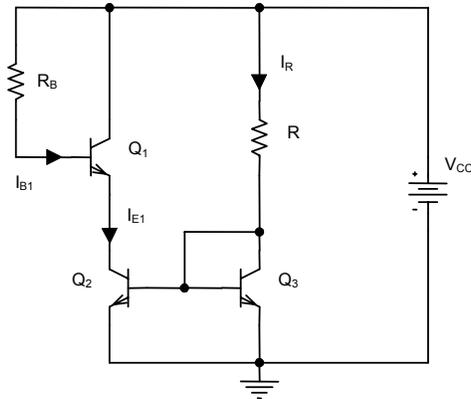
2. Dessinez le schéma et évaluez le paramètre  $r_{be}$  du modèle du transistor  $Q_1$ .
3. Calculez le transfert en tension  $A_V = v_s/v_e$ . la résistance d'entrée  $Z_e$  et la résistance de sortie  $Z_s$ .

#### Etude du régime dynamique faibles signaux aux fréquences basses

4. Évaluez la capacité de liaison afin d'obtenir une fréquence de coupure de l'ordre du hertz.

## Corrigé

### Etude du régime continu



#### 1. Evaluation des résistances

Les composants  $Q_2$ ,  $Q_3$  et  $R$  constituent un miroir élémentaire qui reconduit le courant  $I_R$  en sortie de  $Q_2$ .

$$\begin{cases} V_{CC} = R I_R + V_{BE_3} \\ I_R \cong I_{E_1} \end{cases} \Rightarrow R \cong \frac{V_{CC} - V_{BE_3}}{I_{E_1}} = 9.4 \text{ k}\Omega$$

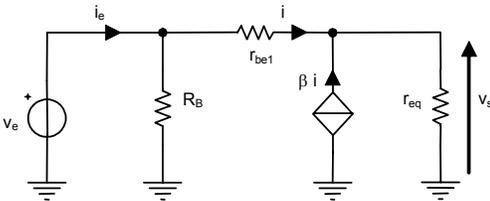
Evaluation de la résistance  $R_B$

$$\begin{cases} V_{CC} = R_B I_{B_1} + V_{BE_1} + V_{CE_2} \\ I_{E_1} \cong I_{C_1} = \beta I_{B_1} \quad (\beta \gg 1) \end{cases} \Rightarrow R_B \cong \frac{V_{CC} - V_{BE_1} - V_{CE_2}}{I_{E_1}} \beta = 880 \text{ k}\Omega$$

### Etude du régime dynamique faibles signaux aux fréquences moyennes

#### 2. Schéma et évaluation du paramètre du modèle

Aux fréquences moyennes, le condensateur de liaison est équivalent à un court-circuit.



$$r_{be1} \cong \frac{U_T}{I_{C_1}} \beta = 2.5 \text{ k}\Omega$$

$$r_{eq} = r_{ce1} \parallel r_{ce2} = \frac{r_{ce}}{2} = 50 \text{ k}\Omega.$$

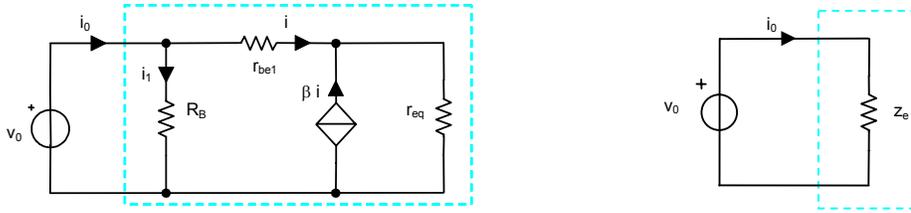
#### 3. Caractérisation de l'étage

Calcul du gain en tension

$$\begin{cases} v_e \cong [r_{be1} + (\beta + 1)r_{eq}]i \\ v_s = (\beta + 1)r_{eq}i \end{cases} \Rightarrow A_v = \frac{v_s}{v_e} = \frac{(\beta + 1)r_{eq}}{r_{be1} + (\beta + 1)r_{eq}} \cong 1.$$

Calcul de la résistance d'entrée

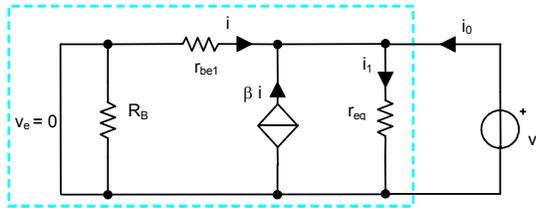
Le dipôle représenté est équivalent à une résistance par application du théorème de Thévenin. Les courants dynamiques existant dans le dipôle sont générés par le courant d'excitation entrant  $i_0$ , issu de la source de tension  $v_0$ .



$$\begin{cases} i_0 = i_1 + i \\ v_0 = R_B i_1 \\ v_0 = r_{be1} i + (\beta + 1) r_{eq} i \end{cases} \Rightarrow i_0 = \frac{v_0}{R_B} + \frac{v_0}{r_{be1} + (\beta + 1) r_{eq}}$$

d'où  $Z_e = \frac{v_0}{i_0} = R_B // [r_{be1} + (\beta + 1) r_{eq}] \cong 750 \text{ k}\Omega$

Calcul de la résistance de sortie



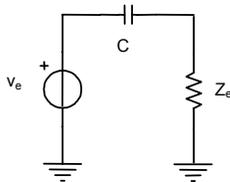
La source indépendante  $v_e$  étant éteinte dans le dipôle, le courant d'excitation entrant  $i_0$  peut atteindre la branche qui supporte  $r_{be1}$ , et la fraction de courant  $i$  commande la source  $\beta i$ .

$$\begin{cases} i_0 = i_1 - (\beta + 1) i \\ v_0 = r_{eq} i_1 \\ v_0 = -r_{be1} i \end{cases} \Rightarrow \frac{i_0}{v_0} = \frac{1}{r_{eq}} + \frac{\beta + 1}{r_{be1}} \text{ d'où } Z_s = r_{eq} // \frac{r_{be1}}{\beta + 1} \cong \frac{r_{be1}}{\beta} = 25 \Omega.$$

Etude du régime dynamique faibles signaux aux fréquences basses

4. Calcul de la capacité

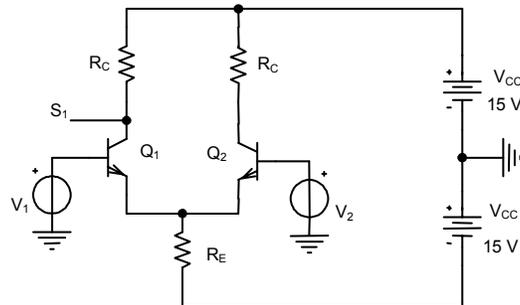
Constatons que le montage représente une simple résistance s'identifiant à la résistance d'entrée.



$$f_b = \frac{1}{2\pi Z_e C} \Rightarrow C \cong 212 \text{ nF} \text{ avec } f_b = 1 \text{ Hz}.$$

## Etage différentiel à JBT

L'étude porte sur la caractérisation de l'étage différentiel de la figure ci-dessous. Les deux transistors sont supposés technologiquement identiques avec  $\beta = 200$ ,  $V_A$  très grand.



Etude du régime continu

1. Démontrez que les courants collecteurs des transistors sont égaux.
2. En prenant  $I_0 = 200 \mu A$ , évaluez la résistance  $R_E$ .

Etude du régime dynamique faibles signaux aux fréquences moyennes

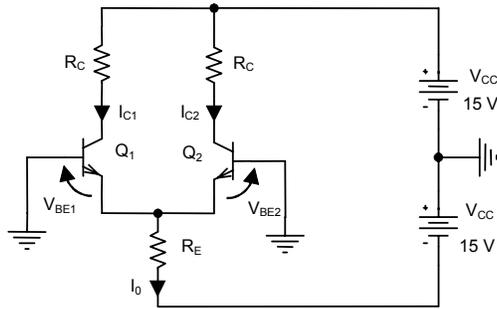
3. Évaluez les paramètres  $r_{be1}$  et  $r_{be2}$  des modèles des transistors.
4. Exprimez la tension de sortie sous la forme  $v_{s1} = A_d(v_1 - v_2) + A_c(v_1 + v_2)/2$ .
5. Évaluez  $R_C$  pour avoir  $A_d = -100$ , puis calculez le taux de réjection de mode commun  $T_{RMC}$ .
6. Calculez la valeur de l'impédance d'entrée différentielle  $Z_d$ .
7. Calculez la valeur de l'impédance d'entrée de mode commun  $Z_c$ .

La résistance  $R_E$  est remplacée par un miroir de courant élémentaire  $Q_3 - Q_4$  avec  $V_A = 100 V$  (voir problème « miroir élémentaire pour polarisation d'étage », la polarisation étant directement compatible).

8. Évaluez le nouveau taux de réjection de mode commun.

## Corrigé

### Etude du régime continu



#### 1. Relation des courants collecteurs

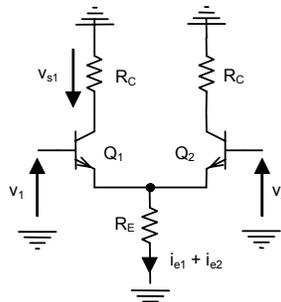
Equations technologiques  $Q_1 \cong Q_2 \Rightarrow \begin{cases} I_{B1} \cong I_{BS} e^{\frac{V_{BE1}}{U_T}} \\ I_{B2} \cong I_{BS} e^{\frac{V_{BE2}}{U_T}} \end{cases}$

Equation de la maille d'entrée  $V_{BE1} = V_{BE2} \Rightarrow I_{C1} \cong I_{C2}$

#### 2. Evaluation de la résistance $R_E$

$$I_{C_{i_0}} = I_{C_{i_0}} = I_{C_0} \cong \frac{I_0}{2} = 100 \mu A \text{ et } R_E = \frac{V_{CC} - V_{BE_{i_0}}}{I_0} \cong 72 k\Omega$$

### Etude du régime dynamique faibles signaux aux fréquences moyennes



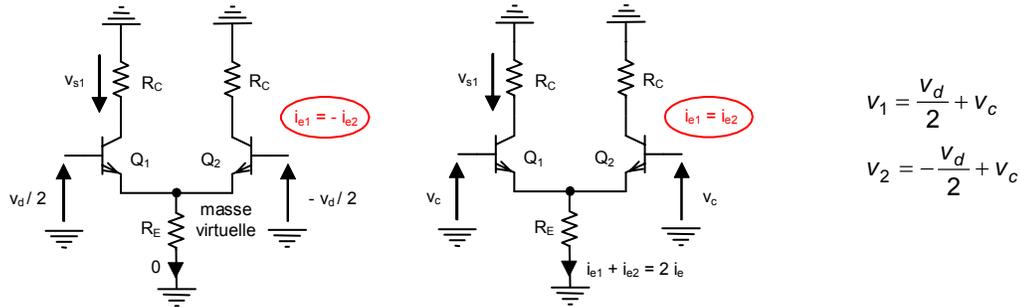
#### 3. Evaluation des paramètres des modèles $r_{be1}$ et $r_{be2}$

$$r_{be} = r_{be1} = r_{be2} = \frac{U_T}{I_{C_0}} \beta = 50 k\Omega$$

#### 4. Expression de la tension de sortie

🚩 Méthode classique  
(voir cours « Montages à plusieurs transistors »)

- Méthode du demi-schéma (voir annexe sur « Méthode de travail pour la caractérisation linéaire d'un étage différentiel »)



Pour le régime différentiel, le montage (parfaitement symétrique) se réduit au montage émetteur commun de gauche, les tensions d'émetteur et de masse étant équipotentielles puisque la résistance  $R_E$  est traversée par un courant nul. La tension de sortie  $v_{s_1}$  est à gauche :

$$v_{s_1} = -\frac{\beta R_C}{r_{be_1}} \frac{v_d}{2}$$

Pour le régime de mode commun, le montage se réduit au montage pseudo-émetteur commun, l'émetteur de  $Q_1$  voyant une résistance équivalente  $2R_E$  traversée par son courant d'émetteur :

$$v_{s_1} = -\frac{\beta R_C}{r_{be_1} + 2(\beta + 1)R_E} v_c$$

Le théorème de superposition donne  $v_{s_1} = -\frac{\beta R_C}{2r_{be_1}} v_d - \frac{\beta R_C}{r_{be_1} + 2(\beta + 1)R_E} v_c$

On identifie  $A_d = \frac{v_{s_1}}{v_d} = -\frac{\beta R_C}{2r_{be_1}}$  et  $A_c = \frac{v_{s_1}}{v_c} = -\frac{\beta R_C}{r_{be_1} + 2(\beta + 1)R_E}$

- Evaluation de la résistance  $R_C$  et du taux de réjection  $T_{RMC}$

$$R_C = -\frac{2r_{be} A_d}{\beta} = 50 \text{ k}\Omega, \quad T_{RMC} = \left| \frac{A_d}{A_c} \right| = \frac{1}{2} + (\beta + 1) \frac{R_E}{r_{be_1}} \cong 289 \text{ (49.2 dB)}$$

- Evaluation de la résistance différentielle  $Z_d$

$$Z_d = r_{be_1} + r_{be_2} = 100 \text{ k}\Omega \quad (\text{résistance inter-bases, vue par la tension différentielle d'entrée})$$

- Evaluation de la résistance de mode commun  $Z_c$

$$Z_c = r_{be_1} + 2(\beta + 1)R_E \cong 29 \text{ M}\Omega \quad (\text{résistance entre base et masse, vue par la tension de mode commun d'entrée pour le demi-schéma})$$

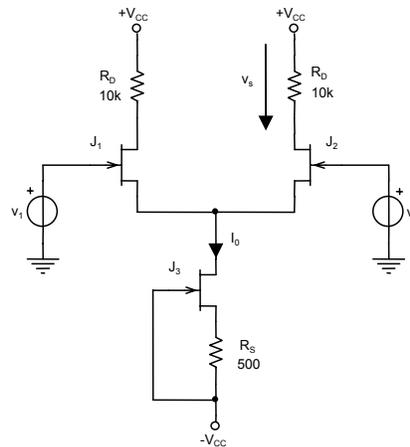
La source  $v_c$  voit à ses bornes une résistance  $Z_c/2$

- Evaluation du nouveau taux de réjection  $T_{RMC}$

La charge dynamique du miroir  $r_{ce_{3,4}} \cong \frac{V_A}{I_0} = 500 \text{ k}\Omega$  remplace la résistance  $R_E = 72 \text{ k}\Omega$ , ce qui améliore les performances de l'étage différentiel ( $T_{RMC} \cong 66 \text{ dB}$ ,  $Z_c \cong 201 \text{ M}\Omega$ )

## Etage différentiel à JFET

L'étude porte sur la caractérisation de l'étage différentiel de la figure ci-dessous. Les deux transistors sont supposés technologiquement identiques avec  $I_{DSS} = 2 \text{ mA}$ ,  $V_P = -2 \text{ V}$ .



Etude en régime continu

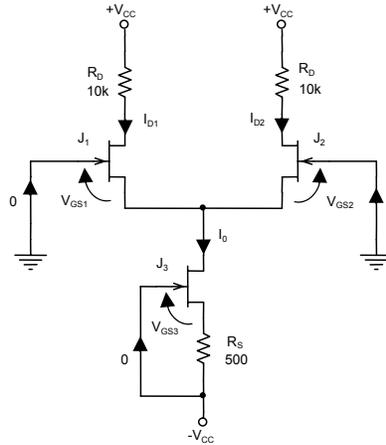
1. Évaluez les courants de drain des transistors.

Etude du régime dynamique faibles signaux aux fréquences moyennes

2. Déduisez de l'étude du régime continu, les valeurs des paramètres  $g_{m_i}$  des transistors  $J_i$ .
3. Ecrivez l'expression de la résistance dynamique  $Z_0$  de la source de courant  $I_0$  vue entre le drain et la masse. Évaluez cette dernière, le paramètre  $r_{ds_3}$  étant estimé à  $100 \text{ k}\Omega$ .
4. Les paramètres  $r_{ds}$  des transistors  $J_1$  et  $J_2$  étant négligés, écrivez puis évaluez les gains en tension  $A_d = \frac{V_s}{V_d}$  et  $A_c = \frac{V_s}{V_c}$ .
5. Déduisez le  $T_{RMC}$  en dB.
6. Évaluez les résistances différentielle  $Z_d$ , de mode commun  $Z_c$  et de sortie  $Z_s$  du montage.

## Corrigé

### Etude du régime continu



#### 1. Evaluation des courants de drain des transistors

$$\text{Equations technologiques } (J_1 \equiv J_2 \equiv J_3) \quad \begin{cases} I_{D_1} = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS_1}}{V_p}\right)^2 \\ I_{D_2} = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS_2}}{V_p}\right)^2 \\ I_{D_3} = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS_3}}{V_p}\right)^2 \end{cases} \quad (\text{m\^emes } I_{DSS}, V_p)$$

$$\text{Equations du circuit } \begin{cases} I_0 \equiv I_{D_3} = I_{D_1} + I_{D_2} \\ V_{GS_1} - V_{GS_2} = 0 \\ V_{GS_3} = -R_S I_0 \end{cases}$$

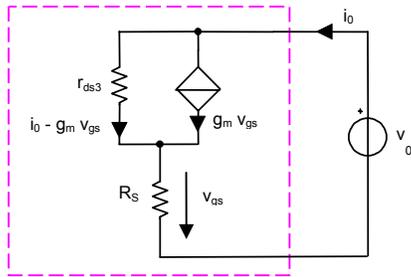
$$\text{d'o\^u } \begin{cases} I_{D_1} = I_{D_2} = \frac{I_0}{2} \\ I_0 = I_{DSS} \left(1 + \frac{R_S I_0}{V_p}\right)^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{R_S^2}{V_p^2} I_0^2 + \left(\frac{2R_S}{V_p} - \frac{1}{I_{DSS}}\right) I_0 + 1 = 0$$

$$\text{soit } I_0 \cong 1.07 \text{ mA}, I_{D_{1_0}} = I_{D_{2_0}} \cong 536 \text{ }\mu\text{A}$$

#### 2. Evaluation des param\^etres $g_{m_i}$

$$g_m = -\frac{2}{V_p} \sqrt{I_{D_0} I_{DSS}}, \quad g_{m_1} = g_{m_2} \cong 1.035 \text{ mA/V}, \quad g_{m_3} \cong 1.46 \text{ mA/V}$$

3. Calcul de la charge dynamique

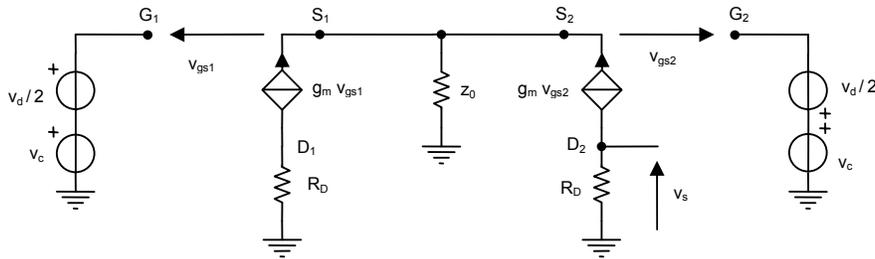


$$\begin{cases} v_0 = r_{ds3} (i_0 - g_{m3} v_{gs}) + R_S i_0 \\ v_{gs} = -R_S i_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow z_0 = \frac{v_0}{i_0} = R_S + (1 + g_{m3} R_S) r_{ds3} \cong 173 \text{ k}\Omega$$

4. Expression de la tension de sortie

La méthode du demi-schéma est mise en œuvre (voir annexe sur « Méthode de travail pour la caractérisation linéaire d'un étage différentiel symétrique »).



Pour le régime différentiel, le montage se réduit au montage source commune, car la charge  $z_0$  est traversée par un courant nul et la tension de sortie  $v_s$  est à droite, d'où

$$v_s = -g_m R_D \left( -\frac{v_d}{2} \right) \text{ d'où le gain différentiel } A_d = \frac{v_s}{v_d} = \frac{g_m R_D}{2} \cong 5.18.$$

Pour le régime de mode commun, le montage se réduit au montage pseudo-source commune, la source de  $J_2$  voyant une charge équivalente  $2z_0$  traversée par son courant de source, d'où

$$v_s = -\frac{g_m R_D}{1 + 2g_m z_0} v_c \text{ d'où le gain de mode commun } A_c = \frac{v_s}{v_c} = -\frac{g_m R_D}{1 + 2g_m z_0} \cong -29 \cdot 10^{-3}.$$

Le théorème de superposition donne  $v_s = A_d v_d + A_c v_c$ .

5. Evaluation du  $T_{RMC}$

$$T_{RMC} = \left| \frac{A_d}{A_c} \right| = \frac{1}{2} + g_m z_0 \cong 180 \text{ (45 dB)}$$

6. Calcul des résistances différentielle, de mode commun et de sortie du montage

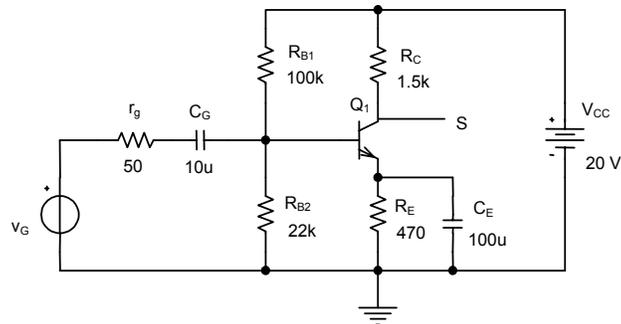
$$Z_d = \infty, Z_c = \infty, Z_s = R_D = 10 \text{ k}\Omega$$

## Réponse en fréquence d'un étage émetteur commun

L'étude proposée porte sur le comportement en fréquence du montage de la figure ci-dessous. Le transistor possède les caractéristiques suivantes

$$\beta = 150, f_t = 70 \text{ MHz}, C_{bc} = 20 \text{ pF}, V_A = \infty$$

Les composants  $C_G$  et  $C_E$  sont respectivement des condensateurs de liaison et de découplage.



Etude du régime continu

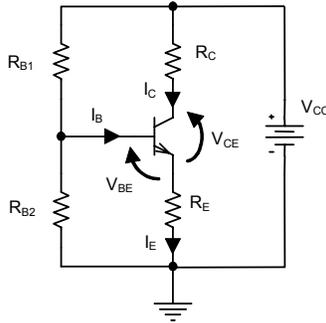
1. Déterminez le point de repos du transistor.

Etude du régime dynamique aux faibles signaux

2. Déduisez la valeur du paramètre  $r_{be}$  de l'étude précédente.
3. Aux fréquences moyennes, calculez le gain en tension  $A_{V_o} = v_s/v_G$ , les résistances d'entrée et de sortie.
4. Évaluez la fréquence de coupure basse du montage.
5. Évaluez la fréquence de coupure haute du montage.

## Corrigé

Etude du régime continu



1. Point de repos du transistor

$$\begin{cases} V_{CC} \cong (R_C + R_E)I_C + V_{CE} \\ V_B = R_B I_B + V_{BE} + R_E I_E \end{cases} \quad \text{avec } V_B = \frac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} V_{CC} \text{ et } R_B = R_{B1} // R_{B2}$$

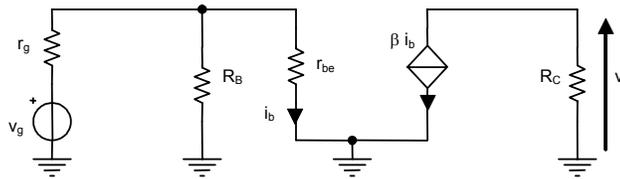
$$R_B \cong 18 \text{ k}\Omega, I_{C_0} \cong 5.07 \text{ mA}$$

Etude du régime dynamique

2. Résistance dynamique de la jonction base-émetteur

$$r_{be} \cong \frac{U_T}{I_{C_0}} \beta \cong 740 \Omega$$

3. Gain en tension aux fréquences moyennes



Ce schéma peut être simplifié au regard des valeurs numériques, car  $R_B \gg r_g$  par Thévenin.

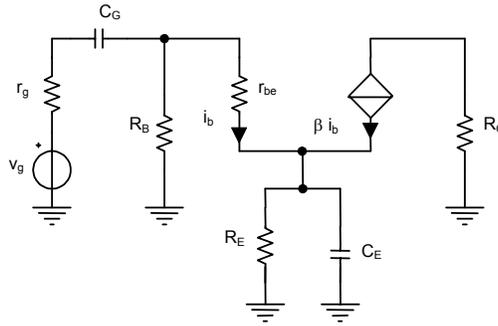
$$\begin{cases} v_g \cong (r_g + r_{be})i_b \\ v_s = -\beta i_b R_C \end{cases} \Rightarrow A_{V_o} = \frac{v_s}{v_g} \cong -\frac{\beta R_C}{r_g + r_{be}} \cong -285$$

soit un gain d'amplitude de 285 avec déphasage de  $\pi$  ou encore gain de 49 dB.

Les résistances d'entrée et de sortie s'écrivent :  $Z_e = R_B // r_{be} \cong 711 \Omega$  et  $Z_s = R_C \cong 1.5 \text{ k}\Omega$ .

4. Fréquence de coupure basse

Schéma aux fréquences basses



La fonction de transfert en tension est du type passe-haut du second ordre par la présence des deux condensateurs indépendants au sein du montage.

🔧 Méthode classique de mise en équations

$$A_v(p) = A_{v_0} \frac{\left(1 + \frac{p}{\omega_3}\right) \frac{P}{\omega_4}}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \omega_3 = \frac{1}{R_E C_E} \\ \omega_4 = \frac{R_B + r_{be} + (\beta + 1)R_E}{[R_B r_g + r_{be}(R_B + r_g)]C_G} \\ \frac{2\zeta}{\omega_n} = \left\{ r_g + R_B \parallel [r_{be} + (\beta + 1)R_E] \right\} C_G + \left( R_E \parallel \frac{r_{be} + R_B}{\beta + 1} \right) C_E \\ \frac{1}{\omega_n^2} = \frac{1}{\omega_3 \omega_4} = \frac{[R_B r_g + r_{be}(R_B + r_g)]C_G R_E C_E}{R_B + r_{be} + (\beta + 1)R_E} \end{cases}$$

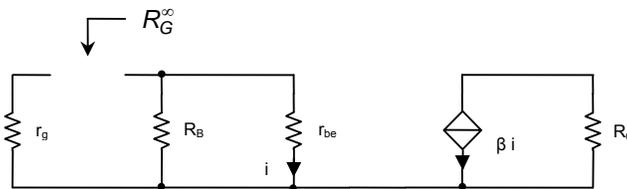
Le calcul du coefficient d'amortissement  $\zeta$  et de la pulsation naturelle  $\omega_n$  du système non amorti permet l'évaluation de la fréquence de coupure à  $-3$  dB (voir cours « Le filtrage analogique »).

$$\omega_c = \omega_n \sqrt{2\zeta^2 - 1 + \sqrt{(2\zeta^2 - 1)^2 + 1}} \quad \text{soit} \quad f_c \cong 327 \text{ Hz} \quad (\text{filtre passe-haut du second ordre}).$$

🔧 Méthode par l'approximation du pôle dominant

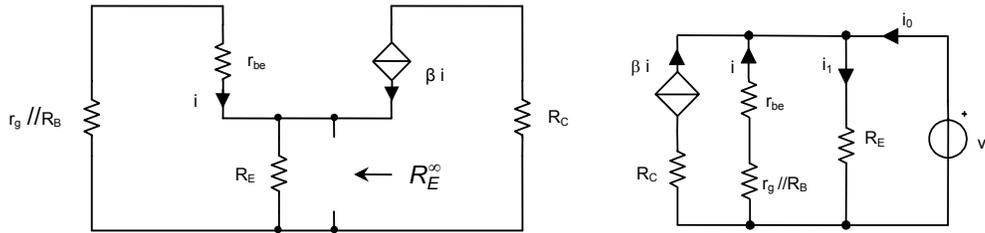
Calcul du premier pôle :

Résistance  $R_G^\infty$  du dipôle vu par  $C_G$  lorsque  $C_E$  est assimilé à un court-circuit.



$$R_G^\infty = r_g + R_B \parallel r_{be} \cong 761 \Omega$$

Résistance  $R_E^\infty$  du dipôle vu par  $C_E$  lorsque  $C_G$  est assimilé à un court-circuit.



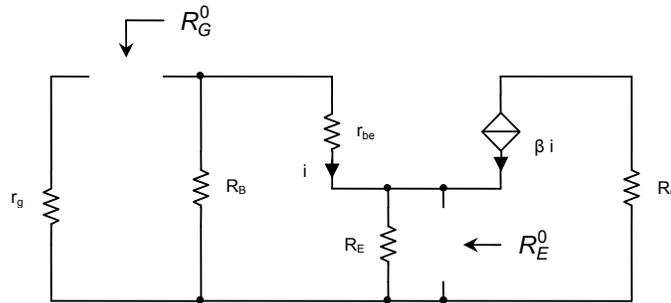
$$\begin{cases} i_1 = \frac{v_0}{R_E} \\ i_0 = i_1 - (\beta + 1)i \\ -i = \frac{v_0}{r_{be} + (r_g // R_B)} \end{cases} \Rightarrow \frac{i_0}{v_0} = \frac{1}{R_E} + \frac{\beta + 1}{r_{be} + (r_g // R_B)} \quad \text{d'où } R_E^\infty = \frac{r_g // R_B + r_{be}}{\beta + 1} // R_E \cong 5.21 \Omega$$

ce qui donne la fréquence de coupure à  $-3$  dB,  $f_b \cong \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{R_G^\infty C_G} + \frac{1}{R_E^\infty C_E} \right) \cong 326 \text{ Hz}$ .

Calcul du deuxième pôle :

Résistance  $R_E^0$  du dipôle vu par  $C_E$  lorsque  $C_G$  est assimilé à un circuit ouvert.

Résistance  $R_G^0$  du dipôle vu par  $C_G$  lorsque  $C_E$  est assimilé à un circuit ouvert.



$$R_G^0 = r_g + R_B // [r_{be} + (\beta + 1)R_E] \cong 14440 \Omega, \quad R_E^0 = R_E // \frac{R_B + r_{be}}{\beta + 1} \cong 95.8 \Omega$$

$$\text{d'où } f_3 \cong \frac{1}{2\pi(R_G^0 C_G + R_E^0 C_E)} \cong 1 \text{ Hz}$$

Calcul du zéro :

Le zéro est produit par la liaison entre émetteur et masse, couplage dû à  $C_E$ . En effet, si l'émetteur du transistor est en l'air, le courant dans la charge est nul, donc

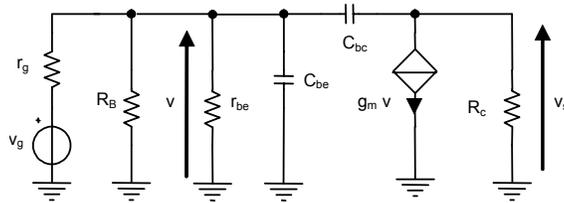
$$\frac{R_E}{1 + R_E C_E p} = \infty \Rightarrow p = -\frac{1}{R_E C_E} \text{ et } f_2 = \frac{1}{2\pi R_E C_E} \cong 3.39 \text{ Hz}$$

Les résultats sont valables avec une excellente précision car les deux pôles sont séparés de plus de deux décades et le zéro est à deux décades en dessous du pôle dominant. La simulation sur Spice confirme ces chiffres.

5. Fréquence de coupure haute

Estimation de la capacité de diffusion  $C_{be} + C_{bc} = \frac{I_{C_0}}{2\pi U_T f_t}$   $C_{bc} = 20 \text{ pF}, C_{be} \cong 440 \text{ pF}$

Schéma aux fréquences hautes



La fonction de transfert en tension est du type passe-bas du second ordre par la présence des deux capacités indépendantes au sein du montage.

🚧 Méthode classique de mise en équations

L'écriture de la fonction de transfert en tension est la suivante :

$$A_V(p) = A_{V_0} \frac{\left(1 - \frac{p}{\omega_z}\right)}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

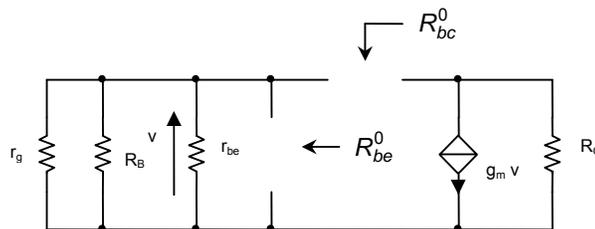
avec 
$$\begin{cases} \omega_z = \frac{g_m}{C_{bc}} \\ \frac{2\zeta}{\omega_n} = (r_g \parallel R_B \parallel r_{be})C_{be} + [R_C + (1 + g_m R_C)(r_g \parallel R_B \parallel r_{be})]C_{b'c} \\ \frac{1}{\omega_n^2} = (r_g \parallel R_B \parallel r_{be})R_C C_{be} C_{bc} \end{cases}$$

Le calcul du coefficient d'amortissement  $\zeta$  et de la pulsation naturelle  $\omega_n$  du système non amorti permet l'évaluation de la fréquence de coupure à  $-3 \text{ dB}$  (voir cours « Le filtrage analogique »).

$$\omega_c = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2 + \sqrt{(2\zeta^2 - 1)^2 + 1}} \text{ soit } f_c \cong 477 \text{ kHz} \text{ (filtre passe-bas du second ordre).}$$

🚧 Méthode par l'approximation du pôle dominant

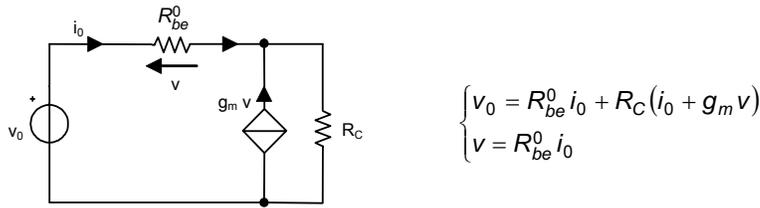
Calcul du premier pôle :



Résistance du dipôle vu par  $C_{be}$  lorsque  $C_{bc}$  est assimilé à un circuit ouvert :

$$R_{be}^0 = r_g \parallel R_B \parallel r_{be} \cong 46.7 \text{ } \Omega$$

Résistance du dipôle vu par  $C_{bc}$  lorsque  $C_{be}$  est assimilé à un circuit ouvert :

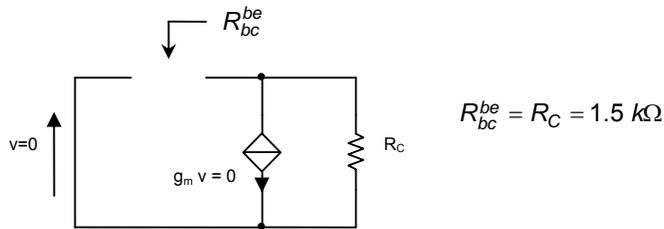


$$R_{bc}^0 = (1 + g_m R_C) R_{be}^0 + R_C \cong 15730 \Omega$$

$a_1 = R_{be}^0 C_{be} + R_{bc}^0 C_{bc} \cong 3.35 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ ,  $f_h \cong \frac{1}{2\pi a_1} \cong 475 \text{ kHz}$  ce qui donne la fréquence de coupure à -3 dB.

Calcul du deuxième pôle :

Résistance  $R_{bc}^{be}$  du dipôle vu par  $C_{bc}$  lorsque  $C_{be}$  est assimilé à un court-circuit :



$$a_2 = R_{be}^0 C_{be} R_{bc}^{be} C_{bc} \cong 6.17 \cdot 10^{-16} \text{ s}^2, \text{ d'où } f_2 \cong \frac{a_1}{2\pi a_2} \cong 86.5 \text{ MHz}.$$

Calcul du zéro :

Le zéro est produit de manière telle que le courant circulant dans la charge  $R_C$  est nul, couplage dû à  $C_{bc}$ . En effet, le courant circulant dans la branche supportant  $C_{bc}$  est égal au courant fourni par la source liée, donc

$$C_{bc} pV(p) = g_m V(p) \Rightarrow p = \frac{g_m}{C_{bc}} \text{ et } f_3 = \frac{g_m}{2\pi C_{bc}} \cong 1.6 \text{ GHz}.$$

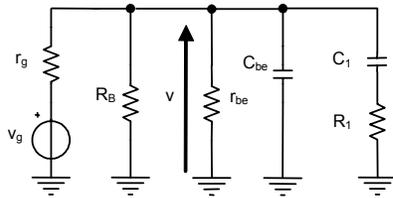
Malgré que les calculs, conduisant à l'évaluation de  $f_2$ , outrepassent le domaine de validité du modèle de comportement en fréquence du transistor ( $f_2$  et  $f_3 > f_t$ ), la fréquence de coupure haute demeure valable avec une bonne précision, car les deux pôles sont séparés de plus de deux décades. L'hypothèse du pôle dominant est donc vérifiée à une précision inférieure à 1%.

Sur un plan purement analytique, une meilleure précision peut être atteinte en évaluant une fréquence de coupure corrigée telle que

$$\frac{1}{f_h} \cong 2\pi a_1 = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{f_1} \cong \frac{1}{f_h} - \frac{1}{f_2} \text{ d'où } f_1 = f_{h_{\text{corrigée}}} \cong 478 \text{ kHz} \text{ en prenant la valeur trouvée de } f_2 \text{ (valeur approchée).}$$

✚ Méthode par transformation de schéma par application du théorème de Miller

Le schéma H.F. fait apparaître un quadripôle ponté par la branche capacitive  $C_{bc}$ . Le théorème de Miller (voir « Annexes ») conduit au schéma suivant (rappelons que le circuit de sortie ne sert que pour exprimer le transfert en tension).



avec  $C_1 = (1 + g_m R_C) C_{bc}$   
 et  $R_1 = \frac{R_C}{1 + g_m R_C}$

Calcul du premier pôle :

Résistance du dipôle vu par  $C_{be}$  lorsque  $C_1$  est assimilé à un circuit ouvert :  $R_{be}^0 = r_g // R_B // r_{be}$ .

Résistance du dipôle vu par  $C_1$  lorsque  $C_{be}$  est assimilé à un circuit ouvert :  $R_1^0 = R_{be}^0 + R_1$ .

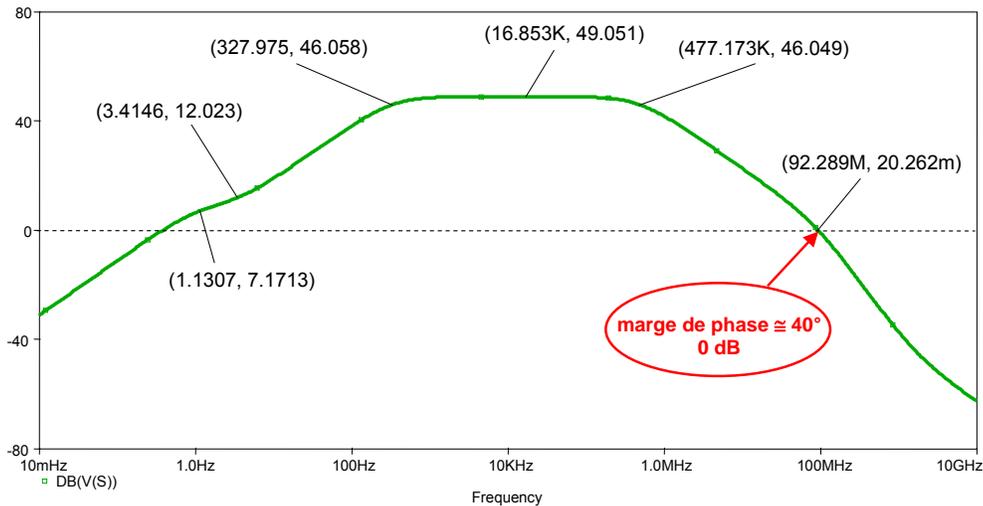
soit  $a_1 = R_{be}^0 C_{be} + C_{bc} [(1 + g_m R_C) R_{be}^0 + R_C]$  (même résultat que précédemment).

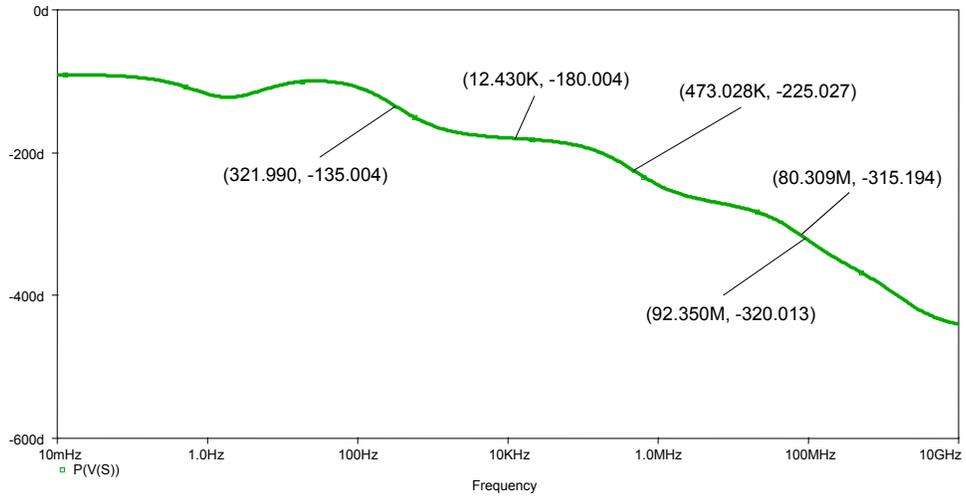
Calcul du deuxième pôle :

Résistance  $R_1^{be}$  du dipôle vu par  $C_1$  lorsque  $C_{be}$  est assimilé à un court-circuit :  $R_1^{be} = R_1$

soit  $a_2 = R_{be}^0 C_{be} R_1^{be} C_1 = R_{be}^0 C_{be} R_C C_{bc}$  (même résultat que précédemment).

La simulation sur Spice illustre ces résultats. De plus, si la position du deuxième pôle est acceptée ( $f_2 > f_t$ ), la marge de phase de l'ordre de  $40^\circ$  démontre une bonne stabilité de l'amplificateur.



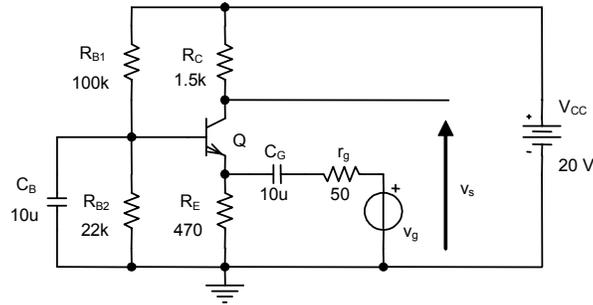


## Réponse en fréquence d'un étage base commune

Le sujet proposé porte sur l'étude en régime dynamique du montage base commune de la figure ci-dessous. Les paramètres du modèle en comportement linéaire du transistor sont :

$$\beta = 150, r_{be} = 740 \Omega, C_{be} = 440 \text{ pF}, C_{bc} = 20 \text{ pF}, V_A = \infty$$

Les composants  $C_G$  et  $C_B$  sont respectivement des condensateurs de liaison et de découplage.



Etude du régime dynamique aux fréquences moyennes

1. Dessinez le schéma.
2. Calculez le gain en tension  $A_{V_0} = v_s/v_g$ , les résistances d'entrée et de sortie.

Etude du régime dynamique aux fréquences basses

3. Dessinez le schéma.
4. Évaluez l'influence de chacun des condensateurs  $C_G$  et  $C_B$  sur la fréquence de coupure, l'autre étant équivalent à un court-circuit. Concluez sur la fréquence  $f_b$  de coupure basse du montage.
5. Évaluez la fréquence  $f_b$  par la méthode de l'approximation du pôle dominant.

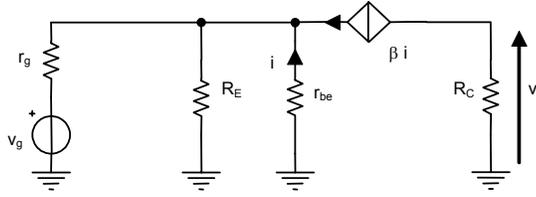
Etude du régime dynamique aux fréquences hautes

6. Dessinez le schéma.
7. En se plaçant dans l'hypothèse d'un pôle dominant, calculez la fréquence  $f_h$  de coupure haute du montage.
8. Validez l'hypothèse du pôle dominant.

## Corrigé

Etude du régime dynamique aux fréquences moyennes

### 1. Schéma



### 2. Caractérisation du montage

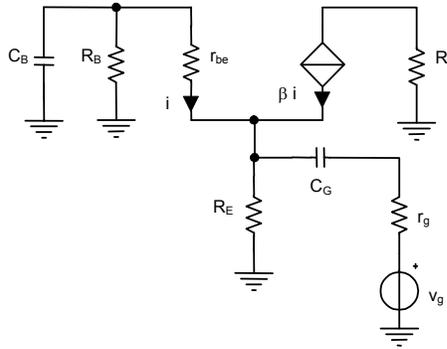
Ce schéma peut être simplifié par Thévenin  $v_g' = \frac{R_E}{R_E + r_g} v_g$  et  $r_g' = \frac{R_E r_g}{R_E + r_g}$ .

$$\begin{cases} v_g' = -[(\beta + 1)r_g' + r_{be}]i \\ v_s = -\beta i R_C \end{cases} \Rightarrow A_{V_0} = \frac{v_s}{v_g} = \frac{v_s}{v_g'} \frac{v_g'}{v_g} = \frac{\beta R_C}{(\beta + 1)(r_g \parallel R_E) + r_{be}} \frac{R_E}{R_E + r_g} \cong 26.9 \text{ (+28.6 dB)}$$

Les résistances d'entrée et de sortie s'écrivent :  $Z_e = R_E \parallel \frac{r_{be}}{\beta + 1} \cong 4.9 \Omega$  et  $Z_s = R_C \cong 1.5 \text{ k}\Omega$ .

Etude du régime dynamique aux fréquences basses

### 3. Schéma



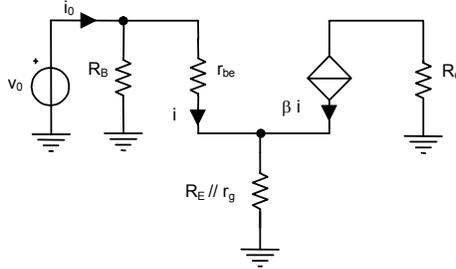
La fonction de transfert en tension est du type passe-haut du second ordre par la présence des deux condensateurs indépendants au sein du montage. La recherche de la fréquence de coupure basse peut être alors entreprise de deux manières :

- constater l'influence d'un des condensateurs pris de manière indépendante, les autres étant assimilés à des court-circuits et interpréter globalement les résultats obtenus,
- appliquer la méthode d'approximation du pôle dominant, en n'oubliant pas de valider l'hypothèse.

### 4. Influence de chaque condensateur pris indépendamment

Fréquence de coupure due à l'influence du condensateur  $C_B$

Le composant  $C_G$  étant équivalent à un court-circuit ( $f = \infty$ ), le but est de calculer la constante de temps de coupure de la maille, c'est-à-dire d'écrire l'expression de la résistance  $R_B^\infty$  du dipôle vu par  $C_B$  (théorème de Thévenin / Norton).

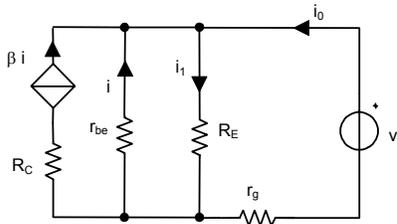


$$\begin{cases} i_0 = \frac{v_0}{R_B} + i \\ v_0 = [r_{be} + (\beta + 1)(R_E // r_g)]i \end{cases} \Rightarrow R_B^\infty = R_B // [r_{be} + (\beta + 1)(R_E // r_g)] \cong 5326 \Omega$$

soit une fréquence de coupure  $f_{b1} = \frac{1}{2\pi R_B^\infty C_B} \cong 3 \text{ Hz}$ .

Fréquence de coupure due à l'influence du condensateur  $C_G$

Le composant  $C_B$  étant équivalent à un court-circuit ( $f = \infty$ ), on recherche l'expression de la résistance  $R_G^\infty$  du dipôle vu par  $C_G$ .



$$\begin{cases} i_1 = i_0 + (\beta + 1)i \\ v_0 = R_E i_1 + r_g i_0 \\ r_{be} i = -R_E i_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[1 + (\beta + 1)\frac{R_E}{r_{be}}\right] i_1 = i_0 \\ v_0 = R_E i_1 + r_g i_0 \end{cases} \Rightarrow v_0 = \left[ \frac{R_E}{1 + (\beta + 1)\frac{R_E}{r_{be}}} + r_g \right] i_0$$

$R_G^\infty = \frac{r_{be}}{\beta + 1} // R_E + r_g \cong 54.8 \Omega$ , soit une fréquence de coupure  $f_{b2} = \frac{1}{2\pi R_G^\infty C_G} \cong 290 \text{ Hz}$ .

L'influence de  $C_G$  apparaît prépondérante vis-à-vis de  $C_B$  car deux décades séparent les pôles, ce qui entraîne une fréquence de coupure basse  $f_b \cong 290 \text{ Hz}$ .

5. Méthode par l'approximation du pôle dominant

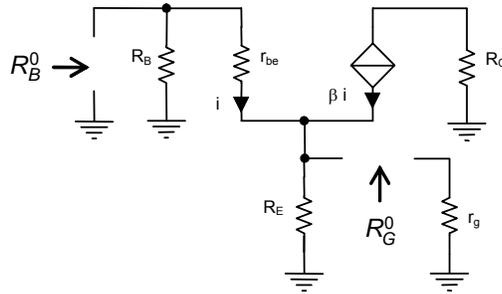
Calcul du premier pôle :

$$f_b \cong \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{R_G^\infty C_G} + \frac{1}{R_E^\infty C_E} \right) = f_{b1} + f_{b2} \cong 293 \text{ Hz}$$
 ce qui donne la fréquence de coupure à  $-3 \text{ dB}$ .

Calcul du deuxième pôle :

Résistance  $R_B^0$  du dipôle vu par  $C_B$  lorsque  $C_G$  est assimilé à un circuit ouvert.

Résistance  $R_G^0$  du dipôle vu par  $C_G$  lorsque  $C_B$  est assimilé à un circuit ouvert.



$$R_B^0 = R_B // [r_{be} + (\beta + 1)R_E] \cong 14388 \Omega, \quad R_G^0 = R_E // \frac{R_B + r_{be}}{\beta + 1} + r_g \cong 148 \Omega$$

$$\text{d'où } f_3 \cong \frac{1}{2\pi(R_G^0 C_G + R_B^0 C_B)} \cong 1.1 \text{ Hz}$$

Calcul du zéro :

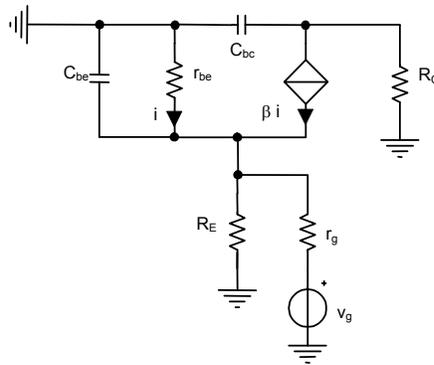
Le zéro est obtenu par le couplage dû à  $C_B$ . En effet, si la base du transistor est en l'air, le

courant dans la charge est nul, donc  $\frac{R_B}{1 + R_B C_B} = \infty \Rightarrow p = -\frac{1}{R_B C_B}$  et  $f_2 = \frac{1}{2\pi R_B C_B} \cong 0.88 \text{ Hz}$ .

Les résultats sont valables avec une excellente précision car les deux pôles sont séparés de plus de deux décades et le zéro est à deux décades en dessous du pôle dominant. La simulation sur Spice confirme ces chiffres.

Etude du régime dynamique aux fréquences hautes

6. Schéma

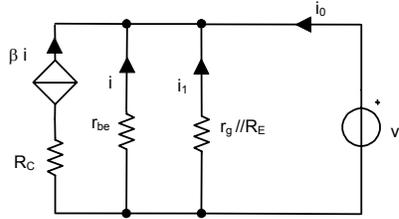


La fonction de transfert en tension est du type passe-bas du second ordre par la présence des deux capacités indépendantes au sein du montage. La méthode par l'approximation du pôle dominant est appliquée.

7. Fréquence de coupure haute

Calcul du premier pôle :

Résistance du dipôle vu par  $C_{be}$  lorsque  $C_{bc}$  est assimilé à un circuit ouvert :



$$\begin{cases} i_0 + (\beta + 1)i = i_1 \\ v_0 = -r_{be}i \\ v_0 = (r_g // R_E)i_1 \end{cases} \Rightarrow i_0 = \frac{v_0}{r_g // R_E} + (\beta + 1)\frac{v_0}{r_{be}} \Rightarrow R_{be}^0 = r_g // R_E // \frac{r_{be}}{\beta + 1} \cong 4.42 \Omega$$

Résistance du dipôle vu par  $C_{bc}$  lorsque  $C_{be}$  est assimilé à un circuit ouvert :

$$R_{bc}^0 = R_C = 1.5 \text{ k}\Omega \text{ car } \beta i = 0.$$

$$a_1 = R_{be}^0 C_{be} + R_{bc}^0 C_{bc} \cong 3.195 \cdot 10^{-8} \text{ s}, f_h \cong \frac{1}{2\pi a_1} \cong 4.98 \text{ MHz} \text{ (fréquence de coupure à } -3 \text{ dB).}$$

Calcul du deuxième pôle :

Résistance du dipôle vu par  $C_{be}$  lorsque  $C_{bc}$  est assimilé à un court-circuit :  $R_{be}^{bc} = R_{be}^0$ .

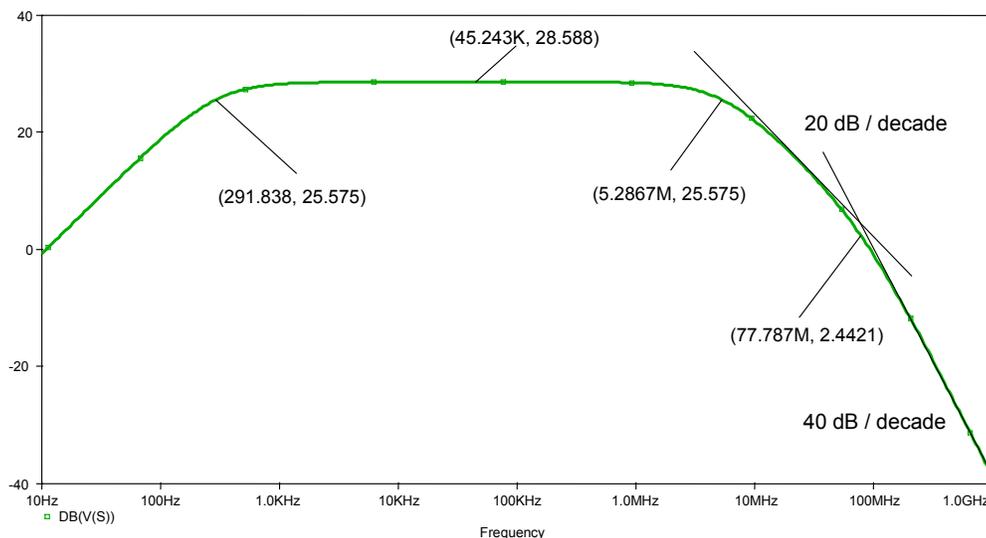
Résistance du dipôle vu par  $C_{bc}$  lorsque  $C_{be}$  est assimilé à un court-circuit :  $R_{bc}^{be} = R_C$ .

$$\Rightarrow a_2 = R_{be}^0 C_{be} R_{bc}^{be} C_{bc} = R_{be}^{bc} C_{be} R_{bc}^0 C_{bc} \cong 5.834 \cdot 10^{-17} \text{ s}^2, \text{ d'où } f_2 \cong \frac{a_1}{2\pi a_2} \cong 87.2 \text{ MHz}$$

Malgré que le calcul conduisant à l'évaluation de  $f_2$  outrepassé le domaine de validité du modèle de comportement en fréquence du transistor ( $f_2 > f_t$ ), la fréquence de coupure haute demeure valable avec une bonne précision, car les deux pôles sont séparés de plus d'une décade. L'hypothèse du pôle dominant est donc vérifiée à une précision d'environ 5%. Sur un plan purement analytique, une meilleure précision peut être atteinte en évaluant une fréquence de coupure corrigée telle que

$$\frac{1}{f_h} \cong 2\pi a_1 = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \text{ d'où } \frac{1}{f_1} \cong \frac{1}{f_h} - \frac{1}{f_2} \text{ et } f_1 = f_{h\text{corrigée}} \cong 5.28 \text{ MHz} \text{ (avec } f_2 \text{ valeur approchée).}$$

La simulation sur Spice illustre les résultats.

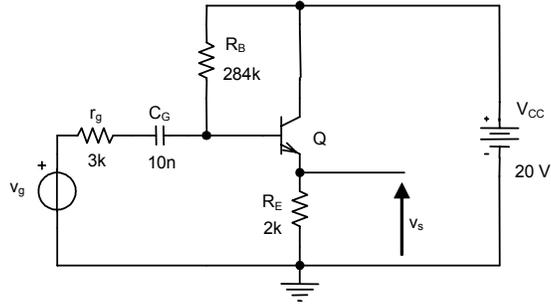


## Réponse en fréquence d'un étage collecteur commun

Le sujet proposé porte sur l'étude en régime dynamique du montage collecteur commun de la figure ci-dessous. Les paramètres du modèle en comportement linéaire du transistor sont :

$$\beta = 150, r_{be} = 755 \Omega, C_{be} = 432 \text{ pF}, C_{bc} = 20 \text{ pF}, V_A = \infty$$

Le composant  $C_G$  est un condensateur de liaison.



Etude du régime dynamique aux fréquences moyennes

1. Dessinez le schéma.
2. Calculez le gain en tension  $A_{V_0} = v_s/v_g$ , les résistances d'entrée et de sortie.

Etude du régime dynamique aux fréquences basses

3. Dessinez le schéma.
4. Évaluez la fréquence  $f_b$  de coupure basse du montage.

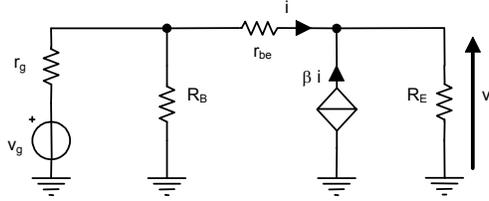
Etude du régime dynamique aux fréquences hautes

5. Dessinez le schéma.
6. En se plaçant dans l'hypothèse d'un pôle dominant, calculez la fréquence  $f_h$  de coupure haute du montage.
7. Validez l'hypothèse du pôle dominant.

## Corrigé

Etude du régime dynamique aux fréquences moyennes

### 1. Schéma



### 2. Gain en tension

Ce schéma peut être simplifié par Thévenin  $v'_g = \frac{R_B}{R_B + r_g} v_g$  et  $r'_g = \frac{R_B r_g}{R_B + r_g} \cong 2969 \Omega$ .

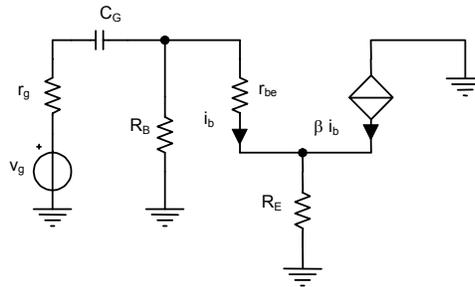
$$\begin{cases} v'_g = [r'_g + r_{be} + (\beta + 1)R_E]i \\ v_s = (\beta + 1)iR_E \end{cases} \Rightarrow A_{V_0} = \frac{v_s}{v_g} = \frac{(\beta + 1)R_E}{r_g \parallel R_B + r_{be} + (\beta + 1)R_E} \frac{R_B}{R_B + r_g} \cong 0.977 \quad (-0.2 \text{ dB})$$

Les résistances d'entrée et de sortie s'écrivent :

$$Z_e = R_B \parallel [r_{be} + (\beta + 1)R_E] \cong 146.5 \text{ k}\Omega \quad \text{et} \quad Z_s = \frac{r_g \parallel R_B + r_{be}}{\beta + 1} \parallel R_E \cong 24.4 \Omega.$$

Etude du régime dynamique aux fréquences basses

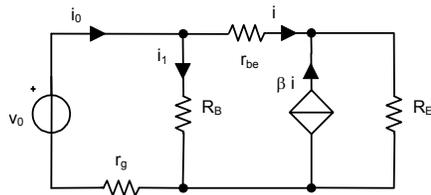
### 3. Schéma



La fonction de transfert en tension est du type passe-haut du premier ordre par la présence d'un seul condensateur au sein du montage.

### 4. Fréquence de coupure basse

La constante de temps de coupure est obtenue par le calcul de la résistance  $R_{eq}$  du dipôle (théorème de Thévenin ou Norton) vu par le condensateur.



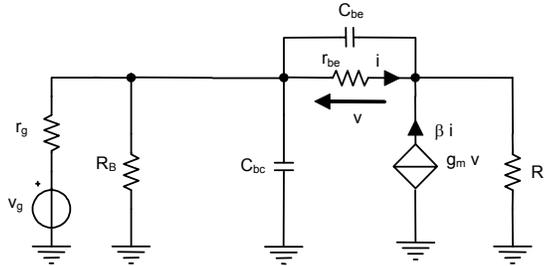
$$\begin{cases} i_0 = i_1 + i \\ v_0 = R_B i_1 + r_g i_0 \\ R_B i_1 = [r_{be} + (\beta + 1)R_E]i \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_0 = \left(1 + \frac{R_B}{r_{be} + (\beta + 1)R_E}\right) i_1 \\ v_0 = R_B i_1 + r_g i_0 \end{cases} \Rightarrow R_{eq} = r_g + R_B // [r_{be} + (\beta + 1)R_E]$$

d'où la fréquence de coupure à -3 dB  $f_b \cong \frac{1}{2\pi R_{eq} C_G} \cong 106 \text{ Hz}$  avec  $R_{eq} \cong 149.5 \text{ k}\Omega$ .

Etude du régime dynamique aux fréquences hautes

5. Schéma



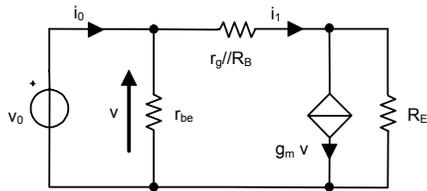
La fonction de transfert en tension est du type passe-bas du second ordre par la présence des deux capacités indépendantes au sein du montage.

6. Fréquence de coupure haute

La méthode par l'approximation du pôle dominant est appliquée

Calcul du premier pôle :

Résistance du dipôle vu par  $C_{be}$  lorsque  $C_{bc}$  est assimilé à un circuit ouvert :

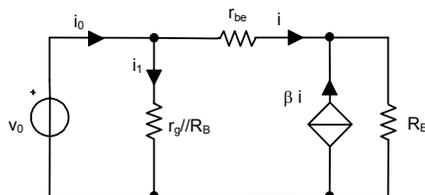


$$\begin{cases} v_0 = v \\ i_0 = \frac{v}{r_{be}} + i_1 \\ v_0 = (r_g // R_B) i_1 + R_E (i_1 - g_m v) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_0 = \frac{v_0}{r_{be}} + i_1 \\ v_0(1 + g_m R_E) = (r_g // R_B + R_E) i_1 \end{cases} \Rightarrow i_0 = \frac{(1 + g_m R_E) v_0}{r_g // R_B + R_E} + \frac{v_0}{r_{be}}$$

d'où  $R_{be}^0 = r_{be} // \frac{r_g // R_B + R_E}{1 + g_m R_E} \cong 12.3 \Omega$

Résistance du dipôle vu par  $C_{bc}$  lorsque  $C_{be}$  est assimilé à un circuit ouvert :



$$R_{bc}^0 = r_g // R_B // [r_{be} + (\beta + 1)R_E] \cong 2940 \Omega$$

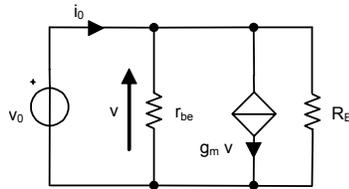
$a_1 = R_{be}^0 C_{be} + R_{bc}^0 C_{bc} \cong 6.4110^{-8} \text{ s}$ ,  $f_h \cong \frac{1}{2\pi a_1} \cong 2.48 \text{ MHz}$  ce qui donne la fréquence de coupure à  $-3 \text{ dB}$ .

Calcul du deuxième pôle :

Résistance du dipôle vu par  $C_{bc}$  lorsque  $C_{be}$  est assimilé à un circuit-circuit :

$$R_{bc}^{be} = r_g // R_B // R_E \cong 1195 \Omega \Rightarrow a_2 = R_{bc}^0 C_{be} R_{bc}^{be} C_{bc} \cong 1.27 \cdot 10^{-16} \text{ s}^2$$

ou encore, résistance du dipôle vu par  $C_{be}$  lorsque  $C_{bc}$  est assimilé à un circuit-circuit :



$$R_{be}^{bc} = \frac{r_{be}}{\beta + 1} // R_E \cong 4.99 \Omega$$

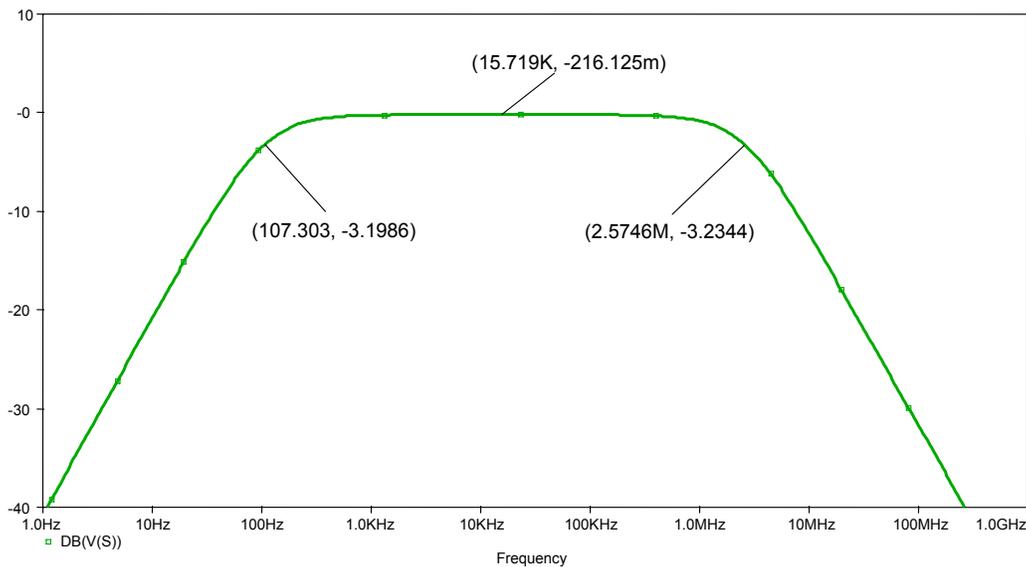
$$\Rightarrow a_2 = R_{bc}^{be} C_{be} R_{bc}^0 C_{bc} \cong 1.27 \cdot 10^{-16} \text{ s}^2, \text{ d'où } f_2 \cong \frac{a_1}{2\pi a_2} \cong 80 \text{ MHz}$$

Malgré que le calcul conduisant à l'évaluation de  $f_2$  outrepassse le domaine de validité du modèle de comportement en fréquence du transistor ( $f_2 > f_t$ ), la fréquence de coupure haute demeure valable avec une bonne précision, car les deux pôles sont séparés de plus d'une décade. L'hypothèse du pôle dominant est donc vérifiée à une précision d'environ 3%.

Sur un plan purement analytique, une meilleure précision peut être atteinte en évaluant une fréquence de coupure corrigée telle que

$$\frac{1}{f_h} \cong 2\pi a_1 = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \text{ d'où } \frac{1}{f_1} \cong \frac{1}{f_h} - \frac{1}{f_2} \text{ et } f_1 = f_{h_{\text{corrigée}}} \cong 2.56 \text{ MHz (avec } f_2 \text{ valeur approchée).}$$

La simulation sur Spice illustre ces résultats. Un zéro, situé à  $f_z = \frac{\beta + 1}{2\pi r_{be} C_{be}} \cong 74 \text{ MHz}$ , contre l'effet du pôle  $f_2 \cong 80 \text{ MHz}$ , d'où comportement du premier ordre.



## Comparaison des montages fondamentaux à JBT

A partir des résultats des problèmes sur les réponses en fréquence des étages émetteur commun, base commune et collecteur commun, effectuez une comparaison des performances étudiées.

### Corrigé

Report des performances dans le tableau suivant :

performances	émetteur commun	base commune	collecteur commun
polarisation $I_{C_o}$	5.07	5.07	5
résistance d'entrée $Z_e$ ( $\Omega$ )	711	4.9	146500
Résistance de sortie $Z_s$ ( $\Omega$ )	1500	1500	24.4
gain en tension $A_v$	- 285	26.9	0.977
coupe basse $f_b$ (Hz)	326	297	106
coupe haute $f_h$ (kHz)	475	4980	2480
deuxième pôle $f_2$ (MHz)	86.5	87.2	80
$f_h$ (kHz) corrigée	478	5280	2560

Commentaires :

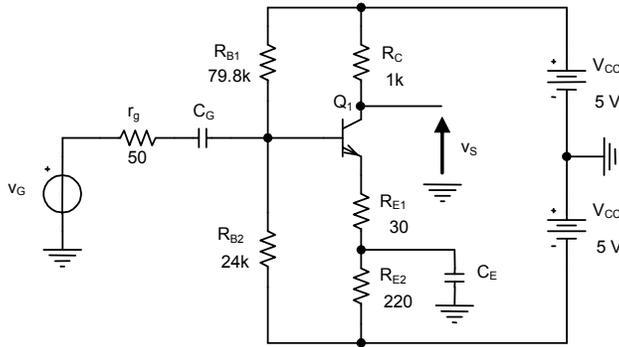
- Les trois montages utilisent le même transistor ( $\beta, f_t, V_A$ ) parcouru par le même courant de polarisation  $I_{C_o}$ , c'est-à-dire utilisant les mêmes valeurs des paramètres dynamiques du modèle aux faibles signaux ( $r_{be}, C_{be}, C_{bc}$ ), permettant ainsi une bonne comparaison des performances.
- Les valeurs de la résistance d'entrée montrent qu'un étage base commune doit être attaqué en courant et qu'un étage collecteur commun en tension.
- La valeur de la résistance de sortie de l'étage collecteur commun fait apparaître son rôle d'abaisseur d'impédance (adaptateur basse impédance).
- Les étages émetteur commun et base commune sont des amplificateurs de tension, alors que l'étage collecteur commun recopie la tension d'entrée en sortie (suiveur de tension). Ici, le gain de l'étage base commune est faible à cause d'un problème d'adaptation sur l'entrée (attaque en courant).
- La fréquence de coupe basse est fonction du choix des valeurs de condensateurs de liaison et de découplage, donc indépendante du type d'étage.
- Les valeurs des fréquences de coupe haute mettent en exergue le principal problème de l'étage émetteur commun, à savoir une faible bande passante. Cette fréquence de coupe sera d'autant plus faible que la charge sera plus importante (gain en tension demandé plus important). La solution est l'utilisation du montage cascode.
- Le deuxième pôle se situe aux environs de la fréquence de transition  $f_t$ , extrême limite du modèle de comportement du transistor en fréquence.
- La fréquence de coupe haute corrigée démontre l'efficacité de la méthode du pôle dominant.

### Réponse en fréquence d'un étage pseudo-émetteur commun

L'étude proposée porte sur le comportement en fréquence du montage de la figure ci-dessous. Le transistor possède les caractéristiques :

$$\beta = 200, f_t = 400 \text{ MHz}, C_{bc} = 0.2 \text{ pF}, V_A = \infty$$

Les composants  $C_G$  et  $C_E$  sont respectivement des condensateurs de liaison et de découplage.



Etude du régime continu

1. Calculez la valeur du courant  $I_{C_0}$  ( $V_{BE_0} \cong 0.6 \text{ V}$ ).

Etude du régime dynamique aux fréquences moyennes

2. Évaluez le paramètre  $r_{be}$  du transistor.
3. Calculez le gain en tension  $A_{v_0} = v_s/v_g$ .
4. Évaluez la résistance d'entrée  $Z_e$  et la résistance de sortie  $Z_s$ .

Etude du régime dynamique aux fréquences hautes

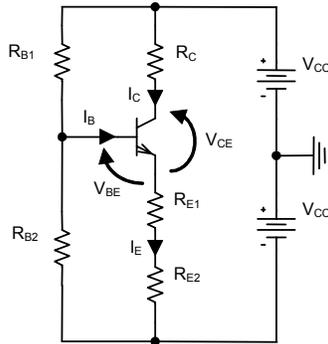
5. Évaluez la capacité  $C_{be}$  du transistor.

On se place dans l'hypothèse où la fonction de transfert admet deux pôles réels espacés de plus d'une décade (approximation du pôle dominant).

6. Calculez la fréquence de coupure du montage.
7. Validez l'hypothèse du pôle dominant.

## Corrigé

Etude du régime continu

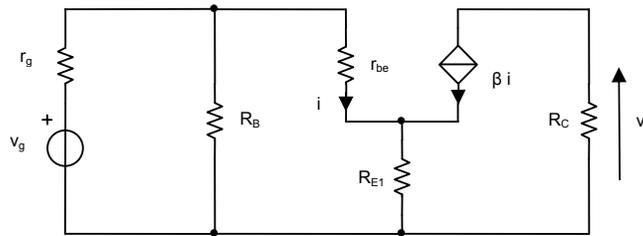


1. Evaluation du courant de collecteur

$$2V_{CC} \frac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} = R_B \frac{I_C}{\beta} + V_{BE} + (R_{E1} + R_{E2}) I_E \quad \text{avec } R_B = R_{B1} // R_{B2}$$

$$R_B \cong 18450 \Omega, I_{C0} \cong 5 \text{ mA}$$

Etude du régime dynamique aux fréquences moyennes



2. Evaluation des paramètres

$$r_{be} = \frac{U_T}{I_{C0}} \beta \cong 1 \text{ k}\Omega, r_{ce} = \infty \text{ car } V_A = \infty$$

3. Gain en tension

$$A_{V0} \cong - \frac{\beta R_C}{r_g + r_{be} + (\beta + 1) R_{E1}} \cong -28.25 \text{ (+29 dB)} \quad (R_B \gg r_g \text{ par théorème de Thévenin})$$

4. Impédances d'entrée et de sortie

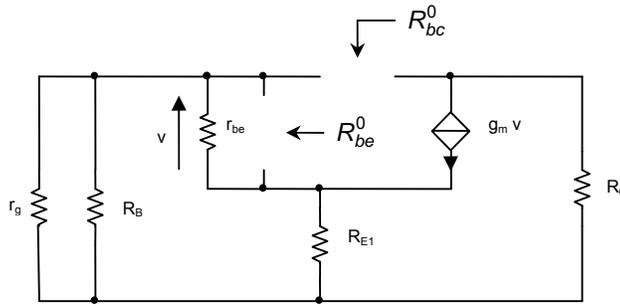
$$Z_e = R_B // [r_{be} + (\beta + 1) R_{E1}] \cong 5090 \Omega \text{ (vue par le générateur d'attaque)}, Z_s = R_C = 1 \text{ k}\Omega$$

Etude du régime dynamique aux fréquences hautes

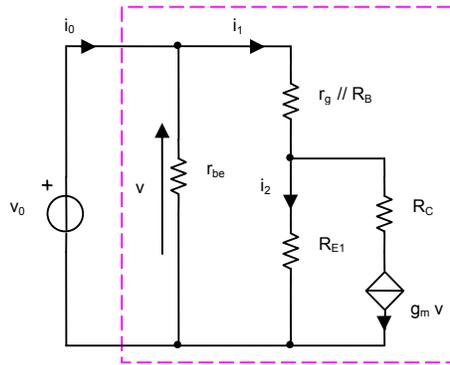
5. Estimation de la capacité de diffusion

$$C_{be} + C_{bc} = \frac{I_{C0}}{2\pi U_T f_t} \quad C_{bc} = 0.2 \text{ pF}, C_{be} \cong 79.6 \text{ pF}$$

6. Calcul de la fréquence de coupure (méthode par l'approximation du pôle dominant)



Résistance  $R_{be}^0$  du dipôle vu par  $C_{be}$  lorsque  $C_{bc}$  est assimilé à un circuit ouvert

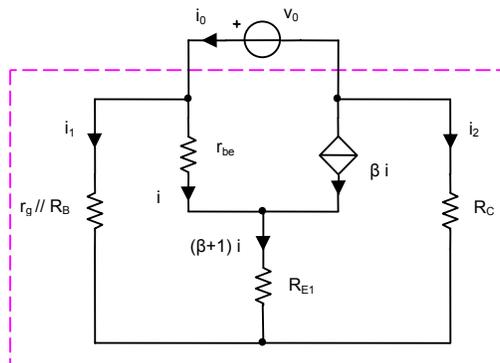


Le circuit présente deux nœuds et deux mailles indépendantes, soit un système de 4 équations à 4 inconnues  $i_1, i_2, v$  et le couple recherché  $(v_0, i_0)$ .

$$\begin{cases} i_0 = i_1 + \frac{v}{r_{be}} \\ i_1 = i_2 + g_m v \\ v_0 = v \\ v_0 \cong r_g i_1 + R_{E1} i_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = i_0 - \frac{v_0}{r_{be}} \\ i_2 = i_1 - g_m v_0 \\ v_0 \cong r_g i_1 + R_{E1} i_2 \end{cases} \Rightarrow v_0 \left( 1 + \frac{r_g}{r_{be}} + \frac{R_{E1}}{r_{be}} + g_m R_{E1} \right) \cong (r_g + R_{E1}) i_0$$

$$\Rightarrow \frac{i_0}{v_0} = \frac{1}{r_{be}} + \frac{1 + g_m R_{E1}}{r_g + R_{E1}} \quad \text{d'où } R_{be}^0 = r_{be} \parallel \frac{r_g + R_{E1}}{1 + g_m R_{E1}} \quad (R_{be}^0 \cong 11.3 \Omega)$$

Résistance  $R_{bc}^0$  du dipôle vu par  $C_{bc}$  lorsque  $C_{be}$  est assimilé à un circuit ouvert



$$\begin{cases} i_0 = i + i_1 \\ i_0 + \beta i + i_2 = 0 \\ v_0 \cong r_g i_1 - R_C i_2 \\ r_g i_1 \cong r_{be} i + (\beta + 1) R_{E_1} i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_0 \cong r_g (i_0 - i) + R_C (i_0 + \beta i) \\ r_g (i_0 - i) \cong r_{be} i + (\beta + 1) R_{E_1} i \end{cases}$$

$$\text{d'où } R_{bc}^0 = R_C + r_g \frac{r_{be} + (\beta + 1) R_{E_1} + \beta R_C}{r_g + r_{be} + (\beta + 1) R_{E_1}} \cong 2462 \Omega$$

$$a_1 = R_{be}^0 C_{be} + R_{bc}^0 C_{bc} \cong 1.392 \cdot 10^{-9} \text{ s} \Rightarrow f_h \cong \frac{1}{2\pi a_1} \cong 114 \text{ MHz (fréquence de coupure)}$$

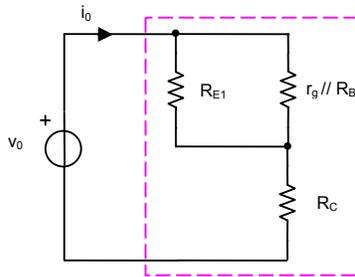
7. Validation de l'approximation du pôle dominant

Calcul du deuxième pôle :

$$f_2 \cong \frac{a_1}{2\pi a_2} \text{ avec } a_2 = R_{be}^0 C_{be} R_{bc}^\infty C_{bc} \text{ ou } a_2 = R_{be}^\infty C_{be} R_{bc}^0 C_{bc}$$

$R_{be}^\infty$  (ou  $R_{be}^{bc}$ ) : résistance du dipôle vu par  $C_{be}$  lorsque  $C_{bc}$  est assimilé à un court-circuit

$R_{bc}^\infty$  (ou  $R_{bc}^{be}$ ) : résistance du dipôle vu par  $C_{bc}$  lorsque  $C_{be}$  est assimilé à un court-circuit.



Le choix du calcul de  $R_{bc}^{be}$  apparaît plus judicieux au vu du schéma précédent, puisque la résistance  $r_{be}$  est court-circuitée et la source liée ne débite aucun courant. Le résultat est alors immédiat, à savoir  $R_{bc}^\infty = r_g // R_B // R_{E_1} + R_C \cong 1020 \Omega$ .

d'où  $a_2 \cong 1.835 \cdot 10^{-19} \text{ s}^2$  et la fréquence de coupure est  $f_2 \cong 1.2 \text{ GHz} (f_2 > f_1)$ .

La fréquence de coupure haute évaluée par l'approximation du pôle dominant est d'une précision de l'ordre de 10%, car les fréquences calculées sont séparées d'une décade. Il ne faut pas oublier que le modèle de Giacoletto est toléré jusqu'à la fréquence de transition (400 MHz), ce qui signifie que les calculs du deuxième pôle et des deux zéros ne sont pas acceptables. Cependant ces fréquences sont, en réalité, très au-delà de la fréquence de coupure à 3 dB.

Sur un plan purement analytique, une meilleure précision peut être atteinte en évaluant une fréquence de coupure corrigée telle que

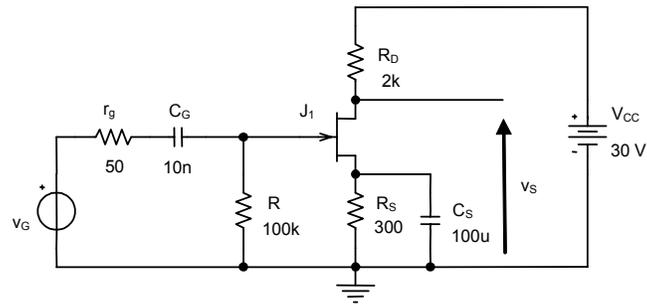
$$\frac{1}{f_h} \cong 2\pi a_1 = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \text{ d'où } \frac{1}{f_1} \cong \frac{1}{f_h} - \frac{1}{f_2} \text{ et } f_1 = f_{h\text{corrigée}} \cong 127 \text{ MHz}$$

La simulation sur Spice illustre ce résultat.

## Réponse en fréquence d'un étage source commune

L'étude porte sur la caractérisation du circuit de la figure ci-dessous. Le transistor à effet de champ possède les caractéristiques statiques  $I_{DSS} = 15 \text{ mA}$ ,  $V_p = -6 \text{ V}$  et les paramètres de son modèle dynamique aux faibles signaux sont  $r_{ds} = \infty$ ,  $C_{gs} = 4 \text{ pF}$ ,  $C_{gd} = 2 \text{ pF}$ .

Les composants  $C_G$  et  $C_S$  sont respectivement des condensateurs de liaison et de découplage.



Etude du régime continu

1. Déterminez le point de repos du transistor.

Etude du régime dynamique aux faibles signaux

2. Évaluez le paramètre  $g_m$  du modèle du transistor de l'étude précédente.
3. Aux fréquences moyennes, calculez le gain en tension  $A_{V_0} = v_s/v_g$ , les résistances d'entrée  $Z_e$  et de sortie  $Z_s$ .
4. Évaluez la fréquence de coupure basse du montage.
5. Évaluez la fréquence de coupure haute du montage.

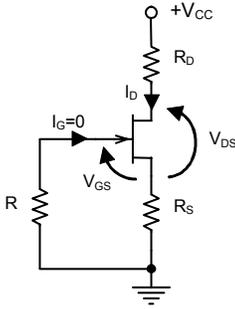
## Corrigé

### Etude du régime continu

#### 1. Point de repos du transistor

En continu ( $\omega = 0$ ), les condensateurs de liaison sont équivalents à des circuits ouverts

$$\left(\frac{1}{C\omega} = \infty\right).$$



$$\begin{cases} V_{CC} \cong (R_D + R_S)I_D + V_{DS} \\ I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2 \\ V_{GS} \cong -R_S I_D \end{cases}$$

système de 3 équations à 3 inconnues ( $I_D, V_{DS}, V_{GS}$ )

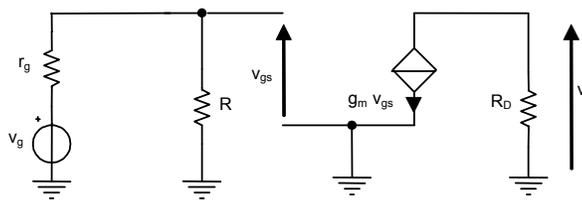
$$\frac{V_{GS}^2}{V_P^2} + \left(\frac{1}{I_{DSS} R_S} - \frac{2}{V_P}\right)V_{GS} + 1 = 0 \Rightarrow V_{GS_0} \cong -2 \text{ V et } I_{D_0} \cong 6.67 \text{ mA, } V_{DS_0} \cong 14.7 \text{ V.}$$

### Etude du régime dynamique

#### 2. Evaluation du paramètre $g_m$

$$g_m = -\frac{2}{V_P} \sqrt{I_{DSS} I_{D_0}} \cong 3.33 \text{ mA/V}$$

#### 3. Caractérisation aux fréquences moyennes



Dans ce domaine de fréquences, les condensateurs de liaison et de découplage sont équivalents à des courts-circuits.

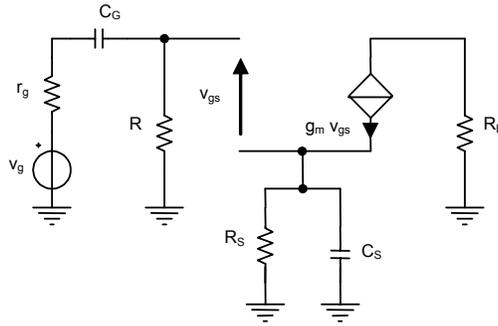
Calcul du gain

$$\begin{cases} v_{gs} = \frac{R}{R+r_g} v_g \\ v_s = -g_m v_{gs} R_D \end{cases} \Rightarrow v_s = -g_m R_D \frac{R}{R+r_g} v_g \text{ soit } A_{v_0} = \frac{v_s}{v_g} \cong -g_m R_D \cong -6.66 \text{ (16.48 dB)}$$

La résistance d'entrée (vue par le circuit d'attaque sous forme Thévenin vaut  $Z_e = R = 100 \text{ k}\Omega$  et la résistance de sortie  $Z_s = R_D = 2 \text{ k}\Omega$ .

4. Fréquence de coupure basse

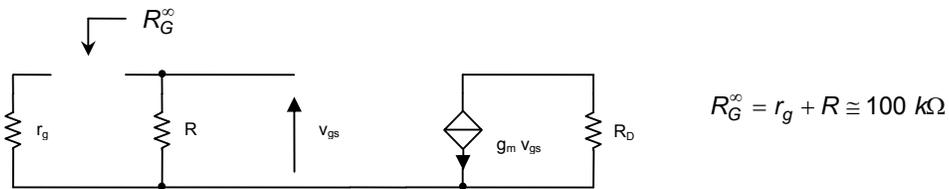
Schéma aux fréquences basses



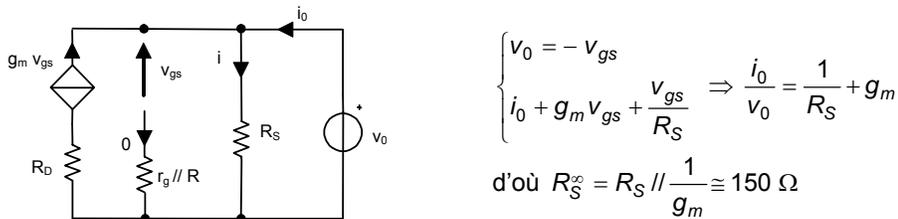
La fonction de transfert en tension est du type passe-haut du second ordre par la présence des deux condensateurs indépendants au sein du montage. La méthode par l'approximation du pôle dominant permet la détermination rapide de la fréquence de coupure basse (voir « Annexes »).

Calcul du premier pôle :

Résistance  $R_G^\infty$  du dipôle vu par  $C_G$  lorsque  $C_E$  est assimilé à un court-circuit.



Résistance  $R_S^\infty$  du dipôle vu par  $C_S$  lorsque  $C_G$  est assimilé à un court-circuit.

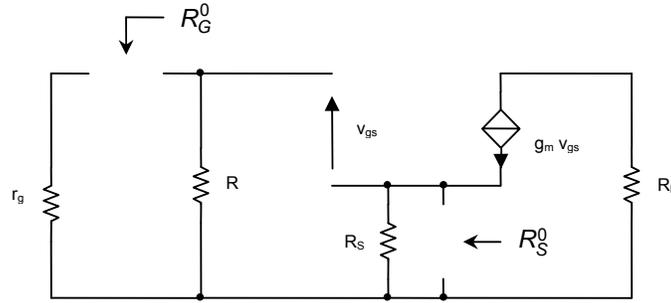


ce qui donne la fréquence de coupure à -3 dB  $f_b \cong \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{R_G^\infty C_G} + \frac{1}{R_S^\infty C_S} \right) \cong 170 \text{ Hz}$ .

Calcul du deuxième pôle :

Résistance  $R_S^0$  du dipôle vu par  $C_S$  lorsque  $C_G$  est assimilé à un circuit ouvert.

Résistance  $R_G^0$  du dipôle vu par  $C_G$  lorsque  $C_S$  est assimilé à un circuit ouvert.



$$R_G^0 = r_g + R \cong 100 \text{ k}\Omega, \quad R_S^0 = R_S // \frac{1}{g_m} \cong 150 \Omega$$

$$\text{d'où } f_2 \cong \frac{1}{2\pi(R_G^0 C_G + R_S^0 C_S)} \cong 9.95 \text{ Hz}$$

Calcul du zéro :

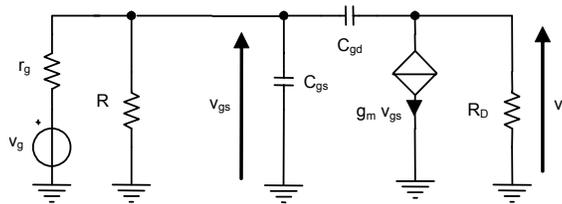
Le zéro est produit par la liaison entre source et masse, couplage dû à  $C_S$ . En effet, si la source du transistor est en l'air, le courant dans la charge est nul, donc

$$\frac{R_S}{1 + R_S C_S p} = \infty \Rightarrow p = -\frac{1}{R_S C_S} \text{ et } f_3 = \frac{1}{2\pi R_S C_S} \cong 5.3 \text{ Hz}.$$

Les résultats sont valables avec une précision satisfaisante car les deux pôles sont séparés d'un peu plus d'une décade et le zéro est situé légèrement en dessous du pôle le plus bas (voir la simulation sur Spice).

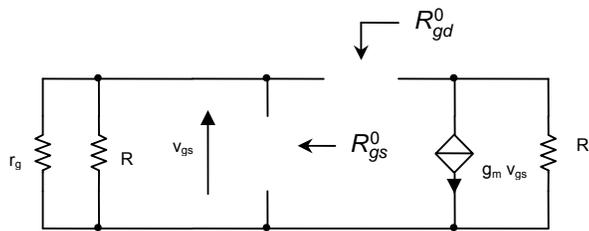
### 5. Fréquence de coupure haute

Schéma aux fréquences hautes



La fonction de transfert en tension est du type passe-bas du second ordre par la présence des deux capacités indépendantes au sein du montage. La méthode par l'approximation du pôle dominant est mise en œuvre.

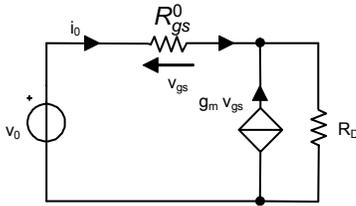
Calcul du premier pôle :



Résistance du dipôle vu par  $C_{gs}$  lorsque  $C_{gd}$  est assimilé à un circuit ouvert :

$$R_{gs}^0 = r_g // R \cong 50 \Omega$$

Résistance du dipôle vu par  $C_{gd}$  lorsque  $C_{gs}$  est assimilé à un circuit ouvert :



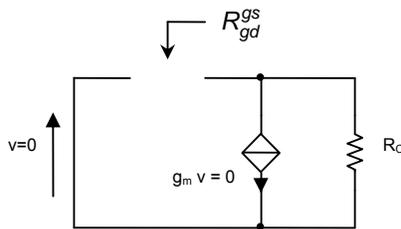
$$\begin{cases} v_0 = R_{gs}^0 i_0 + R_D (i_0 + g_m v_{gs}) \\ v_{gs} = R_{gs}^0 i_0 \end{cases}$$

$$R_{gd}^0 = (1 + g_m R_D) R_{gs}^0 + R_D \cong 2383 \Omega$$

$a_1 = R_{gs}^0 C_{gs} + R_{gd}^0 C_{gd} \cong 4.97 \cdot 10^{-9} \text{ s}$ ,  $f_h \cong \frac{1}{2\pi a_1} \cong 32 \text{ MHz}$  ce qui donne la fréquence de coupure à  $-3 \text{ dB}$ .

Calcul du deuxième pôle :

Résistance  $R_{gd}^{gs}$  du dipôle vu par  $C_{gd}$  lorsque  $C_{gs}$  est assimilé à un court-circuit :



$$R_{gd}^{gs} = R_D = 2 \text{ k}\Omega$$

$a_2 = R_{gs}^0 C_{gs} R_{gd}^{gs} C_{gd} \cong 8 \cdot 10^{-19} \text{ s}^2$ , d'où  $f_2 \cong \frac{a_1}{2\pi a_2} \cong 989 \text{ MHz}$

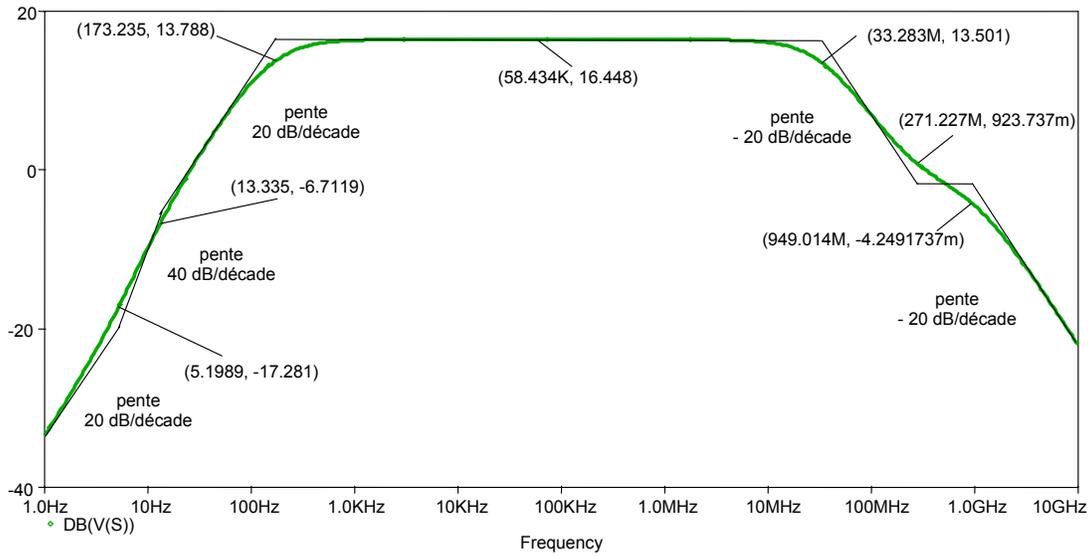
Calcul du zéro :

Le zéro est produit de manière telle que le courant circulant dans la charge  $R_D$  est nul, couplage dû à  $C_{gd}$ . En effet, le courant circulant dans la branche supportant  $C_{gd}$  est égal au courant fourni par la source liée, donc

$$C_{gd} p V_{gs}(p) = g_m V_{gs}(p) \Rightarrow p = \frac{g_m}{C_{gd}} \text{ et } f_3 = \frac{g_m}{2\pi C_{gd}} \cong 265 \text{ MHz}$$

La fréquence de coupure haute demeure valable avec une bonne précision, malgré la présence du zéro qui s'intercale entre les deux pôles. Notons que le domaine de validité du modèle de comportement en fréquence du transistor est acceptable puisqu'il n'existe pas de phénomène de diffusion pour un JFET (modélisation de deux diodes en inverse).

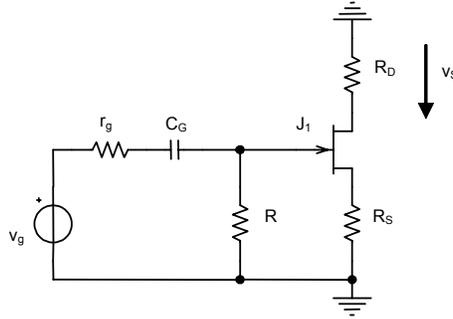
La simulation sur Spice illustre ces résultats.



## Réponse en fréquence d'un étage pseudo-source commune

Le sujet proposé porte sur l'étude du montage de la figure ci-dessous, représenté dans son régime dynamique aux faibles signaux. Le paramètre  $r_{ds}$  du modèle en comportement linéaire du transistor JFET est supposé de valeur très importante.

Le composant  $C_G$  est un condensateur de liaison et la valeur de la résistance du dipôle d'attaque est telle que  $r_g \ll R$ .



Etude du régime dynamique aux fréquences moyennes

1. Dessinez le schéma.
2. Ecrivez les expressions du gain en tension  $A_{V_0} = v_s/v_g$  et des résistances d'entrée  $z_e$  et de sortie  $z_s$  du montage.

Etude du régime dynamique aux fréquences basses

3. Dessinez le schéma.
4. Ecrivez la fréquence  $f_b$  de coupure basse du montage.

Etude du régime dynamique aux fréquences hautes

5. Dessinez le schéma.

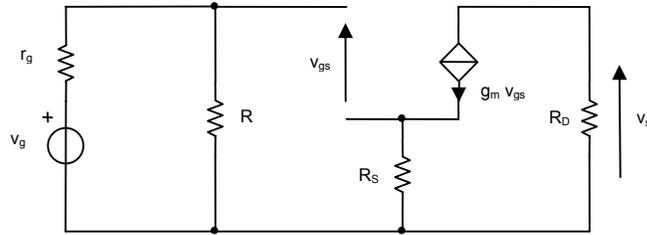
On se place dans l'hypothèse où la fonction de transfert admet deux pôles réels espacés de plus d'une décade (approximation du pôle dominant) et zéros très éloignés.

6. Donnez l'expression analytique de  $R_{gs}^0$ , résistance dynamique vue par  $C_{gs}$  à fréquence nulle.
7. Donnez l'expression analytique de  $R_{gd}^0$ , résistance dynamique vue par  $C_{gd}$  à fréquence nulle.
8. Donnez les expressions analytiques de  $R_{gs}^\infty$  (ou  $R_{gs}^{gd}$ ), résistance du dipôle vu par  $C_{gs}$  lorsque  $C_{gd}$  est assimilé à un court-circuit et  $R_{gd}^\infty$  (ou  $R_{gd}^{gs}$ ), résistance du dipôle vu par  $C_{gd}$  lorsque  $C_{gs}$  est assimilé à un court-circuit qui permettent de valider l'hypothèse du pôle dominant en déterminant la position du deuxième pôle.

## Corrigé

Etude du régime dynamique aux fréquences moyennes

### 1. Schéma



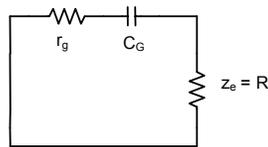
### 2. Gain en tension et résistance d'entrée

$$\begin{cases} v_s = -g_m v_{gs} R_D \\ v_g \cong v_{gs} + g_m v_{gs} R_S \end{cases} \quad (R \gg r_g \text{ par théorème de Thévenin})$$

$$\Rightarrow A_{v_0} = \frac{v_s}{v_g} \cong -\frac{g_m R_D}{1 + g_m R_S} \text{ et } z_e = R \text{ (vue par le générateur d'attaque), } z_s = R_D.$$

Etude du régime dynamique aux fréquences basses

### 3. Schéma

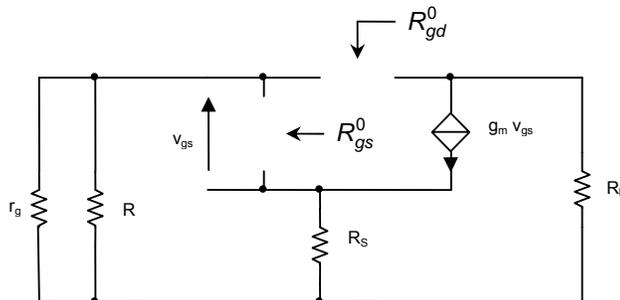


### 4. Fréquence de coupure basse

Le condensateur voit à ses bornes un dipôle passif ( $v_g$  éteint) de résistance  $z_e + r_g$ , ce qui fournit la constante de temps de coupure, donc la fréquence de coupure basse  $f_b = \frac{1}{2\pi(r_g + z_e)C_G}$ .

Etude du régime dynamique aux fréquences hautes

### 5. Schéma



Calcul du premier pôle :

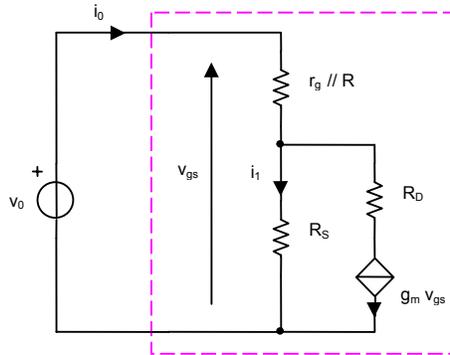
La fréquence de coupure à - 3 dB s'écrit  $f_1 \cong \frac{1}{2\pi a_1}$  avec  $a_1 = R_{gs}^0 C_{gs} + R_{gd}^0 C_{gd}$  (sous condition

d'un pôle dominant).

$R_{gs}^0$  : résistance du dipôle vu par  $C_{gs}$  lorsque  $C_{gd}$  est assimilé à un circuit ouvert.

$R_{gd}^0$  : résistance du dipôle vu par  $C_{gd}$  lorsque  $C_{gs}$  est assimilé à un circuit ouvert.

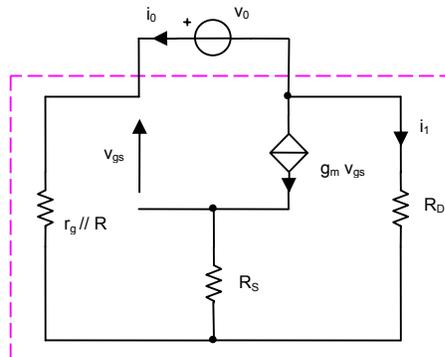
6. Ecriture analytique de la résistance  $R_{gs}^0$



$$\begin{cases} i_0 = i_1 + g_m v_{gs} \\ v_0 = v_{gs} \\ v_0 \cong r_g i_0 + R_S i_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_0 = i_1 + g_m v_0 \\ v_0 \cong r_g i_0 + R_S i_1 \end{cases} \Rightarrow v_0 \cong r_g i_0 + R_S (i_0 - g_m v_0)$$

d'où  $R_{gs}^0 = \frac{v_0}{i_0} \cong \frac{r_g + R_S}{1 + g_m R_S}$ .

7. Ecriture analytique de la résistance  $R_{gd}^0$



$$\begin{cases} i_0 + g_m v_{gs} + i_1 = 0 \\ v_0 \cong r_g i_0 - R_D i_1 \\ r_g i_0 \cong v_{gs} + g_m v_{gs} R_S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_0 \cong r_g i_0 + R_D (i_0 + g_m v_{gs}) \\ r_g i_0 \cong v_{gs} (1 + g_m R_S) \end{cases} \Rightarrow v_0 \cong (r_g + R_D) i_0 + \frac{r_g g_m R_D}{1 + g_m R_S} i_0$$

d'où  $R_{gd}^0 \cong r_g + R_D \left( 1 + \frac{g_m r_g}{1 + g_m R_S} \right)$

8. Pour la validation de l'approximation du pôle dominant

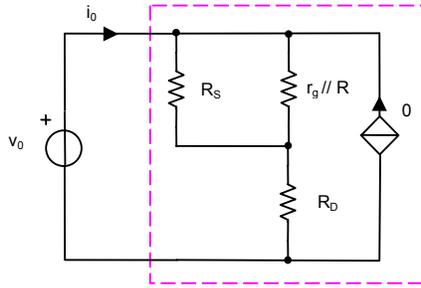
Calcul du deuxième pôle :

$$f_2 \cong \frac{a_1}{2\pi a_2} \quad \text{avec } a_2 = R_{gs}^0 C_{gs} R_{gd}^{\infty} C_{gd} \text{ ou } a_2 = R_{gs}^{\infty} C_{gs} R_{gd}^0 C_{gd}$$

$R_{gs}^{\infty}$  (ou  $R_{gs}^{gd}$ ) : résistance du dipôle vu par  $C_{gs}$  lorsque  $C_{gd}$  est assimilé à un court-circuit.

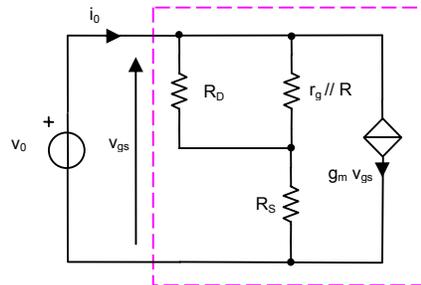
$R_{gd}^{\infty}$  (ou  $R_{gd}^{gs}$ ) : résistance du dipôle vu par  $C_{gd}$  lorsque  $C_{gs}$  est assimilé à un court-circuit.

Ecriture analytique de la résistance  $R_{gd}^{\infty}$



Le choix du calcul de  $R_{gd}^{\infty}$  apparaît plus judicieux au vu du schéma précédent, puisque la tension  $v_{gs}$  est nulle et la source liée ne débite aucun courant. Le résultat est alors immédiat, à savoir  $R_{gd}^{\infty} \cong r_g // R_S + R_D$ .

Ecriture analytique de la résistance  $R_{gs}^{\infty}$



$$\begin{cases} v_0 = v_{gs} \\ v_0 \cong (R_D // r_g + R_S) i_1 \Rightarrow v_0 = (R_D // r_g + R_S) (i_0 - g_m v_0) \\ i_0 = i_1 + g_m v_{gs} \end{cases}$$

$$\text{d'où } R_{gs}^{\infty} = \frac{v_0}{i_0} = \frac{1}{g_m} // (R_D // r_g + R_S).$$

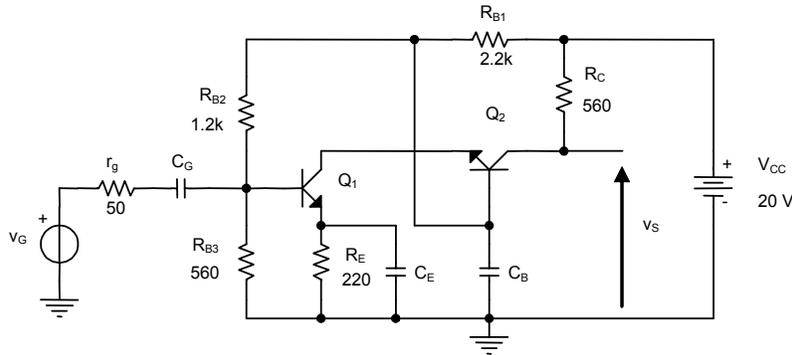
Dans les deux cas, nous devons retrouver la même écriture analytique de  $a_2$ .

## Réponse en fréquence d'un étage cascode

L'étude proposée porte sur le comportement en fréquence du montage de la figure ci-dessous. Les deux transistors sont supposés identiques :

$$\beta = 100, f_t = 100 \text{ MHz}, C_{bc} = 4 \text{ pF}, V_A = \infty$$

Les composants  $C_G, C_B, C_E$  sont respectivement des condensateurs de liaison et un condensateur de découplage.



Etude du régime continu

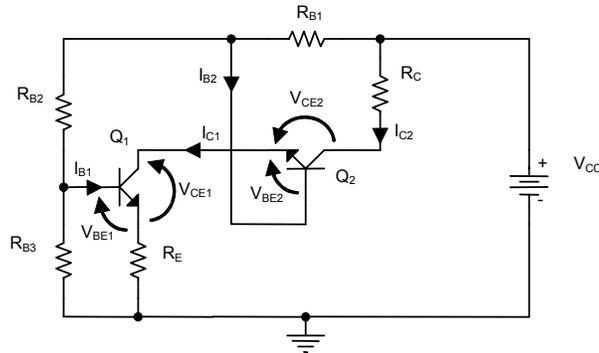
1. Dans l'hypothèse où l'on suppose les courants de base des transistors négligeables devant le courant circulant dans la maille définie par  $R_{B1}, R_{B2}, R_{B3}$  et  $V_{CC}$ , déterminez les points de fonctionnement des deux transistors. Validez cette hypothèse.

Etude du régime dynamique aux faibles signaux

2. Déduisez les paramètres  $r_{be}$  des transistors de l'étude précédente.
3. Aux fréquences moyennes, calculez les valeurs de la résistance d'entrée  $z_e$ , de la résistance de sortie  $z_s$  et du gain en tension  $A_{v_0} = v_s/v_g$  du montage.
4. Déterminez la fréquence de coupure haute.
5. Donnez les spécificités d'un tel amplificateur.

## Corrigé

### Etude du régime continu



#### 1. Points de repos

D'après l'hypothèse formulée, le courant de maille est  $I \cong \frac{V_{CC}}{R_{B_1} + R_{B_2} + R_{B_3}}$

L'hypothèse de départ fait négliger deux fois  $100 \mu A$  devant  $5.05 mA$  ( $\cong 4\%$ )

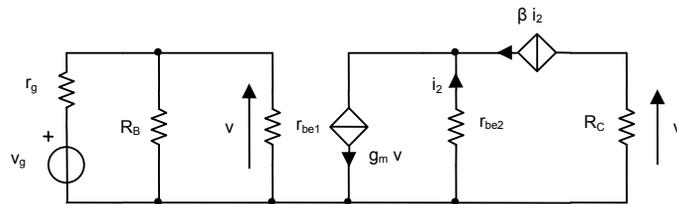
$V_{CE_{1_0}} \cong V_{CE_{2_0}} \cong 6.1 V$ ,  $I_{C_{1_0}} \cong I_{C_{2_0}} \cong I_{C_0} = 10 mA$

### Etude du régime dynamique aux faibles signaux

#### 2. Résistances dynamiques des jonctions base-émetteur

$$r_{be} = r_{be_1} = r_{be_2} = \frac{U_T}{I_{C_0}} \beta \cong 250 \Omega \quad \text{donc} \quad g_m = g_{m_1} = g_{m_2} \cong 0.4 A/V$$

#### 3. Caractérisation aux fréquences moyennes



$$z_e = R_B // r_{be} \cong 151 \Omega \quad \text{avec} \quad R_B = R_{B_2} // R_{B_3}, \quad z_s = R_C = 560 \Omega$$

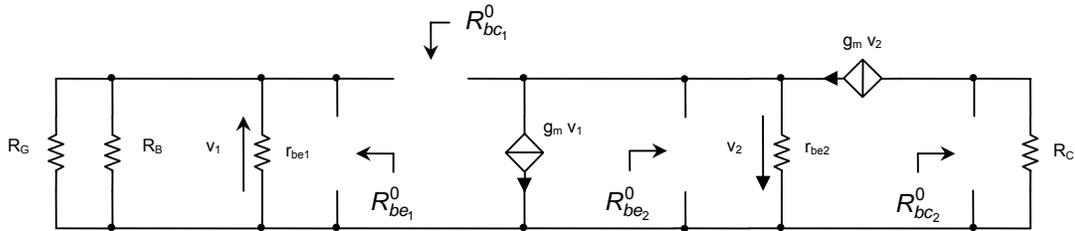
$$\begin{cases} g_m v = (\beta + 1) i_2 \\ v = \frac{z_e}{z_e + r_g} v_g \\ v_s = -R_C \beta i_2 \end{cases} \Rightarrow A_{v_0} = \frac{v_s}{v_g} = \frac{z_e}{z_e + r_g} \left( -\frac{\beta}{\beta + 1} \right) \left( \frac{\beta R_C}{r_{be}} \right) \cong -168 \quad (+ 44.4 \text{ dB})$$

4. Fréquence de coupure haute

$C_{be_1} = C_{be_2} = C_{be}$  car  $C_{bc_1} = C_{bc_2} = C_{bc}$  et même fréquence de transition

$$C_{be} + C_{bc} = \frac{I_{C_0}}{2\pi U_T f_t} \quad (C_{bc} = 4 \text{ pF}, C_{be} \cong 633 \text{ pF})$$

Méthode par l'approximation du pôle dominant



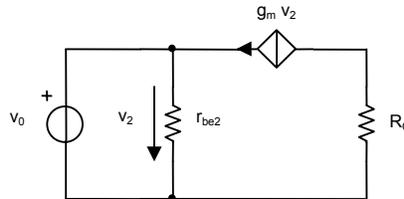
Ce circuit présente trois éléments capacitifs indépendants, puisqu'une maille n'est composée que de ce type d'éléments. Le système est donc d'ordre 3.

Calcul du premier pôle :

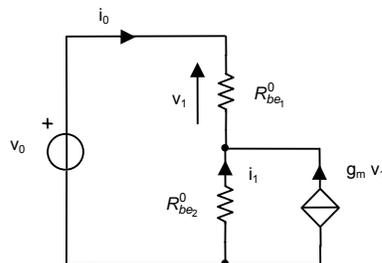
$$f_h \cong \frac{1}{2\pi a_1} \quad \text{avec } a_1 = R^0_{be_1} C_{be_1} + R^0_{bc_1} C_{bc_1} + R^0_{be_2} C_{be_2} + R^0_{bc_2} C_{bc_2}$$

Résistance du dipôle vu par  $C_{be_1}$  lorsque les autres éléments capacitifs sont assimilés à des circuits ouverts :  $R^0_{be_1} = r_g \parallel R_B \parallel r_{be_1} \cong 37.6 \Omega$ .

Résistance du dipôle vu par  $C_{be_2}$  lorsque les autres éléments capacitifs sont assimilés à des circuits ouverts :  $R^0_{be_2} = \frac{r_{be_2}}{\beta + 1} \cong 2.48 \Omega$ .



Résistance du dipôle vu par  $C_{bc_1}$  lorsque les autres éléments capacitifs sont assimilés à des circuits ouverts :  $R^0_{bc_1} = R^0_{be_1} (1 + \alpha) + R^0_{be_2} \cong 77.24 \Omega$ .



Résistance du dipôle vu par  $C_{bc_2}$  lorsque les autres éléments capacitifs sont assimilés à des circuits ouverts :  $R_{bc_2}^0 = R_C = 560 \Omega$ .

$a_1 \cong 2.79 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ ,  $f_h \cong 5.7 \text{ MHz}$  ce qui donne la fréquence de coupure à  $-3 \text{ dB}$  par l'approximation du pôle dominant.

Calcul du deuxième pôle :

Les éléments capacitifs sont pris par paire (6 combinaisons) pour l'évaluation du coefficient  $a_2$ .

$$f_2 \cong \frac{a_1}{2\pi a_2} \quad \text{avec} \quad a_2 = R_{be_1}^0 C_{be_1} R_{bc_1}^{be_1} C_{bc_1} + R_{be_1}^0 C_{be_1} R_{be_2}^{be_1} C_{be_2} + R_{be_1}^0 C_{be_1} R_{bc_2}^{be_1} C_{bc_2} \\ + R_{bc_1}^0 C_{bc_1} R_{be_2}^{bc_1} C_{be_2} + R_{bc_1}^0 C_{bc_1} R_{bc_2}^{bc_1} C_{bc_2} + R_{be_2}^0 C_{be_2} R_{bc_2}^{be_2} C_{bc_2}$$

$$R_{be_2}^{be_1} = R_{bc_1}^{be_1} = \frac{r_{be_1}}{\beta + 1} \cong 2.48 \Omega, \quad R_{bc_2}^{bc_1} = R_{bc_2}^{be_1} = R_{bc_2}^{be_2} = R_C = 560 \Omega, \quad R_{be_2}^{bc_1} = R_{be_1}^0 \parallel \frac{1}{g_{m_1}} \parallel \frac{r_{be_2}}{\beta + 1} \cong 1.2 \Omega$$

$$a_2 \cong 9.53 \cdot 10^{-17} \text{ s}^2, \quad f_2 \cong 46.6 \text{ MHz}$$

Ce résultat montre que l'hypothèse du pôle dominant donne une fréquence de coupure à plus de 10% près, puisque un peu moins d'une décade sépare les deux pôles, le troisième pôle étant supposé plus haut en fréquence. Les fréquences de coupure dues aux zéros sont très hautes.

Sur un plan purement analytique, une meilleure précision peut être atteinte en évaluant une fréquence de coupure corrigée (négligeant la présence du troisième pôle) telle que

$$\frac{1}{f_h} \cong 2\pi a_1 = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{f_1} \cong \frac{1}{f_h} - \frac{1}{f_2} \quad \text{et} \quad f_1 = f_{h_{\text{corrigée}}} \cong 6.5 \text{ MHz}$$

La simulation sur Spice présente le même résultat.

## 5. Spécificités de l'amplificateur

L'amplificateur cascode est composé de deux étages (système du 3° ordre) :

- un étage émetteur commun d'amplification en courant égale à  $\beta$  et d'amplification en tension inférieure à l'unité puisque la charge dynamique de cet étage est la résistance dynamique de la jonction base-émetteur d'un transistor monté en base commune ( $2.5 \Omega$ ). Cette très faible amplification en tension permet de minimiser la valeur de la capacité  $C_{bc}$  ramenée à l'entrée de l'étage par l'application du théorème de Miller et, par conséquent, d'obtenir la bande passante la plus large possible,
- un étage base commune d'amplification en courant  $\alpha$  et possédant une fréquence de coupure de l'ordre de la fréquence de transition. Cet étage apporte une amplification en tension importante.

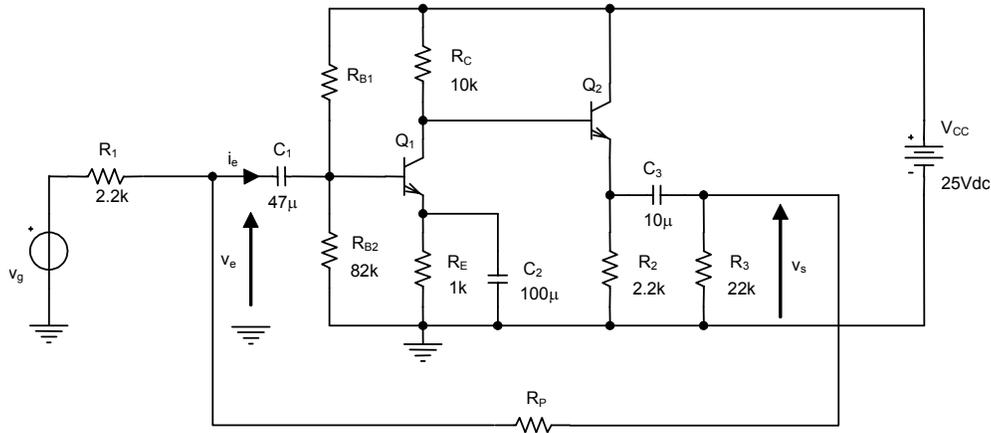
L'ensemble des deux étages forme alors un amplificateur de puissance possédant une bande passante élevée.

### Réponse en fréquence d'un montage émetteur commun-collecteur commun

L'étude proposée porte sur le comportement en fréquence du montage de la figure ci-dessous. Les transistors possèdent les caractéristiques suivantes

$$\beta = 150, f_t = 70 \text{ MHz}, C_{bc} = 13.6 \text{ pF}, V_A = 100 \text{ V}$$

Les composants  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  sont respectivement des condensateurs de liaison et de découplage.



Etude du régime continu

- Déterminez la valeur de la résistance de polarisation  $R_{B1}$  pour que le potentiel d'émetteur de  $Q_2$  soit à  $V_{CC}/2$  ( $V_{BE_0} \cong 0.6 \text{ V}$ ).

Etude du régime dynamique aux faibles signaux sans contre-réaction ( $R_P = \infty$ )

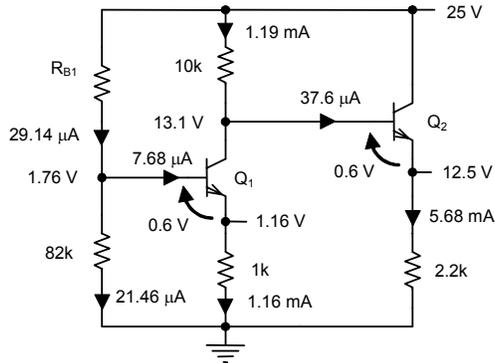
- Déduisez, à partir des courants de polarisation, les paramètres dynamiques des modèles faibles signaux  $r_{be}$ ,  $r_{ce}$ ,  $C_{be}$  de  $Q_1$  et  $Q_2$ .
- Aux fréquences moyennes, évaluez le gain en tension  $A_{V_o} = v_s/v_g$ , puis caractérissez le montage en l'absence de  $R_1$  ( $A_V = v_s/v_e$ ,  $Z_e$ ,  $Z_s$ ).
- Évaluez la fréquence de coupure basse du montage.
- Évaluez la fréquence de coupure haute du montage et démontrez que la marge de phase  $\Phi_M$  est supérieure à  $45^\circ$ .

Etude du régime dynamique aux faibles signaux avec contre-réaction

- Constatez que les variables de polarisation ne sont pas modifiées par la présence de  $R_P$ .
- Aux fréquences moyennes, évaluez la résistance de transfert  $R_t = v_s/i_e$  de la chaîne directe et dessinez le schéma équivalent du montage. Précisez le type de contre-réaction.
- Aux fréquences moyennes, caractérissez le montage en boucle fermée et évaluez les paramètres  $R'_t$ ,  $Z'_e$ ,  $Z'_s$  et  $A'_{V_o} = v_s/v_g$  pour  $R_P = 150 \text{ k}\Omega$  et  $27 \text{ k}\Omega$ .
- Déterminez la bande passante du montage pour les deux valeurs de contre-réaction.

## Corrigé

### Etude du régime continu



1. Evaluation de la résistance  $R_{B1}$

$$I_{C_{1o}} \cong 1.15 \text{ mA}, I_{C_{2o}} \cong 5.64 \text{ mA}, R_{B1} \cong 798 \text{ k}\Omega \text{ d'où le pont de base } R_B = R_{B1} // R_{B2} \cong 74.36 \text{ k}\Omega.$$

### Etude du régime dynamique

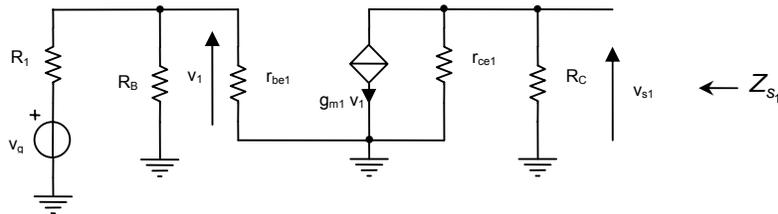
2. Paramètres dynamiques des modèles JBT

$$Q_1 \rightarrow r_{be1} \cong 3260 \Omega, r_{ce1} \cong 87 \text{ k}\Omega, C_{be1} \cong 91 \text{ pF}, C_{be1} = 13.6 \text{ pF}$$

$$Q_2 \rightarrow r_{be2} \cong 664 \Omega, r_{ce2} \cong 17.7 \text{ k}\Omega, C_{be2} \cong 500 \text{ pF}, C_{be2} = 13.6 \text{ pF}$$

3. Caractérisation du montage aux fréquences moyennes

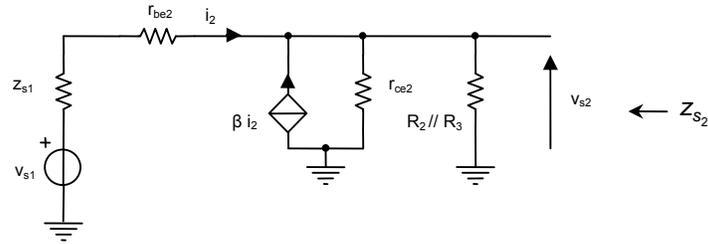
Suivant la méthode de la caractérisation d'étages en cascade, nous déterminons l'équivalent de Thévenin à vide du premier étage ( $v_{s1}, Z_{s1}$ ).



$$\begin{cases} v_1 = \frac{R_B // r_{be1}}{R_1 + R_B // r_{be1}} v_g \\ v_{s1} = -g_{m1} v_1 (R_C // r_{ce1}) \end{cases} \Rightarrow A_1 = \frac{v_{s1}}{v_g} = -\frac{\beta}{r_{be1}} (R_C // r_{ce1}) \frac{R_B // r_{be1}}{R_1 + R_B // r_{be1}} \cong -242$$

$$z_{s1} = R_C // r_{ce1} \cong 8969 \Omega$$

Le circuit équivalent de Thévenin obtenu attaque l'étage collecteur commun.



Posons  $R = r_{ce2} // R_2 // R_3 \cong 1797 \Omega$

$$\begin{cases} v_{s1} = [Z_{s1} + r_{be2} + (\beta + 1)R]i_2 \\ v_{s2} = (\beta + 1)Ri_2 \end{cases} \Rightarrow A_2 = \frac{v_{s2}}{v_{s1}} = \frac{(\beta + 1)R}{Z_{s1} + r_{be2} + (\beta + 1)R} \cong 0.966$$

$$Z_{e2} = r_{be2} + (\beta + 1)R \cong 272 \text{ k}\Omega, \quad Z_{s2} = R // \frac{Z_{s1} + r_{be2}}{\beta + 1} \cong 61.6 \Omega$$

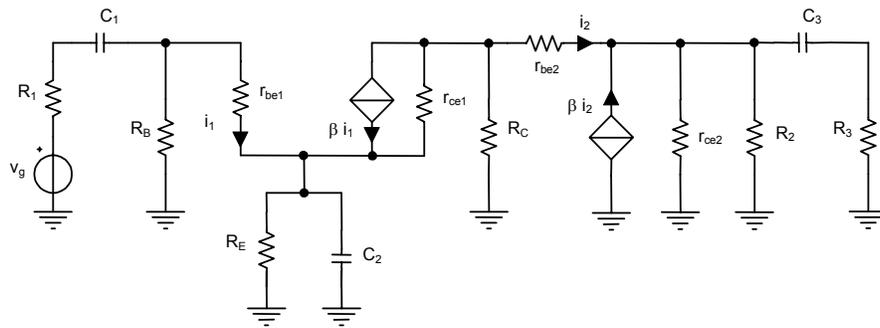
Ainsi, le transfert du montage vaut  $A_{v_o} = \frac{v_s}{v_g} = A_1 A_2 \cong -234$  soit 47.4 dB

La caractérisation demandée en l'absence de  $R_1$  est la suivante :

$$Z_e = R_B // r_{be1} \cong 3123 \Omega, \quad Z_s = Z_{s2} \cong 62 \Omega, \quad A_v = \frac{v_s}{v_e} = -\frac{\beta}{r_{be1}} (R_C // r_{ce1}) A_2 \cong -399.$$

4. Fréquence de coupure basse

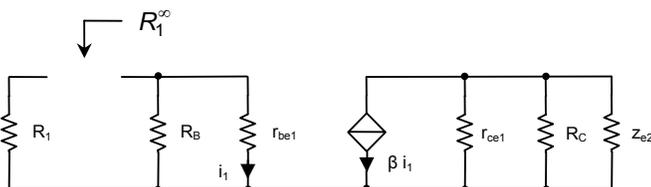
Schéma



La fonction de transfert en tension est du type passe-haut du troisième ordre par la présence des trois condensateurs indépendants au sein du montage. La méthode par l'approximation du pôle dominant est utilisée pour le calcul de la fréquence de coupure.

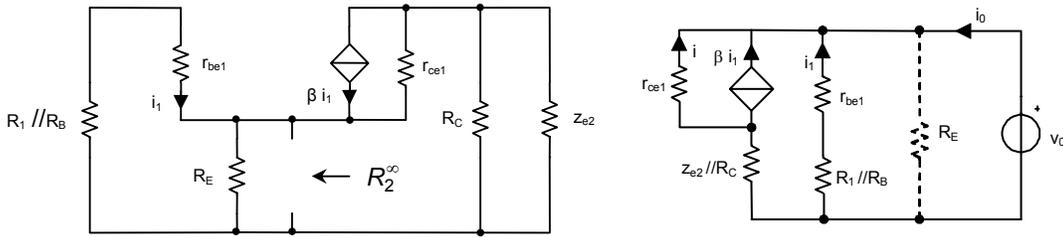
Calcul du premier pôle :

Résistance  $R_1^\infty$  du dipôle vu par  $C_1$  lorsque  $C_2$  et  $C_3$  sont assimilés à des courts-circuits.



$$R_1^\infty = R_1 + R_B // r_{be1} \cong 5323 \Omega$$

Résistance  $R_2^\infty$  du dipôle vu par  $C_2$  lorsque  $C_1$  et  $C_3$  sont assimilés à des courts-circuits.

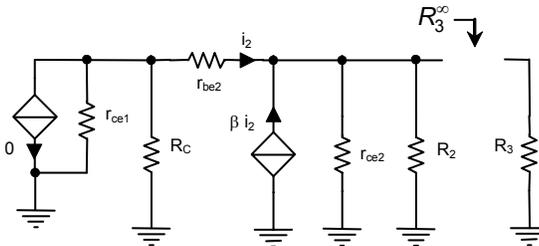


Afin de simplifier le calcul analytique, nous écrivons l'expression de la résistance du dipôle en l'absence de  $R_E$ , cette dernière étant branchée en parallèle sur ce dipôle.

$$\begin{cases} i_0 + (\beta + 1)i_1 + i = 0 \\ v_0 = -(r_{be1} + R_1 // R_B)i_1 \\ v_0 = -r_{ce1}i - (z_{e2} // R_C)(\beta i_1 + i) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_0 = \frac{\beta + 1}{r_{be1} + R_1 // R_B} v_0 - i \\ v_0 = -(r_{ce1} + z_{e2} // R_C)i + \frac{\beta(z_{e2} // R_C)}{r_{be1} + R_1 // R_B} v_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{i_0}{v_0} = \frac{\beta + 1}{r_{be1} + R_1 // R_B} + \left[ 1 - \frac{\beta(z_{e2} // R_C)}{r_{be1} + R_1 // R_B} \right] \frac{1}{r_{ce1} + z_{e2} // R_C} \quad \text{d'où } R_2^\infty = \frac{v_0}{i_0} // R_E \cong 38.14 \Omega$$

Résistance  $R_3^\infty$  du dipôle vu par  $C_3$  lorsque  $C_1$  et  $C_2$  sont assimilés à des courts-circuits.



La résistance  $R$  du dipôle de gauche est en série avec la résistance  $R_3$ .

$$R = \frac{r_{ce1} // R_C + r_{be2} // r_{ce2} // R_2}{\beta + 1} \quad \text{d'où } R_3^\infty = R + R_3 \cong 22078 \Omega$$

ce qui donne la fréquence de coupure à  $-3$  dB,  $f_b \cong \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{R_1^\infty C_1} + \frac{1}{R_2^\infty C_2} + \frac{1}{R_3^\infty C_3} \right) \cong 43$  Hz

Calcul du zéro :

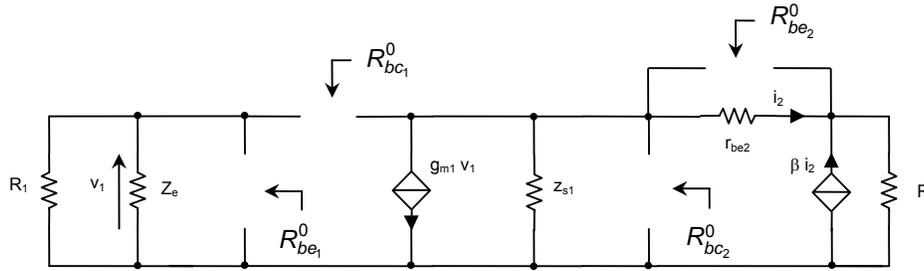
Le zéro est produit par la liaison entre émetteur et masse, couplage dû à  $C_2$ . En effet, si l'émetteur du transistor est en l'air, le courant dans la charge est nul, donc

$$\frac{R_E}{1 + R_E C_2 p} = \infty \Rightarrow p = -\frac{1}{R_E C_2} \quad \text{et } f_2 = \frac{1}{2\pi R_E C_2} \cong 1.6 \text{ Hz}$$

Cette fréquence est relativement proche de la fréquence de coupure (environ une décade et demi), mais interfère très peu sur la fréquence de coupure basse du montage.

5. Fréquence de coupure haute

Schéma



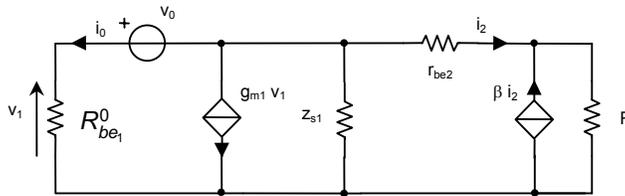
Ce circuit présente trois éléments capacitifs indépendants, puisqu'une maille n'est composée que de ce type d'éléments. Le système est donc d'ordre 3. La méthode par l'approximation du pôle dominant est utilisée.

Calcul du premier pôle :

$$f_h \cong \frac{1}{2\pi a_1} \quad \text{avec } a_1 = R_{be_1}^0 C_{be_1} + R_{bc_1}^0 C_{bc_1} + R_{be_2}^0 C_{be_2} + R_{bc_2}^0 C_{bc_2}$$

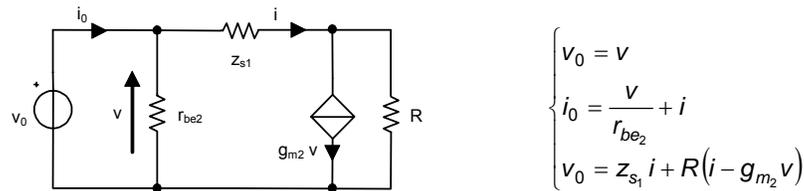
Résistance du dipôle vu par  $C_{be_1}$  lorsque les autres éléments capacitifs sont assimilés à des circuits ouverts :  $R_{be_1}^0 = R_1 // Z_e \cong 1291 \Omega$ .

Résistance du dipôle vu par  $C_{bc_1}$  lorsque les autres éléments capacitifs sont assimilés à des circuits ouverts :



$$\begin{cases} v_0 = R_{be_1}^0 i_0 + (z_{s_1} // z_{e_2})(i_0 + g_{m_1} v_1) \\ v_1 = R_{be_1}^0 i_0 \end{cases} \Rightarrow R_{bc_1}^0 = R_{be_1}^0 + (z_{s_1} // z_{e_2})(1 + g_{m_1} R_{be_1}^0) \cong 525.7 \text{ k}\Omega$$

Résistance du dipôle vu par  $C_{be_2}$  lorsque les autres éléments capacitifs sont assimilés à des circuits ouverts :



$$\begin{cases} i_0 = \frac{v_0}{r_{be_2}} + i \\ v_0(1 + g_{m_2} R) = (z_{s_1} + R)i \end{cases} \Rightarrow i_0 = \frac{(1 + g_{m_2} R)v_0}{z_{s_1} + R} + \frac{v_0}{r_{be_2}} \Rightarrow R_{be_2}^0 = r_{be_2} // \frac{z_{s_1} + R}{1 + g_{m_2} R} \cong 25.44 \Omega$$

Résistance du dipôle vu par  $C_{bc_2}$  lorsque les autres éléments capacitifs sont assimilés à des circuits ouverts :  $R_{bc_2}^0 = z_{s_1} // z_{e_2} \cong 8683 \Omega$ .

d'où  $a_1 \cong 7.40 \cdot 10^{-6} s$ ,  $f_h \cong \frac{1}{2\pi a_1} \cong 21.5 kHz$  ce qui donne la fréquence de coupure à  $-3 dB$ .

Calcul du deuxième pôle :

Les éléments capacitifs sont pris par paire (6 combinaisons) pour l'évaluation du coefficient  $a_2$ .

$$f_2 \cong \frac{a_1}{2\pi a_2} \quad \text{avec} \quad a_2 = R_{be_1}^0 C_{be_1} R_{bc_1}^{be_1} C_{bc_1} + R_{be_1}^0 C_{be_1} R_{be_2}^{be_1} C_{be_2} + R_{be_1}^0 C_{be_1} R_{bc_2}^{be_1} C_{bc_2} + R_{bc_1}^0 C_{bc_1} R_{be_2}^{bc_1} C_{be_2} + R_{bc_1}^0 C_{bc_1} R_{bc_2}^{bc_1} C_{bc_2} + R_{be_2}^0 C_{be_2} R_{bc_2}^{be_2} C_{bc_2}$$

$$R_{bc_1}^{be_1} = R_{bc_2}^{be_1} = z_{s_1} // z_{e_2} \cong 8683 \Omega, \quad R_{be_1}^{be_2} = R_{be_2}^{be_1} \cong 25.44 \Omega, \quad R_{bc_2}^{be_2} = z_{s_1} // R \cong 1497 \Omega,$$

$$R_{bc_2}^{bc_1} = R_{be_1}^0 // \frac{1}{g_{m_1}} // z_{s_1} // z_{e_2} \cong 21.32 \Omega, \quad R_{be_2}^{bc_1} = r_{be_2} // \frac{R_{be_1}^0 // \frac{1}{g_{m_1}} // z_{s_1} + R}{1 + g_{m_2} R} \cong 4.44 \Omega$$

d'où  $a_2 \cong 4.744 \cdot 10^{-14} s^2$ ,  $f_2 \cong 24.8 MHz$

Calcul du zéro :

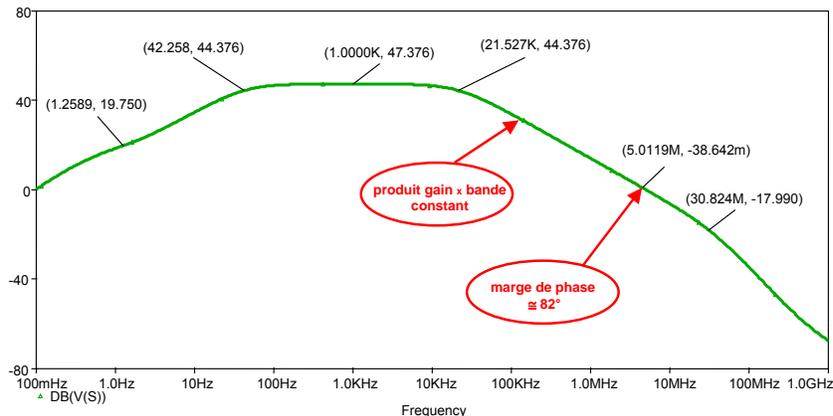
Le zéro du montage émetteur commun est produit de manière telle que le courant circulant dans la capacité de couplage  $C_{bc_1}$  soit entièrement absorbé par la source liée (tension nulle sur la charge)

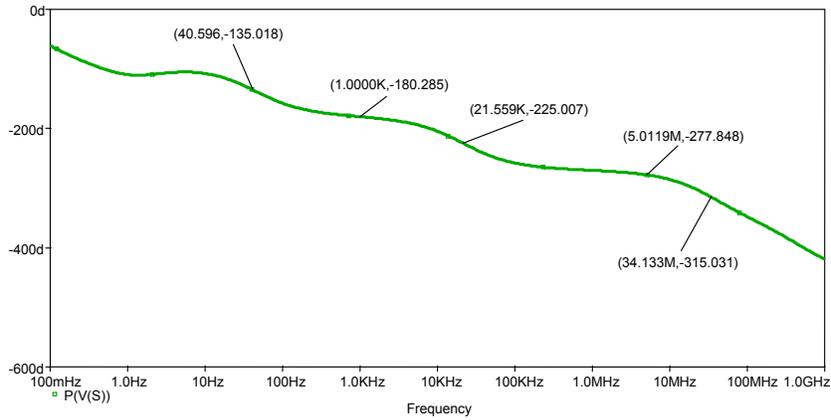
$$C_{bc_1} p V_1(p) = g_{m_1} V_1(p) \Rightarrow p = \frac{g_{m_1}}{C_{bc_1}} \quad \text{et} \quad f_z = \frac{g_{m_1}}{2\pi C_{bc_1}} \cong 540 Mhz$$

Malgré que ce calcul outrepassse le domaine de validité du modèle de comportement en fréquence des transistors ( $f_t = 70 Mhz$ ), les fréquences issues des pôles sont valables et séparées de trois décades. L'hypothèse du pôle dominant est donc vérifiée à une précision de 0.1 % pour ce type de calcul analytique.

Le produit gain x fréquence de coupure haute reste constant  $|A_{v_o}| f_h \cong 5 MHz$  puisque le deuxième pôle apparaît au dessous de l'axe des 0 dB, à la fréquence de 25 MHz. Le comportement du système est donc du premier ordre et la marge de phase est nettement supérieure à  $45^\circ$ , ce qui démontre une bonne stabilité de l'amplificateur.

La simulation sur Spice illustre ces résultats.

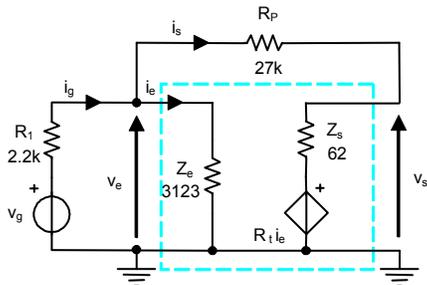




6. Polarisation du montage en contre-réaction

Les condensateurs de liaison  $C_1$  et  $C_2$  isolent la résistance  $R_P$  du continu. les paramètres des modèles des transistors restent donc inchangés.

7. Résistance de transfert aux fréquences moyennes

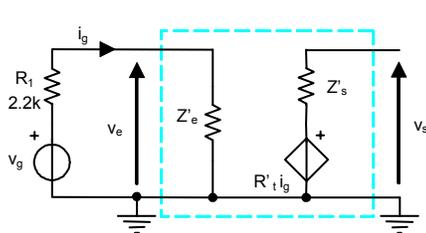


$$\begin{cases} v_e = Z_e i_e \\ A_v = \frac{v_s}{v_e} \end{cases} \Rightarrow R_t = \frac{v_s}{i_e} = A_v Z_e \cong -1246 \text{ k}\Omega \quad (121.9 \text{ dB})$$

(contre-réaction tension courant)

8. Caractérisation du montage aux fréquences moyennes

La contre-réaction fait apparaître une topologie parallèle en entrée et en sortie. De ce fait, les nouveaux paramètres diminuent dans un rapport  $1 + YR_t$  (voir cours « La contre-réaction »).



$$\begin{cases} R'_t = \frac{R_t}{1 + YR_t} \\ Z'_e = \frac{Z_e}{1 + YR_t} \\ Z'_s = \frac{Z_s}{1 + YR_t} \end{cases}$$

$$i_s = \frac{v_e - v_s}{R_P} = -\frac{v_s}{R_P} \left(1 - \frac{v_e}{v_s}\right) \cong -\frac{v_s}{R_P} \quad \text{car} \quad -\frac{v_e}{v_s} = \frac{1}{A_v} \cong 2.5 \cdot 10^{-3} \ll 1 \Rightarrow Y = \frac{i_s}{v_s} \cong -\frac{1}{R_P} \text{ et le quadripôle de retour est attaqué en tension } (Z_s \ll R_P).$$

Pour  $R_p = 150 \text{ k}\Omega$ ,  $R_t' \cong -133.8 \text{ k}\Omega$ ,  $Z_e' \cong 336 \Omega$ ,  $Z_s' \cong 6.6 \Omega$  avec  $1 + YR_t \cong 9.307$

$$\begin{cases} v_s = R_t' i_g \\ v_g = (R_1 + Z_e') i_g \end{cases} \Rightarrow A_v' = \frac{R_t'}{R_1 + Z_e'} \cong -52.8 \text{ (34.45 dB)}$$

Pour  $R_p = 27 \text{ k}\Omega$ ,  $R_t' \cong -26.43 \text{ k}\Omega$ ,  $Z_e' \cong 66.2 \Omega$ ,  $Z_s' \cong 1.3 \Omega$  avec  $1 + YR_t \cong 47.15$

$$A_v' = \frac{R_t'}{R_1 + Z_e'} \cong -11.66 \text{ (21.3 dB)}$$

La résistance d'entrée du montage est augmentée de la valeur de la résistance série  $R_1 = 2.2 \text{ k}\Omega$ .

### 9. Bande passante du montage

Le produit gain fréquence de coupure haute se conserve car le circuit se comporte comme un système du premier ordre à cause du pôle dominant.

$A_{v_o} f_h = A_v' f_h' \cong 5.03 \text{ MHz} \Rightarrow f_h' \cong 95.4 \text{ kHz}$ ,  $f_h' \cong 432 \text{ kHz}$  respectivement pour  $R_p = 150 \text{ k}\Omega$  et  $27 \text{ k}\Omega$ .

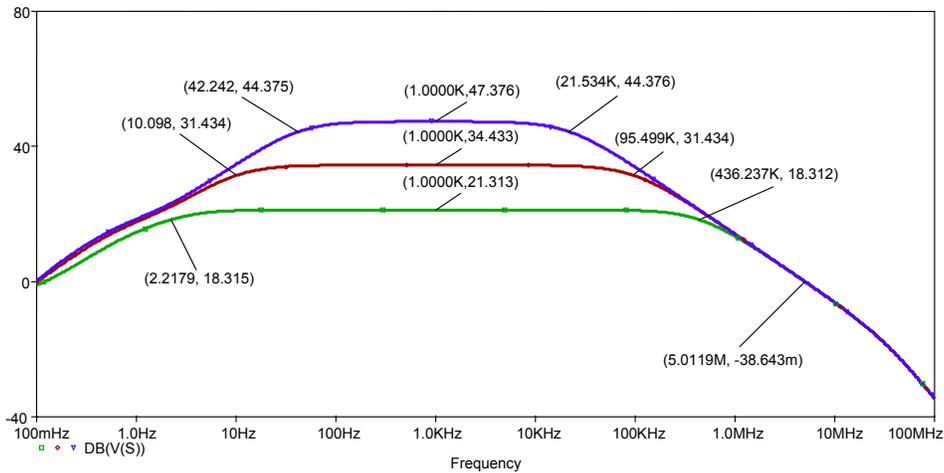
La valeur de la fréquence de coupure basse du système contre-réactionné peut être approchée en considérant que son comportement asymptotique est proche du premier ordre (zéro et deuxième pôle très voisins). Le rapport gain fréquence de coupure basse est alors à peu près conservé.

$$\frac{A_{v_o}}{f_b} \cong 5.44 \text{ Hz}^{-1} \Rightarrow f_b' \cong 9.7 \text{ Hz}$$
,  $f_b' \cong 2.2 \text{ Hz}$  respectivement pour  $R_p = 150 \text{ k}\Omega$  et  $27 \text{ k}\Omega$ .

Tableau récapitulatif :

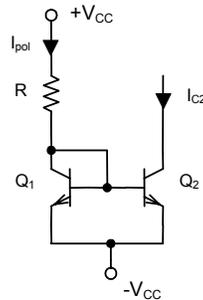
$R_p \text{ (k}\Omega)$	$R_t' \text{ (k}\Omega)$	$Z_e' \text{ (}\Omega)$	$Z_s' \text{ (}\Omega)$	$A_v'$	$f_h' \text{ (kHz)}$	$f_b' \text{ (Hz)}$
$\infty$	- 1246	5323	62	- 234	21.5	43
150	- 133.8	2536	6.6	- 52.8	95.4	9.7
27	- 26.43	2266.2	1.3	- 11.7	432	2.2

### Simulation



## Miroir de courant élémentaire pour polarisation d'étage

On considère l'étage de polarisation de la figure ci-dessous dans lequel les transistors sont supposés technologiquement identiques ( $\beta = 200$ ,  $V_A = 100 \text{ V}$ ) et les tensions d'alimentation  $V_{CC} = 15 \text{ V}$ .



Etude du régime continu

1. Sans négliger le moindre terme sur les courants, écrivez l'expression de  $I_{C_2}$  en fonction de  $I_{pol}$ .
2. Donnez la précision du miroir par l'évaluation de l'erreur définie comme étant  $\varepsilon = (I_{pol} - I_{C_2})/I_{C_2}$ .
3. Évaluez la résistance  $R$  pour obtenir  $I_{C_2} = 200 \mu\text{A}$ ,  $V_{BE}$  de l'ordre de  $0.6 \text{ V}$ .

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

4. Évaluez les paramètres dynamiques  $r_{be_1}$ ,  $r_{be_2}$ ,  $r_{ce_1}$ ,  $r_{ce_2}$  des modèles des transistors.
5. Prouvez que la source est représentée par une simple résistance  $z_0$  et évaluez celle-ci.

## Corrigé

### 1. Expression de $I_{C_2}(I_{pol})$

Equations technologiques :

$$I_{C_1} = \beta I_{B_1} = \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_1}}{U_T}} \left( 1 + \frac{V_{CE_1}}{V_A} \right) \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_1}}{U_T}} \quad \text{en négligeant l'effet Early } (V_{CE_1} \ll V_A)$$

$$Q_1 \cong Q_2 \rightarrow I_{BS_1} = I_{BS_2} = I_{BS}, \beta_1 = \beta_2 = \beta \Rightarrow \begin{cases} I_{C_1} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_1}}{U_T}} \\ I_{C_2} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_2}}{U_T}} \end{cases}$$

Equations du circuit :

$$\begin{cases} V_{BE_1} = V_{BE_2} \\ I_{pol} = I_{B_1} + I_{B_2} + I_{C_2} \end{cases} \Rightarrow I_{B_1} = I_{B_2} \text{ et } I_{C_1} = I_{C_2} \Rightarrow I_{C_2} = \frac{\beta}{\beta + 2} I_{pol}$$

### 2. Précision du miroir

$$\varepsilon = \frac{I_{pol}}{I_{C_2}} - 1 = \frac{2}{\beta} = 1\%$$

### 3. Evaluation de la résistance R

$$R = \frac{2V_{CC} - V_{BE_1}}{I_{C_2}} \frac{\beta + 2}{\beta} \cong 148 \text{ k}\Omega \quad (\text{équation non linéaire car } V_{BE_1} \text{ est fonction de } I_{BS})$$

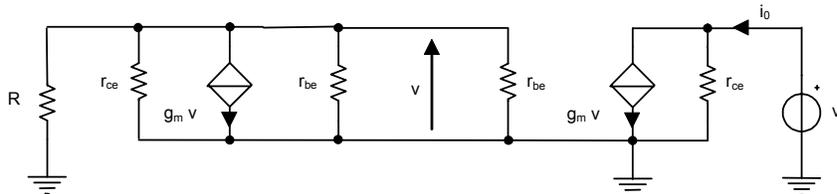
La valeur de  $V_{BE_1}$  sera approchée par une tension de 0.6 V.

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

### 4. Evaluation des paramètres dynamiques des transistors

$$r_{be} = r_{be_1} = r_{be_2} \cong \frac{U_T}{I_{C_2_0}} \beta \text{ et } r_{ce} = r_{ce_1} = r_{ce_2} \cong \frac{V_A}{I_{C_2_0}} \quad (V_{CE_i} \ll V_A), \text{ soit } r_{be} \cong 25 \text{ k}\Omega, r_{ce} \cong 500 \text{ k}\Omega$$

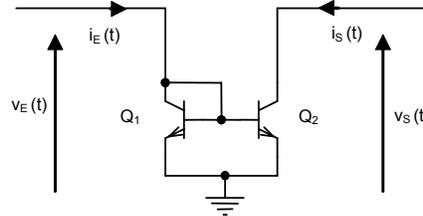
### 5. Caractérisation de la charge dynamique



L'absence de source d'excitation dynamique à l'entrée du montage fait qu'aucun courant n'existe dans la partie gauche du circuit, en particulier  $v = 0$  entraîne  $g_m v = 0$ , d'où  $z_0 = v_0 / i_0 = r_{ce}$ . Cette charge dynamique est de valeur relativement importante ( $z_0 \cong 500 \text{ k}\Omega$ ).

### Miroir de courant élémentaire pour transfert dynamique

On considère le transfert du courant  $i_E(t) = I_E + i_e(t)$  vers la sortie, effectué par le montage de la figure ci-dessous. Les transistors sont supposés technologiquement identiques ( $\beta = 200, V_A = 100 V$ ).



Etude du régime continu

1. Ecrivez l'expression de  $I_S$  en fonction de  $I_E$ .

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

2. Évaluez les paramètres dynamiques  $r_{be1}, r_{be2}, r_{ce1}, r_{ce2}$  des modèles des transistors pour  $I_S = 200 \mu A$ .
3. Précisez les conditions d'attaque et de charge de ce quadripôle. Donnez les conditions idéales.
4. Caractérissez la source de courant dynamique telle que

$$A_v = \left( \frac{i_s}{i_e} \right)_{v_s=0}, \quad Z_e = \left( \frac{v_e}{i_e} \right)_{v_s=0}, \quad Z_s = \left( \frac{v_s}{i_s} \right)_{i_e=0} \quad \text{et dessinez le quadripôle équivalent.}$$

## Corrigé

Etude du régime continu

1. Expression de  $I_S(I_E)$

$$I_S = \frac{\beta}{\beta + 2} I_E \cong I_E \quad (\text{voir le même problème en étage de polarisation})$$

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

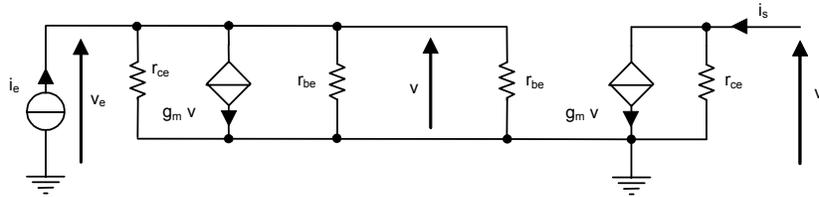
2. Evaluation des paramètres dynamiques des transistors

$$r_{be} = r_{be_1} = r_{be_2} \cong \frac{U_T}{I_{C_{2o}}} \beta \quad \text{et} \quad r_{ce} = r_{ce_1} = r_{ce_2} \cong \frac{V_A}{I_{C_{2o}}}, \quad \text{soit} \quad r_{be} \cong 25 \text{ k}\Omega, \quad r_{ce} \cong 500 \text{ k}\Omega$$

3. Conditions d'attaque et de charge

On a affaire à un amplificateur de courant de gain unité. L'attaque en courant à l'entrée nécessite une résistance de générateur très importante devant la résistance d'entrée du quadripôle et l'attaque en courant à la sortie impose une résistance de sortie du quadripôle très importante devant la résistance de charge. Les conditions idéales sont de considérer la sortie en court-circuit et l'entrée attaquée par un générateur de courant de résistance infinie.

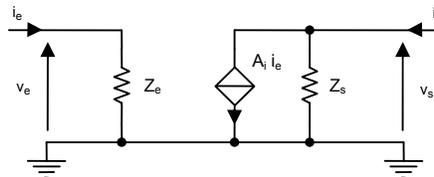
4. Caractérisation de la source de courant



$$A_i = \left( \frac{i_s}{i_e} \right)_{v_s=0} = \frac{\beta}{\beta + 2} \cong 1, \quad Z_e = \left( \frac{V_e}{i_e} \right)_{v_s=0} = \frac{r_{be}}{\beta + 2} \cong 124 \Omega, \quad Z_s = \left( \frac{V_s}{i_s} \right)_{i_e=0} = r_{ce} \cong 500 \text{ k}\Omega$$

Le calcul de la résistance de sortie s'effectue en éteignant la source de courant indépendante (application du théorème de Thévenin / Norton).

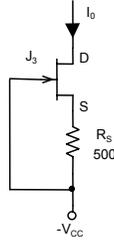
Schéma du quadripôle équivalent



On peut vérifier que si le courant dynamique d'entrée  $i_e$  est nul, la source liée est telle que  $A_i i_e = 0$  (pas de transfert de courant) et le dipôle de sortie se réduit à la présence de  $Z_s$  uniquement. On retrouve le cas d'une source pour polarisation d'étage présentant sa charge dynamique  $Z_s$  (dipôle).

### Source de courant simple à JFET pour polarisation d'étage

Considérons le sous-circuit représenté ci-dessous. Le transistor possède les caractéristiques constructeur  $I_{DSS} = 2\text{ mA}$ ,  $V_p = -2\text{ V}$ . L'alimentation a le pôle  $+V_{CC}$  relié à la masse.



Etude du régime continu

1. Evaluez le courant  $I_0$ .

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

2. Evaluez le paramètre dynamique  $g_{m_3}$  du modèle du transistor.
3. Ecrivez l'expression de la résistance dynamique  $z_0$  vue entre le drain et la masse. Evaluez cette dernière, le paramètre  $r_{ds_3}$  étant estimé à  $100\text{ k}\Omega$ .

### Corrigé

Etude du régime continu

1. Evaluation de  $I_0$

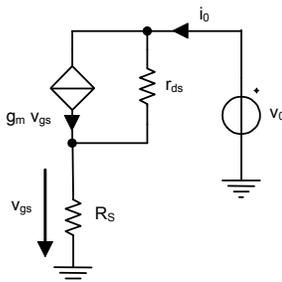
$$\begin{cases} V_{GS} = -R_S I_0 \\ I_0 = I_{DSS} \left( 1 - \frac{V_{GS}}{V_p} \right)^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{I_0}{I_{DSS}} = \left( 1 + \frac{R_S I_0}{V_p} \right)^2 \Rightarrow \left( \frac{R_S}{V_p} \right)^2 I_0^2 + \left( \frac{2R_S}{V_p} - \frac{1}{I_{DSS}} \right) I_0 + 1 = 0$$

En retenant la racine du polynôme de plus faible valeur,  $I_0 \cong 1.072\text{ mA}$ .

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

2. Evaluation de la pente du transistor  $g_m = -\frac{2}{V_p} \sqrt{I_D I_{DSS}} \cong 1.46\text{ mA/V}$

3. Evaluation de la résistance dynamique  $z_0$

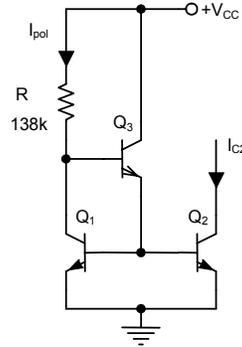


$$\begin{cases} v_0 = r_{ds} (i_0 - g_m v_{gs}) + R_S i_0 \\ v_{gs} = -R_S i_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow z_0 = \frac{v_0}{i_0} = (1 + g_m R_S) r_{ds} + R_S \cong (1 + g_m R_S) r_{ds} \cong 173\text{ k}\Omega$$

### Source de courant à gain pour polarisation d'étage

Considérons l'étage de polarisation de la figure ci-dessous dans lequel les transistors sont supposés technologiquement identiques ( $\beta = 200$ ,  $V_A = 100 \text{ V}$ ) et les tensions d'alimentation  $V_{CC} = 15 \text{ V}$ .



Etude du régime continu

1. Sans négliger le moindre terme sur les courants, écrivez l'expression de  $I_{C_2}$  en fonction de  $I_{pol}$ .
2. Donnez la précision du miroir par l'évaluation de l'erreur définie comme étant  $\varepsilon = (I_{pol} - I_{C_2}) / I_{C_2}$ .
3. Évaluez les courants de collecteur des transistors.

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

4. Prouvez que la source est représentée par une simple résistance  $z_0$  et évaluez celle-ci.

## Corrigé

### 1. Expression de $I_{C_2}(I_{pol})$

Equations technologiques :

$$I_{C_1} = \beta I_{B_1} = \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_1}}{U_T}} \left( 1 + \frac{V_{CE_1}}{V_A} \right) \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_1}}{U_T}} \quad \text{en négligeant l'effet Early } (V_{CE_1} \ll V_A)$$

$$Q_1 \cong Q_2 \rightarrow I_{BS_1} = I_{BS_2} = I_{BS}, \beta_1 = \beta_2 = \beta \Rightarrow \begin{cases} I_{C_1} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_1}}{U_T}} \\ I_{C_2} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_2}}{U_T}} \end{cases}$$

Equations du circuit :

$$\begin{cases} V_{BE_1} = V_{BE_2} \\ I_{pol} = I_{C_1} + I_{B_3} \\ I_{E_3} = I_{B_1} + I_{B_2} \\ V_{CC} = R I_{pol} + V_{BE_3} + V_{BE_1} \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} I_{C_1} \cong I_{C_2} \\ I_{pol} = \frac{I_{B_1} + I_{B_2}}{\beta + 1} + I_{C_2} \\ V_{CC} = R I_{pol} + V_{BE_3} + V_{BE_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_{pol} = I_{C_2} \left( 1 + \frac{2}{\beta(\beta + 1)} \right) \\ I_{pol} \cong \frac{V_{CC} - 2V_{BE}}{R} \end{cases}$$

### 2. Précision du miroir

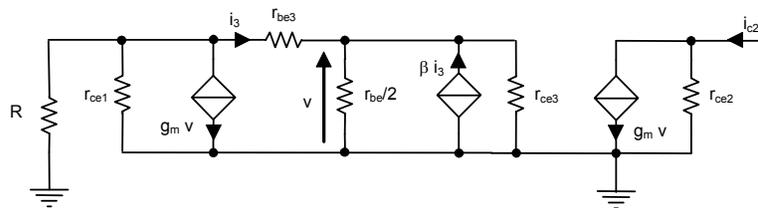
$$\varepsilon = \frac{I_{pol}}{I_{C_2}} - 1 = \frac{2}{\beta(\beta + 1)} \cong 5 \cdot 10^{-5}$$

### 3. Evaluation des courants de collecteur

$$I_{pol} \cong 100 \mu A \quad (\text{valeur des } V_{BE} \text{ approchée par une tension de } 0.6 \text{ V}), \quad I_{C_2} \cong 100 \mu A, \quad I_{C_3} \cong 1 \mu A.$$

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

### 4. Caractérisation de la charge dynamique



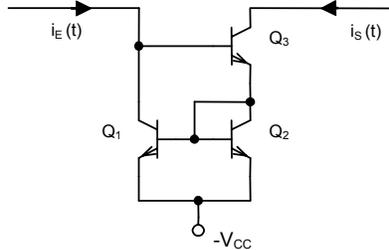
$$\text{avec } r_{be_1} = r_{be_2} = r_{be}, \quad r_{ce_1} = r_{ce_2} = r_{ce} \quad \text{et} \quad \frac{r_{be}}{2} \ll r_{ce_3}$$

L'absence de source d'excitation dynamique à l'entrée du montage fait qu'aucun courant n'existe dans la partie gauche du circuit, en particulier  $v = 0$  entraîne  $g_m v = 0$ , d'où  $z_0 = v_0 / i_0 = r_{ce_2}$ .

Cette charge dynamique est de valeur relativement importante ( $z_0 \cong \frac{V_A}{I_{C_2}} = 1 \text{ M}\Omega$ ).

### Source de Wilson pour transfert dynamique

On considère le transfert du courant  $i_E(t) = I_E + i_e(t)$  vers la sortie, effectué par le montage de la figure ci-dessous. Les transistors sont supposés technologiquement identiques ( $\beta = 200, V_A = 100 V$ ).



Etude du régime continu

1. Sans négliger le moindre terme sur les courants, écrivez l'expression du courant d'entrée  $I_E$  en fonction de  $I_S$ .
2. Donnez la précision du miroir par l'évaluation de l'erreur définie comme étant  $\varepsilon = (I - I_{C3}) / I_{C3}$ .

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

3. Évaluez les paramètres des modèles des transistors pour  $I_S = 100 \mu A$ .
4. Dessinez le schéma équivalent.
5. Caractérisez la source sous la forme d'un amplificateur de courant de paramètres  $Z_e, Z_s, A_i$ .

### Corrigé

Etude du régime continu

1. Expression de  $I_S(I_E)$

Equations technologiques :

$$Q_1 \equiv Q_2 \quad (I_{BS_1} = I_{BS_2} = I_{BS}, \beta_1 = \beta_2 = \beta) \Rightarrow \begin{cases} I_{C_1} = \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_1}}{U_T}} \\ I_{C_2} = \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_2}}{U_T}} \end{cases} \quad (V_{CE_i} \ll V_A)$$

Equations du circuit :

$$\begin{cases} V_{BE_1} = V_{BE_2} \\ I_{E_3} = I_{B_1} + I_{B_2} + I_{C_2} \\ I_E = I_{B_3} + I_{C_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_{E_3} = I_{C_2} \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) \\ I_E = \frac{I_{E_3}}{\beta + 1} + I_{C_2} \end{cases} \quad \text{car } I_{C_1} = I_{C_2}$$

$$\text{d'où } I_S = \frac{\beta}{\beta + 1} I_{E_3} = \frac{\beta + 2}{\beta + 1} I_{C_2} = \frac{\beta(\beta + 2)}{\beta^2 + 2\beta + 2} I_E$$

2. Précision du miroir

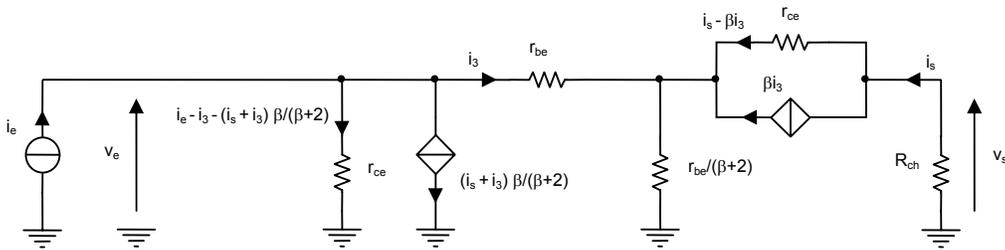
$$\varepsilon = \frac{I_E}{I_S} - 1 = \frac{2}{\beta(\beta+1)} \cong 50 \cdot 10^{-6}$$

Etude dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

3. Evaluation des paramètres du modèle des transistors

$$r_{be} = \frac{U_T}{I_{C_o}} \beta, \quad r_{ce} \cong \frac{V_A}{I_{C_o}} \quad \text{avec } I_{C_{1o}} = I_{C_{2o}} \cong I_{C_{3o}} = 100 \mu A \quad r_{be} \cong 50 \text{ k}\Omega, \quad r_{ce} \cong 1 \text{ M}\Omega$$

4. Schéma équivalent aux fréquences moyennes



5. Caractéristiques dynamiques de la source

Calcul du transfert en courant  $A_i = \left( \frac{i_s}{i_e} \right)_{v_s=0}$

Ce calcul correspond à l'application du théorème de Norton (courant de court-circuit en sortie du dipôle évalué avec une source de courant indépendante parfaite en entrée).

$$\begin{cases} r_{ce} \left( i_e - i_3 - \frac{\beta}{\beta+2} (i_s + i_3) \right) = r_{be} i_3 + \frac{r_{be}}{\beta+2} (i_s + i_3) \\ \frac{r_{be}}{\beta+2} (i_s + i_3) + r_{ce} i_s - \beta r_{ce} i_3 = 0 \end{cases}$$

L'écriture de ces équations de mailles se simplifie en constatant que  $\frac{r_{be}}{\beta+2} \ll r_{ce}$  (à 0.025% près)

et  $r_{be} \ll 2r_{ce}$  (à 2.5% près). L'approximation donne

$$\begin{cases} i_e \cong \left( 1 + \frac{\beta}{\beta+2} \right) i_3 + \frac{\beta}{\beta+2} i_s \\ i_s \cong \beta i_3 \end{cases} \Rightarrow A_i = \frac{i_s}{i_e} \cong \frac{\beta(\beta+2)}{\beta^2 + 2\beta + 2} \cong 1 \quad (\text{à comparer avec le transfert continu})$$

Calcul de la résistance de sortie  $Z_s = \left( \frac{v_s}{i_s} \right)_{i_e=0}$

Ce calcul correspond à la détermination de la résistance de Norton (ou Thévenin) du dipôle précédent, la source d'excitation de courant  $i_e$  étant éteinte (circuit ouvert en place de la source).

$$\begin{cases} v_s = r_{ce}(i_s - \beta i_3) + \frac{r_{be}}{\beta + 2}(i_3 + i_s) \\ \frac{r_{be}}{\beta + 2}(i_3 + i_s) + r_{be}i_3 + r_{ce}\left(i_3 + \frac{\beta}{\beta + 2}i_3 + \frac{\beta}{\beta + 2}i_s\right) = 0 \end{cases}$$

Par les mêmes approximations précédentes, on obtient

$$\begin{cases} v_s \cong r_{ce}i_s - \beta r_{ce}i_3 \\ \left(1 + \frac{\beta}{\beta + 2}\right)i_3 \cong -\frac{\beta}{\beta + 2}i_s \end{cases} \Rightarrow Z_s = \frac{v_s}{i_s} \cong \left(1 + \frac{\beta^2}{2(\beta + 1)}\right)r_{ce} \cong \frac{\beta}{2}r_{ce} = 100 \text{ M}\Omega$$

Calcul de la résistance d'entrée  $Z_e = \left(\frac{v_e}{i_e}\right)_{v_s=0}$

Ce calcul correspond à une configuration de charge très faible (court-circuit en sortie) par rapport à la résistance de sortie  $Z_s$  du quadripôle. Il faut remarquer que la résistance  $r_{ce}$  en entrée est en parallèle avec le dipôle qui suit, ce qui conduit au calcul de la résistance de ce dernier dans le but d'alléger l'analytique.

$$\begin{cases} i = i_3 + \frac{\beta}{\beta + 2}(i_3 + i_s) \\ v = r_{be}i_3 + \frac{r_{be}}{\beta + 2}(i_3 + i_s) \\ \frac{r_{be}}{\beta + 2}(i_3 + i_s) + r_{ce}(i_s - \beta i_3) = 0 \end{cases}$$

Par les mêmes approximations précédentes, on obtient

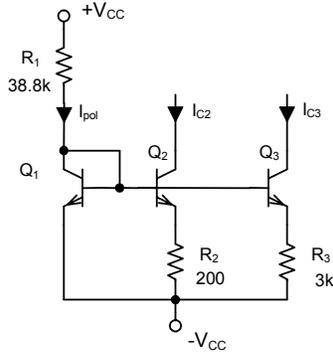
$$\frac{v}{i} = r_{be} \frac{2\beta + 3}{\beta^2 + 2\beta + 2} \cong \frac{2r_{be}}{\beta + 2} \text{ avec } i_s \cong \beta i_3 \Rightarrow Z_e \cong \frac{v}{i} \parallel r_{ce} \cong \frac{2r_{be}}{\beta} = 500 \Omega$$

Une autre méthode d'analyse plus directe peut être employée, à savoir l'application de la théorie de la contre-réaction courant-courant (voir cours « La contre-réaction »). C'est une contre-réaction quasi totale puisque le miroir élémentaire, représentant le quadripôle de retour, ramène le courant de sortie à l'entrée et en opposition de phase. La précision de cette méthode dépendra des hypothèses de simplification.

La source de Wilson est un miroir de précision très importante. Les impédances d'entrée et de sortie respectivement basse (configuration parallèle en entrée) et très haute (configuration série en sortie) en fait une source adaptée à la conception des amplificateurs opérationnels à transconductance.

### Source de Widlar en répéteur de courant pour polarisation d'étages

On considère l'étage de polarisation de la figure ci-dessous dans lequel les transistors sont supposés identiques ( $\beta = 200, V_A = 100 \text{ V}$ ) et les tensions d'alimentation  $V_{CC} = 10 \text{ V}$ . Les courants de base seront négligés.



Etude du régime continu

1. Évaluez les courants  $I_{C_2}$  et  $I_{C_3}$ .

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

2. Évaluez les paramètres dynamiques des modèles des transistors.
3. Calculez les charges  $z_2$  et  $z_3$  vues respectivement entre collecteurs de  $Q_2$  et  $Q_3$  et la masse.

### Corrigé

Etude du régime continu

1. Évaluation des courants  $I_{C_2}$  et  $I_{C_3}$

$$Q_1 \equiv Q_2 \equiv Q_3 \Rightarrow \begin{cases} I_{C_1} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_1}}{U_T}} \\ I_{C_2} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_2}}{U_T}} \\ I_{C_3} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_3}}{U_T}} \end{cases} \quad (\text{technologie})$$

$$\begin{cases} V_{BE_1} \cong V_{BE_2} + R_2 I_{C_2} \\ V_{BE_1} \cong V_{BE_3} + R_3 I_{C_3} \\ I_{pol} = I_{C_1} + I_{B_1} + I_{B_2} + I_{B_3} \cong I_{C_1} \\ 2V_{CC} = R_1 I_{pol} + V_{BE_1} \end{cases} \quad (\text{circuit})$$

$$\text{d'où} \begin{cases} I_{C_1} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_2}}{U_T}} e^{\frac{R_2 I_{C_2}}{U_T}} \\ I_{C_1} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_3}}{U_T}} e^{\frac{R_3 I_{C_3}}{U_T}} \\ I_{pol} = \frac{2V_{CC} - V_{BE_1}}{R_1} \cong I_{C_1} \end{cases} \quad \text{avec deux équations transcendantes à résoudre} \begin{cases} \frac{R_2 I_{C_2}}{U_T} \cong \ln \frac{I_{C_1}}{I_{C_2}} \\ \frac{R_3 I_{C_3}}{U_T} \cong \ln \frac{I_{C_1}}{I_{C_3}} \end{cases}$$

$$I_{C_{1_0}} \cong 500 \mu A, \quad I_{C_{2_0}} \cong 150 \mu A, \quad I_{C_{3_0}} \cong 25 \mu A$$

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

2. Evaluation des paramètres des modèles

$$r_{be} \cong \frac{U_T}{I_{C_0}} \beta, \quad r_{ce} \cong \frac{V_A}{I_{C_0}}$$

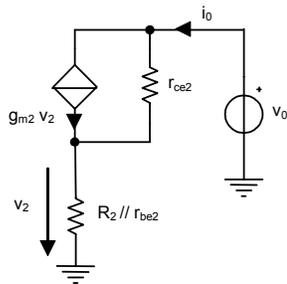
$$r_{be_1} \cong 10 \text{ k}\Omega, \quad r_{ce_1} \cong 200 \text{ k}\Omega, \quad r_{be_2} \cong 33.3 \text{ k}\Omega, \quad r_{ce_2} \cong 667 \text{ k}\Omega, \quad r_{be_3} \cong 200 \text{ k}\Omega, \quad r_{ce_3} \cong 4 \text{ M}\Omega$$

3. Calcul des charges  $z_2$  et  $z_3$

Le montage présente entre le collecteur de  $Q_1$  et la masse, un transistor monté en diode en parallèle avec la résistance de polarisation  $R_1$ , soit

$$\frac{r_{be_1}}{\beta + 1} // r_{ce_1} // R_1 \cong 49.7 \Omega \ll r_{be_2} \text{ et } r_{be_3}.$$

Les bases de  $Q_2$  et  $Q_3$  peuvent être considérées à la masse au niveau dynamique, d'où



$$z_2 = R_2 // r_{be_2} + r_{ce_2} [1 + g_{m_2} (R_2 // r_{be_2})] \cong r_{ce_2} \left( 1 + \frac{\beta R_2}{R_2 + r_{be_2}} \right)$$

de même  $z_3 \cong r_{ce_3} \left( 1 + \frac{\beta R_3}{R_3 + r_{be_3}} \right)$

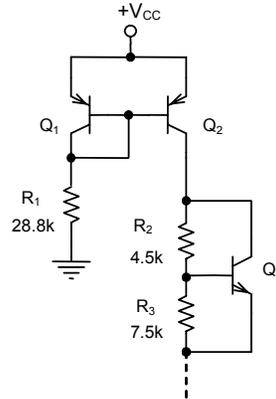
$$z_2 \cong 1.46 \text{ M}\Omega, \quad z_3 \cong 15.8 \text{ M}\Omega$$

Les résultats du miroir de courant élémentaire sont retrouvés en rendant nulles les valeurs des résistances d'émetteur. Ici, la dissymétrie produit d'une part, un courant continu plus faible que le courant de référence  $I_{pol}$  (effet lentille) ce qui permet d'ajuster les polarisations au sein d'un circuit intégré et d'autre part, une charge dynamique qui peut être très élevée selon la valeur de la résistance d'émetteur.

Si l'obtention d'une charge dynamique importante est uniquement désirée, il y a intérêt à rendre symétrique le montage (effet miroir) pour une meilleure stabilité des courants en fonction de la température (voir problème « stabilisation par résistance d'émetteur »).

## Multiplicateur de $V_{BE}$

Le montage de la figure qui suit présente une source de courant alimentant un multiplicateur de  $V_{BE}$ . Tous les transistors sont supposés technologiquement identiques ( $\beta = 250$ ,  $V_A = 100 \text{ V}$ ) et la tension d'alimentation  $V_{CC} = 15 \text{ V}$ .



Etude du régime continu

1. Évaluez le courant de collecteur de  $Q_2$  en prenant  $V_{EB_1}$  et  $V_{EB_2}$  de l'ordre de  $0.6 \text{ V}$ .
2. Dans l'hypothèse où l'on suppose que le courant de base de  $Q_3$  est négligé, calculez la tension  $V_{CE_3}$  en prenant  $V_{BE_3}$  de l'ordre de  $0.6 \text{ V}$ .
3. Évaluez tous les courants parcourant le montage afin de valider l'hypothèse précédente.

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

4. Évaluez les paramètres  $r_{be_3}$ ,  $r_{ce_3}$ ,  $r_{ce_2}$  des modèles des transistors.
5. Calculez l'impédance  $z_3$  vue entre collecteur et émetteur de  $Q_3$ .
6. Concluez sur la représentation d'une source de tension au sein d'études statique et dynamique aux faibles signaux.

## Corrigé

Etude du régime continu

1. Courant de collecteur de  $Q_2$

$$Q_1 \equiv Q_2 \rightarrow I_{BS_1} = I_{BS_2} = I_{BS} \text{ et } \beta_1 = \beta_2 = \beta \Rightarrow I_{C_2} = I_{C_1} \cong \frac{V_{CC} - V_{EB_1}}{R_1} \frac{\beta + 2}{\beta} \cong 500 \mu A$$

2. Expression de la tension  $V_{CE_3}$

$$\text{En supposant que } I_{B_3} \ll I, \text{ courant circulant dans } R_3 \Rightarrow V_{CE_3} \cong V_{BE_3} \left( 1 + \frac{R_2}{R_3} \right) = 0.96 V$$

3. Validation de l'hypothèse

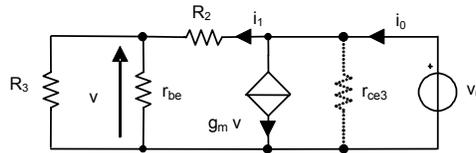
$$I = \frac{V_{BE_3}}{R_3} = 80 \mu A \text{ et } I_{B_3} \cong \frac{I_{C_2} - I}{\beta + 1} \cong 1.67 \mu A \text{ soit une précision des calculs à environ 2\%.}$$

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

4. Paramètres dynamiques des modèles des transistors

$$r_{be_3} \cong \frac{U_T}{I_{B_3_0}} \cong 15 k\Omega, r_{ce_3} \cong \frac{V_A}{I_{C_3_0}} \cong 239 k\Omega$$

5. Impédance vue entre collecteur et émetteur de  $Q_3$



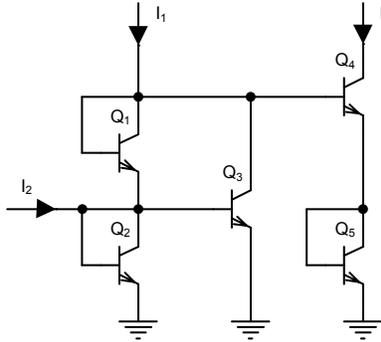
$$\begin{cases} i_0 = i_1 + g_m v \\ v_0 = (R_2 + R) i_1 \text{ avec } R = R_3 \parallel r_{be_3} \\ v = R i_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{i_0}{v_0} = \frac{1 + g_m R}{R_2 + R} \text{ (calcul sans la présence de } r_{ce_3} \text{)}$$

$$z_3 = r_{ce_3} \parallel \frac{R_2 + R}{1 + g_m R} \cong 113 \Omega$$

6. Le multiplicateur de  $V_{BE}$  est un générateur de tension continue dont l'impédance dynamique est très faible vis-à-vis de la charge en série proposée par le miroir ( $r_{ce_2} \cong 200 k\Omega$ ). La translation de tension produite pourra servir de polarisation d'un étage push-pull série complémentaire. Il faut noter que ce montage utilise une diode en direct et présente une meilleure stabilité en température que  $n$  diodes mises en série, sans compter la précision de la tension continue obtenue par le choix des deux résistances.

### Réalisation d'une opération arithmétique complexe

On considère le circuit de la figure ci-dessous. Tous les transistors sont supposés technologiquement identiques et  $\beta$  très grand (courants de base négligés).



Etude en régime pseudo-continu

1. En considérant la maille formée par les transistors  $Q_1 - Q_2 - Q_4 - Q_5$ , écrivez la relation de leurs courants collecteurs.
2. En considérant la maille formée par les transistors  $Q_2 - Q_3$ , écrivez la relation de leurs courants collecteurs.
3. Ecrivez l'expression du courant  $I_3$  en fonction des courants  $I_1$  et  $I_2$ .

### Corrigé

Les transistors étant supposés technologiquement identiques, l'équation générale utilisée est la suivante, en négligeant l'effet Early ( $V_A \gg V_{CE_x}$ ) :  $V_{BE_x} \cong U_T \ln \frac{I_{C_x}}{\beta I_{BS}}$  pour  $x = 1$  à  $5$ .

1. Première relation de maille

$$V_{BE_1} + V_{BE_2} = V_{BE_4} + V_{BE_5} \Rightarrow I_{C_1} I_{C_2} \cong I_{C_4} I_{C_5}$$

2. Deuxième relation de maille

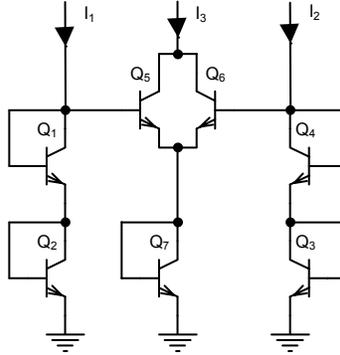
$$V_{BE_2} = V_{BE_3} \Rightarrow I_{C_2} \cong I_{C_3}$$

3. Expression de  $I_3$

$$\begin{cases} I_1 \cong I_{C_1} + I_{C_3} \\ I_2 \cong I_{C_2} - I_{C_1} \\ I_3 = I_{C_4} \cong I_{C_5} \\ I_{C_2} \cong I_{C_3} \\ I_{C_1} I_{C_2} \cong I_{C_4} I_{C_5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 \cong I_{C_1} + I_{C_2} \\ I_2 \cong I_{C_2} - I_{C_1} \\ I_{C_1} I_{C_2} \cong I_3^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 + I_2 \cong 2I_{C_2} \\ I_1 - I_2 \cong 2I_{C_1} \\ I_{C_1} I_{C_2} \cong I_3^2 \end{cases} \Rightarrow I_3 = \frac{\sqrt{I_1^2 - I_2^2}}{2}$$

### Réalisation d'une opération arithmétique complexe

On considère le circuit de la figure ci-dessous. Tous les transistors sont supposés technologiquement identiques et  $\beta$  très grand (courants de base négligés).



Etude en régime pseudo-continu

1. En considérant la maille formée par les transistors  $Q_1 - Q_2 - Q_7 - Q_5$ , écrivez la relation de leurs courants collecteurs.
2. En considérant la maille formée par les transistors  $Q_4 - Q_3 - Q_7 - Q_6$ , écrivez la relation de leurs courants collecteurs.
3. Ecrivez l'expression du courant  $I_3$  en fonction des courants  $I_1$  et  $I_2$  et concluez.

### Corrigé

Les transistors étant supposés technologiquement identiques, l'équation générale utilisée est la suivante, en négligeant l'effet Early ( $V_A \gg V_{CE_x}$ ) :  $V_{BE_x} \cong U_T \ln \frac{I_{C_x}}{\beta I_{BS}}$  pour  $x = 1$  à  $7$ .

1. Première relation de maille  $V_{BE_1} + V_{BE_2} = V_{BE_5} + V_{BE_7} \Rightarrow I_{C_1} I_{C_2} \cong I_{C_5} I_{C_7}$
2. Deuxième relation de maille  $V_{BE_4} + V_{BE_3} = V_{BE_6} + V_{BE_7} \Rightarrow I_{C_4} I_{C_3} \cong I_{C_6} I_{C_7}$
3. Expression de  $I_3$

$$\begin{cases} I_3 = I_{C_5} + I_{C_6} \cong I_{C_7} \\ I_1 \cong I_{C_1} \text{ et } I_2 \cong I_{C_4} \\ I_{C_1} I_{C_2} \cong I_{C_5} I_{C_7} \\ I_{C_4} I_{C_3} \cong I_{C_6} I_{C_7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_3 = I_{C_5} + I_{C_6} \\ I_1^2 \cong I_{C_5} I_3 \\ I_2^2 \cong I_{C_6} I_3 \end{cases} \Rightarrow I_3 = \sqrt{I_1^2 + I_2^2}$$

Le circuit effectue le calcul du module d'un nombre complexe à partir de ses parties réelles et imaginaires.

## Conception d'un buffer

L'étude porte sur les performances d'un buffer (circuit intégré) dont le circuit le plus simple est l'étage collecteur commun (suiveur). Ce dernier présente des inconvénients qu'il est possible d'éviter en modifiant la topologie de base. Cette évolution vers l'amélioration des performances en régimes statique et dynamique s'effectuera en trois étapes.

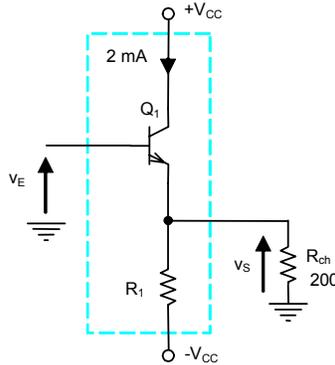
Les transistors seront supposés technologiquement identiques ou parfaitement complémentaires et de gain en courant  $\beta = 200$ , de tension d'Early  $V_A = 100\text{ V}$ . L'alimentation symétrique du montage est telle que  $V_{CC} = \pm 5\text{ V}$ .

Lors des calculs, les courants de base seront négligés ( $\beta$  grand) et  $V_A \gg |V_{CE_0}|$ .

L'étage buffer

1. Rappelez les spécificités de ce circuit en régimes continu et dynamique.

Etude de l'étage suiveur classique



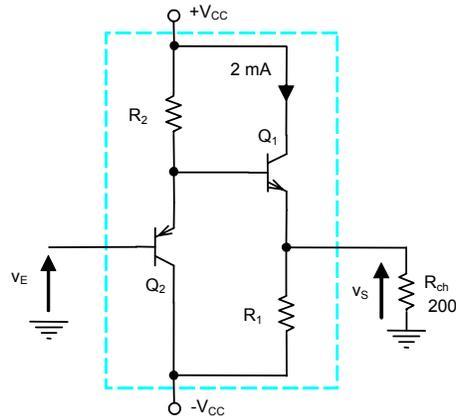
Etude du régime continu

2. Le courant collecteur de  $Q_1$  étant égal à  $2\text{ mA}$ , précisez le potentiel de sortie  $V_S$  et évaluez la résistance  $R_1$ .
3. Discutez des inconvénients inhérents à ce montage.

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

4. Évaluez les paramètres  $r_{be}$  et  $r_{ce}$  du modèle du transistor, puis dessinez le schéma.
5. Écrivez les expressions du transfert en tension  $A_v = v_s/v_e$ , des résistances d'entrée  $Z_e$  et de sortie  $Z_s$  vue de la charge. Évaluez ces paramètres.

Etude de l'étage suiveur à transistors complémentaires



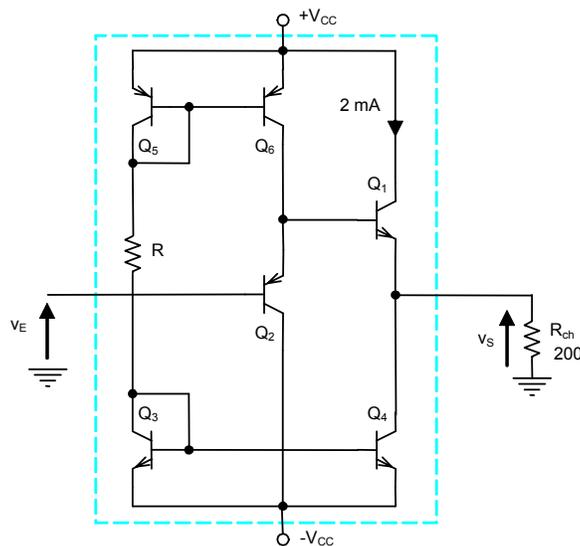
Etude du régime continu

6. Le courant collecteur de  $Q_1$  étant égal à  $2\text{ mA}$ , précisez le potentiel de sortie  $V_S$  et évaluez le courant collecteur de  $Q_2$  dans le cas où les résistances  $R_1$  et  $R_2$  ont la même valeur.
7. Quelles améliorations apparaissent par rapport au montage précédent ?

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

8. Évaluez les paramètres  $r_{be}$  et  $r_{ce}$  du modèle des transistors et dessinez le schéma.
9. Écrivez les expressions du transfert en tension  $A_v = v_s/v_e$ , des résistances d'entrée  $Z_e$  et de sortie  $Z_s$  vue de la charge. Évaluez ces paramètres.

Etude de l'étage suiveur à transistors complémentaires et sources de courant



## Etude du régime continu

10. Le courant collecteur de  $Q_1$  étant égal à  $2\text{ mA}$ , précisez le potentiel de sortie  $V_S$  et évaluez la résistance  $R$ .
11. Quelle amélioration apporte la présence des sources de courant ?

## Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

12. Évaluez les paramètres  $r_{be}$  et  $r_{ce}$  du modèle des transistors et dessinez le schéma.
13. Écrivez les expressions du transfert en tension  $A_v = v_s/v_e$ , des résistances d'entrée  $Z_e$  et de sortie  $Z_s$  vue de la charge. Évaluez ces paramètres.
14. Dans le contexte dynamique, comparez les valeurs des paramètres calculés lors de ces trois études et précisez l'amélioration obtenue.

Formulaire :

Modèle en régime continu pour des transistors appairés  $I_C \cong \beta I_{BS} e^{\frac{|V_{BE}|}{U_T}}$  ou  $|V_{BE}| \cong U_T \ln \frac{I_C}{\beta I_{BS}}$   
 (courants de saturation  $I_{BS}$  des jonctions base-émetteur et gains en courant  $\beta$  supposés identiques, effet Early négligé  $|V_{CE}| \ll V_A$ ).

Paramètres du modèle du transistor en régime dynamique aux faibles signaux  $r_{be} \cong \frac{U_T}{I_{C_0}} \beta$ ,  $r_{ce} \cong \frac{V_A}{I_{C_0}}$ .

## Corrigé

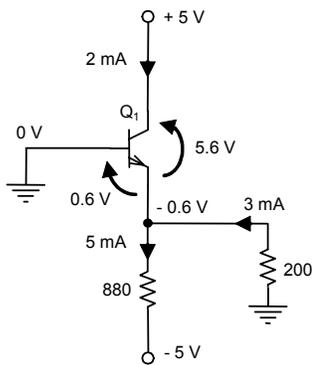
### 1. Définition d'un buffer

Un buffer (étage tampon) recopie la tension d'entrée en sortie et présente une très faible résistance de sortie et une résistance d'entrée importante. Son rôle est d'isoler deux étages mis en cascade pour une adaptation en tension quasi idéale.

Etude de l'étage suiveur classique

Etude du régime continu

### 2. Evaluation de $V_S$ et $R_1$



$$V_S = -V_{BE_o} \cong -0.6 \text{ V}$$

$$V_{CE_{1_o}} = V_{CC} - V_S \cong 5.6 \text{ V}$$

$$I_{E_{1_o}} = \frac{V_S + V_{CC}}{R_1} + \frac{V_S}{R_{ch}} \cong I_{C_{1_o}}$$

$$\Rightarrow R_1 \cong 880 \Omega$$

### 3. Discussion

Inconvénients du montage :

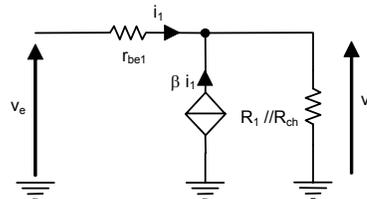
- présence d'une tension d'offset en sortie due à la jonction BE de  $Q_1$  (translation de  $-0.6 \text{ V}$ ),
- jonction BE fonction de la température,
- courant de polarisation dépendant de la charge.

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

### 4. Evaluation des paramètres du modèle du transistor et schéma

$$r_{be_1} \cong \frac{U_T}{I_{C_{1_o}}} \beta \cong 2.5 \text{ k}\Omega, \quad r_{ce_1} \cong \frac{V_A}{I_{C_{1_o}}} = 50 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 // R_{ch} \cong 163 \Omega \quad \text{et} \quad r_{ce_1} \gg R_1 // R_{ch}.$$



### 5. Caractérisation de l'étage

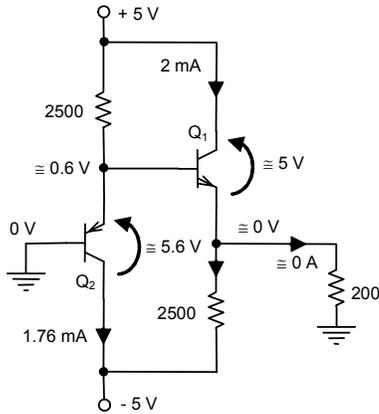
$$A_v = \frac{v_s}{v_e} = \frac{(\beta + 1)(R_1 // R_{ch})}{r_{be_1} + (\beta + 1)(R_1 // R_{ch})}, \quad Z_e = r_{be_1} + (\beta + 1)(R_1 // R_{ch}), \quad Z_s = R_1 // \frac{r_{be_1}}{\beta + 1}.$$

$$\text{d'où } A_v \cong 0.929, \quad Z_e \cong 35.3 \text{ k}\Omega, \quad Z_s \cong 12.3 \Omega.$$

Etude de l'étage suiveur à transistors complémentaires

Etude du régime continu

6. Evaluation de  $V_S$  et  $I_{C_{2o}}$



$$V_S = V_{EB_{2o}} - V_{BE_{1o}} \cong 0 \text{ V}$$

$$V_{CE_{1o}} = V_{CC} - V_S \cong 5 \text{ V}$$

$$I_{E_{1o}} = \frac{V_S + V_{CC}}{R_1} + \frac{V_S}{R_{ch}} \cong \frac{V_{CC}}{R_1} \cong I_{C_{1o}}$$

$$\Rightarrow R_1 (= R_2) \cong \frac{V_{CC}}{I_{C_{1o}}} = 2.5 \text{ k}\Omega$$

7. Discussion

L'introduction d'un second émetteur suiveur, de type complémentaire au premier, permet de compenser le décalage de tension d'offset en sortie. Cependant, les courants de collecteur des transistors n'étant pas les mêmes, les tensions aux bornes des jonctions BE ne sont pas tout à fait identiques d'après l'expression mathématique du modèle pour ces transistors appariés

$$|V_{BE}| \cong U_T \ln \frac{I_C}{\beta I_{BS}} \text{ avec } |V_{CE}| \ll V_A. \text{ Le potentiel de sortie } V_S \text{ est « à peu près » nul.}$$

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

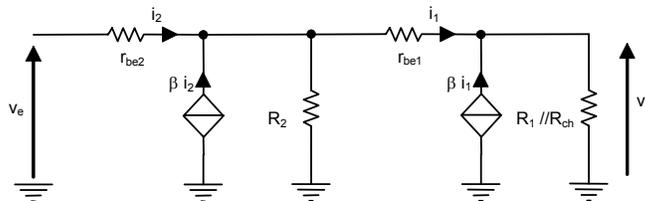
8. Evaluation des paramètres du modèle des transistors et schéma

$$r_{be_1} \cong 2500 \Omega$$

$$r_{ce_1} \cong 50 \text{ k}\Omega \gg R_1 // R_{ch}$$

$$r_{be_2} \cong 2841 \Omega$$

$$r_{ce_2} \cong 57 \text{ k}\Omega \gg R_2$$



9. Caractérisation de l'étage

Les deux étages étant en cascade, nous caractérisons le premier étage à vide (base de  $Q_1$  déconnectée) sous la forme d'un dipôle équivalent de Thévenin ( $v_{s_1}, z_{s_1}$ ) tel que

$$A_1 = \frac{v_{s_1}}{v_e} = \frac{(\beta + 1)R_2}{r_{be_1} + (\beta + 1)R_2}, \quad z_{s_1} = R_2 // \frac{r_{be_2}}{\beta + 1}.$$

Ce dipôle attaque le second étage caractérisé sous la forme d'un nouveau dipôle équivalent de Thévenin ( $v_{s_2}, z_{s_2}$ ) tel que

$$A_2 = \frac{v_{s_2}}{v_{s_1}} = \frac{(\beta + 1)(R_1 // R_{ch})}{z_{s_1} + r_{be_1} + (\beta + 1)(R_1 // R_{ch})}, \quad z_{s_2} = R_1 // \frac{z_{s_1} + r_{be_1}}{\beta + 1}.$$

La résistance d'entrée du second étage charge le premier étage, ce qui donne  $z_{e1} = r_{be2} + (\beta + 1)(R_2 // z_{e2})$  avec  $z_{e2} = r_{be1} + (\beta + 1)(R_1 // R_{ch})$ .

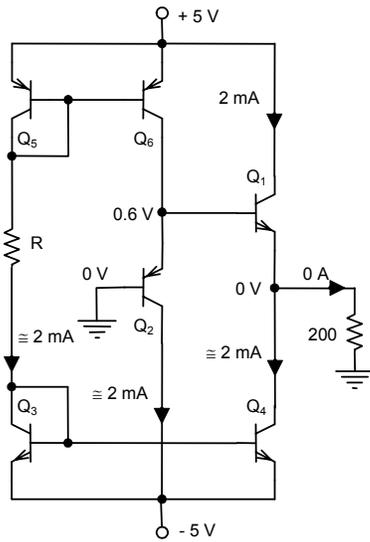
d'où  $A_v = A_1 A_2 \cong 0.931$ ,  $Z_e \cong z_{e1} \cong 476 \text{ k}\Omega$ ,  $Z_s \cong z_{s2} \cong 12.4 \Omega$ .

Remarquons une augmentation de la résistance d'entrée.

Etude de l'étage suiveur à transistors complémentaires et sources de courant

Etude du régime continu

10. Evaluation de R



$$Q_3 \cong Q_4 \rightarrow \begin{cases} I_{C3} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE3}}{U_T}} \\ I_{C4} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE4}}{U_T}} \end{cases} \text{ et } V_{EB3} = V_{EB4}$$

$$\Rightarrow I_{C3} \cong I_{C4}$$

$$Q_5 \cong Q_6 \rightarrow \begin{cases} I_{C5} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{EB5}}{U_T}} \\ I_{C6} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{EB6}}{U_T}} \end{cases} \text{ et } V_{EB5} = V_{EB6}$$

$$\Rightarrow I_{C5} \cong I_{C6}$$

En négligeant les courants de base,  $I_{C1} \cong I_{C2} \cong 2 \text{ mA}$

$$Q_1 \cong Q_2 \rightarrow \begin{cases} V_{BE1} \cong U_T \ln \frac{I_{C1}}{\beta I_{BS}} \\ V_{EB2} \cong U_T \ln \frac{I_{C2}}{\beta I_{BS}} \end{cases} \Rightarrow V_{BE1} \cong V_{EB2} \text{ et } V_S = V_{EB2} - V_{BE1} \cong 0.$$

$$R = \frac{2V_{CC} - V_{EB5} - V_{BE3}}{I_R} \cong 4.4 \text{ k}\Omega$$

11. Discussion

L'introduction des sources de courant au sein du montage améliore la symétrie des courants collecteur de  $Q_1$  et  $Q_2$ . Ce circuit intégré permet une tension d'offset négligeable en sortie et un meilleur comportement en température.

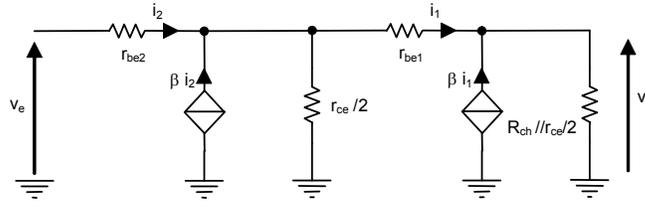
Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

12. Evaluation des paramètres du modèle des transistors et schéma

Tous les courant collecteur sont de l'ordre de 2 mA, donc

$$r_{be} \equiv r_{be_1} \cong 2500 \Omega$$

$$r_{ce} \equiv r_{ce_1} \cong 50 \text{ k}\Omega$$



### 13. Caractérisation de l'étage

De la même façon que précédemment, nous aboutissons aux résultats suivants.

$$A_1 = \frac{v_{s_1}}{v_e} = \frac{(\beta + 1) \frac{r_{ce}}{2}}{r_{be} + (\beta + 1) \frac{r_{ce}}{2}}, \quad z_{s_1} = \frac{r_{ce}}{2} // \frac{r_{be}}{\beta + 1}.$$

$$A_2 = \frac{v_{s_2}}{v_{s_1}} = \frac{(\beta + 1) \left( \frac{r_{ce}}{2} // R_{ch} \right)}{z_{s_1} + r_{be} + (\beta + 1) \left( \frac{r_{ce}}{2} // R_{ch} \right)}, \quad z_{s_2} = \frac{r_{ce}}{2} // \frac{z_{s_1} + r_{be}}{\beta + 1}.$$

$$z_{e_1} = r_{be} + (\beta + 1) \left( \frac{r_{ce}}{2} // z_{e_2} \right) \text{ avec } z_{e_2} = r_{be} + (\beta + 1) \left( \frac{r_{ce}}{2} // R_{ch} \right).$$

d'où  $A_v = A_1 A_2 \cong 0.941$ ,  $Z_e \equiv z_{e_1} \cong 3.17 \text{ M}\Omega$ ,  $Z_s \equiv z_{s_2} \cong 12.5 \Omega$ .

### 14. Discussion

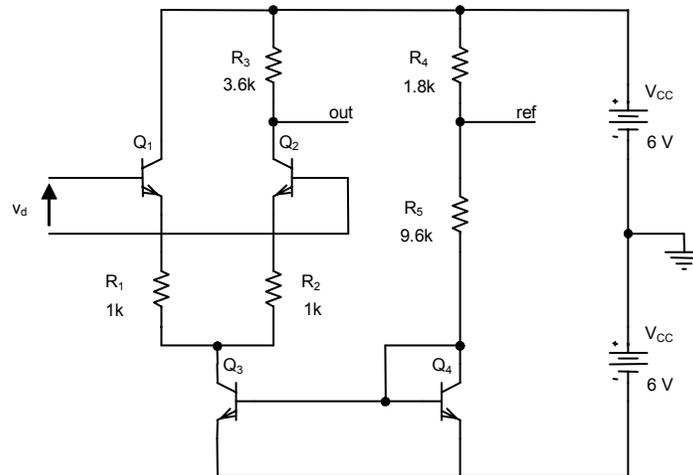
Tableau récapitulatif

n° étage	1	2	3
Offset en sortie (V)	- 0.6	voisin de 0	0
Comportement en température	mauvais	moyen	bon
Gain en tension	0.929	0.931	0.941
Résistance d'entrée (kΩ)	35.3	476	3170
Résistance de sortie (Ω)	12.3	12.4	12.5

La résistance d'entrée subit une nette augmentation due à la présence de charges dynamiques sur les émetteurs de  $Q_1$  et  $Q_2$ , le gain en tension et la résistance de sortie restant du même ordre. Il ne faut pas oublier que les valeurs numériques trouvées sont liées au choix d'une charge de  $200 \Omega$  et d'un courant de polarisation de  $2 \text{ mA}$ .

## Etage différentiel à charges asymétriques

L'étude porte sur la caractérisation de l'étage différentiel de la figure ci-dessous. Les transistors sont supposés technologiquement identiques ( $\beta = 200$ ,  $V_A = \infty$ ,  $r_{ce} = \infty$ ).



Etude du régime continu

1. Évaluez les courants  $I_{C3}$  ainsi que les potentiels de nœuds  $V_{out}$  et  $V_{ref}$ .
2. Expliquez l'intérêt de disposer du potentiel de référence  $V_{ref}$ .

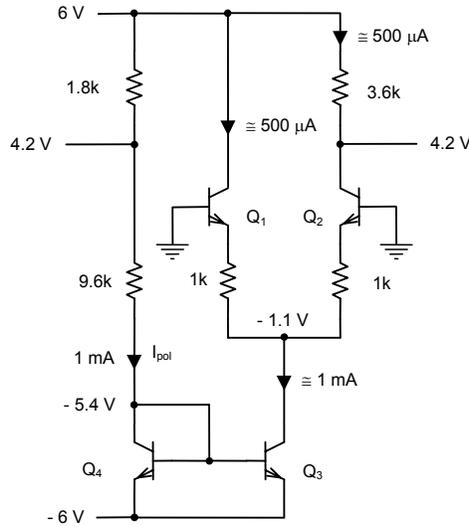
Etude du régime dynamique différentiel (faibles signaux aux fréquences moyennes)

3. Évaluez le paramètre  $r_{be}$  des transistors  $Q_1$  et  $Q_2$ .
4. Calculez les valeurs du transfert  $A_d = v_{out}/v_d$ , de l'impédance d'entrée  $Z_d$  et de l'impédance de sortie  $Z_s$ .

## Corrigé

Etude du régime continu

### 1. Evaluation des courants et potentiels de nœuds



L'étage différentiel  $Q_1$ - $Q_2$  est polarisé par le courant issu du miroir élémentaire  $Q_3$ - $Q_4$  tel que

$$I_{C_{3_o}} \cong \frac{2V_{CC} - V_{BE_4}}{R_4 + R_5} = 1 \text{ mA}.$$

$$\begin{cases} V_{BE_1} + R_1 I_{E_1} = V_{BE_2} + R_2 I_{E_2} \\ I_{C_3} = I_{E_1} + I_{E_2} \end{cases} \Rightarrow I_{E_{1_o}} = I_{E_{2_o}} = \frac{I_{C_{3_o}}}{2} \cong 500 \mu\text{A} \text{ avec } R_1 = R_2 \text{ et } V_{BE_1} = V_{BE_2} \cong 0.6 \text{ V}.$$

$$\begin{cases} V_{ref} \cong V_{CC} - R_4 I_{C_3} \\ V_{out} \cong V_{CC} - R_3 I_{C_2} \end{cases} \Rightarrow V_{ref} \cong V_{out} \cong 4.2 \text{ V}.$$

### 2. Intérêt de disposer du potentiel $V_{ref}$

Les deux bornes de sortie sont équipotentielles et permettent une attaque différentielle en tension d'un montage qui suit.

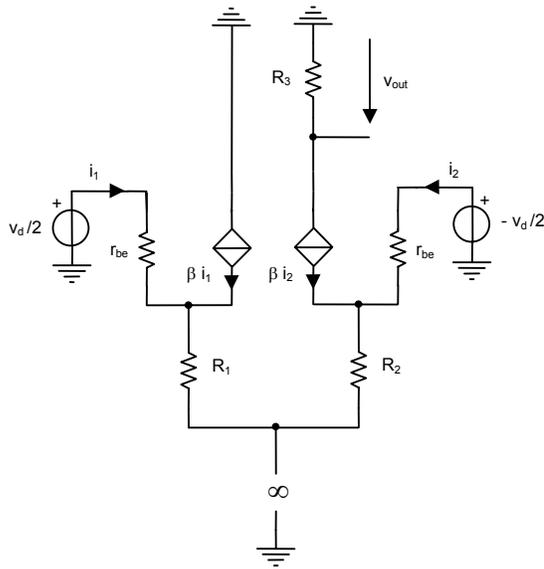
Etude du régime dynamique différentiel (faibles signaux aux fréquences moyennes)

Le fait de considérer la valeur du paramètre  $r_{ce_3}$  infinie, conduit à un régime purement différentiel. Le régime de mode commun est tel que  $A_c = 0$ ,  $Z_c = \infty$  car  $v_c = \infty$ .

### 3. Evaluation du paramètre $r_{be}$

$$r_{be} = r_{be_1} = r_{be_2} = \frac{U_T}{I_{C_o}} \beta \cong 10 \text{ k}\Omega$$

4. Caractérisation de l'étage



Posons  $R = R_1 = R_2$ .

$$\begin{cases} v_d = [r_{be} + (\beta + 1)R](i_1 - i_2) \\ (\beta + 1)i_1 + (\beta + 1)i_2 = 0 \\ v_{out} = -R_3 \beta i_1 \end{cases}$$

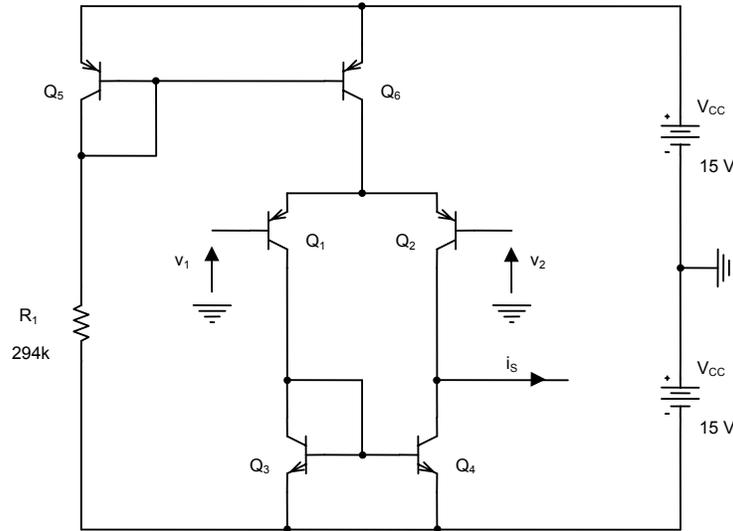
$$\Rightarrow A_d = \frac{v_{out}}{v_d} = \frac{\beta R_3}{2[r_{be} + (\beta + 1)R]} \cong 1.71,$$

$$Z_d = \frac{v_d}{i_1} = 2[r_{be} + (\beta + 1)R] = 422 \text{ k}\Omega,$$

$$Z_s = R_3 = 3.6 \text{ k}\Omega$$

### Etage différentiel à charges actives (partie 1)

L'étude porte sur la caractérisation de l'étage différentiel de la figure ci-dessous. Les transistors sont supposés technologiquement identiques avec  $\beta = 200$ ,  $V_A = 100 \text{ V}$ .



#### Compréhension du schéma

1. Identifiez les parties du circuit et précisez leurs fonctions.

#### Etude du régime continu

2. Dessinez le montage et évaluez les courants de collecteur, ainsi que le courant de sortie  $I_S$ .

#### Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

3. Afin d'alléger le calcul analytique, les paramètres  $r_{ce}$  des modèles aux faibles signaux des transistors  $Q_1$  et  $Q_2$  seront négligés. Évaluez les autres paramètres  $r_{be}$  et  $r_{ce}$  des transistors et caractérisez les quadripôles formés par les sources de courant. Dessinez le schéma résultant.
4. Dessinez le schéma équivalent du montage dans son régime différentiel.
5. Écrivez les expressions de la résistance différentielle d'entrée  $Z_d$ , de la résistance de sortie  $Z_s$  et du transfert  $i_s/v_d$  et dessinez le quadripôle issu de cette caractérisation en précisant les conditions d'attaque et de charge pour obtenir un convertisseur tension-courant.
6. Déduisez la valeur du gain en tension  $A_d$ .
7. Dessinez le schéma équivalent du montage dans son régime de mode commun.
8. Évaluez le gain en tension  $A_c$  et déduisez la valeur du  $T_{RMC}$  (en dB).

#### Etude du régime pseudo-continu

9. Écrivez la relation du transfert  $I_S(V_D)$  et tracez cette courbe.
10. Donnez l'expression de la pente au point  $V_D = 0$ . Comparez ce résultat à l'expression du transfert trouvée en 5.
11. Évaluez la distorsion sur le courant de sortie  $i_s(t)$  pour une amplitude crête de  $v_d(t)$  égale à 25 mV.

## Corrigé

### Compréhension du schéma

#### 1. Description

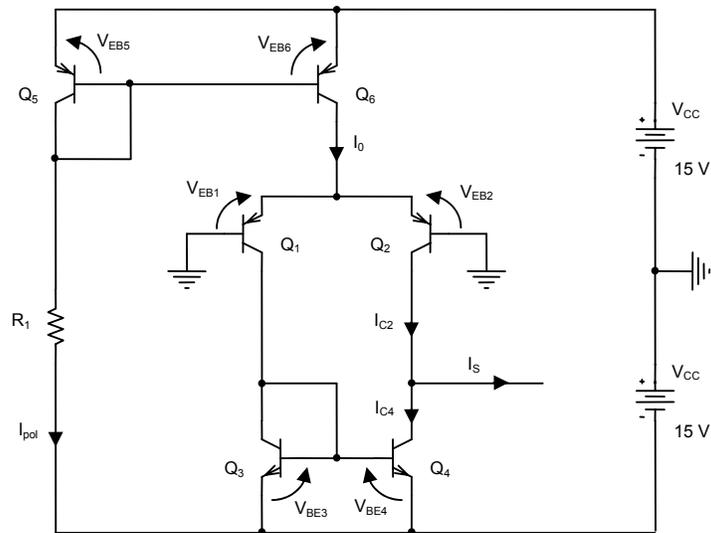
Le schéma se compose d'un étage de polarisation, d'un étage différentiel dont la charge de collecteur est un miroir de courant.

- L'étage de polarisation est un miroir de courant élémentaire  $Q_5$ - $Q_6$  polarisant l'étage différentiel par le point commun des émetteurs de  $Q_1$ - $Q_2$ . Le courant de cette source, issu de l'alimentation totale de tension  $2V_{CC}$ , est réglé par la résistance  $R_1$ .
- L'étage différentiel  $Q_1$ - $Q_2$  est à comportement émetteur commun, attaquant dynamiquement en courant le miroir élémentaire  $Q_3$ - $Q_4$ . Le transfert effectué par ce miroir double le courant de sortie par comparaison avec une charge dynamique classique sur le collecteur de  $Q_2$ .

Cet étage est un amplificateur à conductance de transfert.

### Etude du régime continu

#### 2. Schéma et évaluation des courants



Equation du modèle d'un transistor  $Q_i$  :  $I_{C_i} = \beta I_{B_i} = \beta I_{B_S} e^{\frac{|V_{BE_i}|}{U_T}} \left( 1 + \frac{|V_{CE_i}|}{V_A} \right) \cong \beta I_{B_S} e^{\frac{|V_{BE_i}|}{U_T}}$  en négligeant l'effet Early ( $|V_{CE_i}| \ll V_A$ ). Ici, tous les transistors ont mêmes  $\beta$  et  $I_{B_S}$ .

Etage de polarisation :

$$Q_5 \cong Q_6 \Rightarrow \begin{cases} I_{C_5} \cong \beta I_{B_S} e^{\frac{V_{EB_5}}{U_T}} \\ I_{C_6} \cong \beta I_{B_S} e^{\frac{V_{EB_6}}{U_T}} \end{cases} \text{ et } V_{EB_5} = V_{EB_6} \Rightarrow I_{C_5} \cong I_{C_6} \cong I_0$$

$$\text{et } \begin{cases} I_{pol} = I_{C_5} + I_{B_5} + I_{B_6} \cong I_0 \\ 2V_{CC} = R_1 I_{pol} + V_{EB_5} \end{cases} \Rightarrow I_{C_6_0} \cong 100 \mu A \text{ avec } V_{EB_5} \text{ pris à } 0.6 \text{ V.}$$

Etage différentiel

$$Q_1 \cong Q_2 \Rightarrow \begin{cases} I_{C_1} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{EB_1}}{U_T}} \\ I_{C_2} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{EB_2}}{U_T}} \end{cases} \text{ et } V_{EB_1} = V_{EB_2} \Rightarrow I_{C_1} \cong I_{C_2}$$

$$\text{et } I_0 = I_{E_1} + I_{E_2} \Rightarrow I_{C_1_0} \cong I_{C_2_0} \cong 50 \mu A$$

Circuit de transfert

$$Q_3 \cong Q_4 \Rightarrow \begin{cases} I_{C_3} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_3}}{U_T}} \\ I_{C_4} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_4}}{U_T}} \end{cases} \text{ et } V_{BE_3} = V_{BE_4} \Rightarrow I_{C_3} \cong I_{C_4}$$

$$\text{et } \begin{cases} I_{C_1} = I_{C_3} + I_{B_3} + I_{B_4} \cong I_{C_3} \\ I_{C_2} = I_{C_4} + I_S \end{cases} \Rightarrow I_{C_3_0} \cong I_{C_4_0} \cong 50 \mu A, I_{S_0} \cong 0.$$

Etude du régime dynamique aux fréquences moyennes

### 3. Schéma du montage

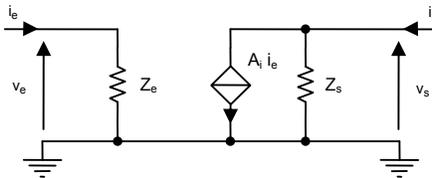
Evaluation des paramètres des transistors aux faibles signaux

$$r_{be} \cong \frac{U_T}{I_{C_0}} \beta, r_{ce} \cong \frac{V_A}{I_{C_0}}$$

$$\Rightarrow r_{be} \cong r_{be_1} \cong r_{be_2} \cong r_{be_3} \cong r_{be_4} = 100 \text{ k}\Omega, r_{ce} \cong r_{ce_3} \cong r_{ce_4} = 2 \text{ M}\Omega, r_{ce_6} = 1 \text{ M}\Omega.$$

Caractérisation des sources de courants et schéma du montage

Une source de courant est modélisée sous la forme générale d'un quadripôle.

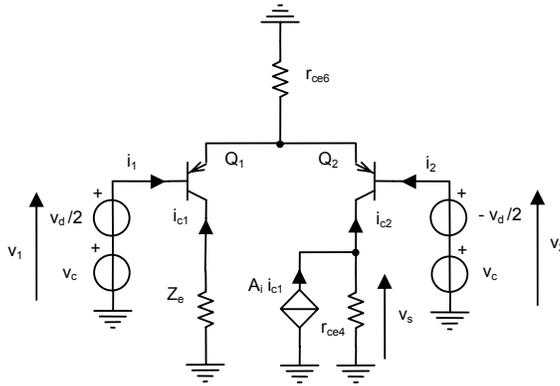


$$\text{avec } A_i = \left( \frac{i_s}{i_e} \right)_{v_s=0} = \frac{\beta}{\beta + 2} \cong 1, Z_e = \left( \frac{v_e}{i_e} \right)_{v_s=0} = \frac{r_{be}}{\beta + 2}, Z_s = \left( \frac{v_s}{i_s} \right)_{i_e=0} = r_{ce}$$

Dans le cas du miroir  $Q_5 - Q_6$ , le circuit d'attaque est représenté par la résistance  $R_1$  branchée entre l'entrée du quadripôle et la masse. De ce fait, le courant dynamique d'entrée  $i_e$  est nul (absence de source d'excitation), la source liée est telle que  $A_i i_e = 0$  (pas de transfert) et le dipôle de sortie se réduit à la présence de  $Z_s$  uniquement. Le courant de sortie  $i_s$  parcourt une résistance  $Z_s = r_{ce_6}$ .

Dans le cas du miroir  $Q_3 - Q_4$ , le courant d'entrée est le courant de collecteur de  $Q_1$  généré par la tension  $v_1$  et un transfert de courant a lieu ( $A_i i_e \neq 0$ ). La résistance de sortie  $Z_s = r_{ce4}$  est parcourue par le courant  $i_s - A_i i_e$ . La résistance d'entrée vaut  $Z_e \cong 495 \Omega$ .

Le schéma dynamique est alors le suivant.

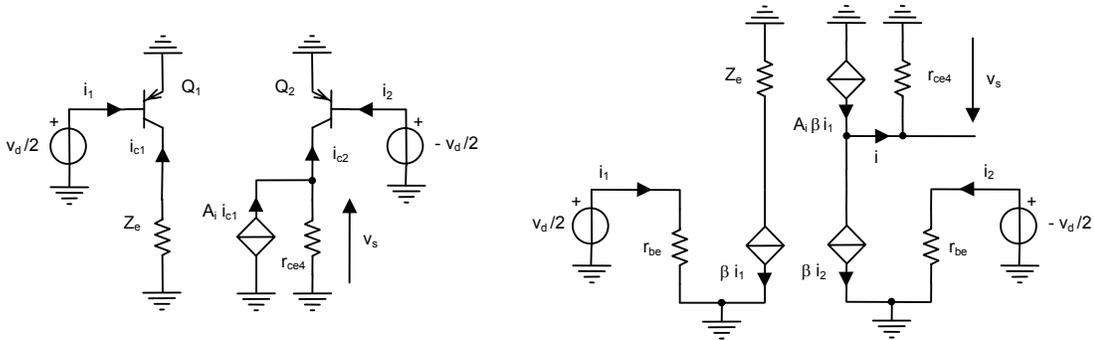


$$v_1 = \frac{v_1 - v_2}{2} + \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{v_d}{2} + v_c$$

$$v_2 = -\frac{v_1 - v_2}{2} + \frac{v_1 + v_2}{2} = -\frac{v_d}{2} + v_c$$

La méthode du demi-schéma sera mise en oeuvre ici malgré la dissymétrie de charge des collecteurs de  $Q_1 - Q_2$  car  $r_{ce1} = r_{ce2} = \infty$ , ce qui entraîne  $i_{c1} = \beta i_1$  et  $i_{c2} = \beta i_2$  (voir annexe « Méthode de travail pour la caractérisation linéaire d'un étage différentiel »).

4. Schéma en régime différentiel



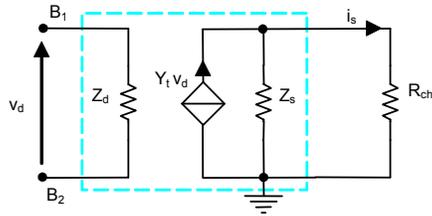
5. Caractérisation du montage

Calcul du courant de court-circuit et de la résistance de sortie (théorème de Norton)

$$\begin{cases} -\frac{v_d}{2} = r_{be} i_2 \\ i = \beta(A_i i_1 - i_2) \\ \frac{v_d}{2} = r_{be} i_1 \end{cases} \Rightarrow i_1 = -i_2 = \frac{v_d}{2r_{be}} \text{ et } i = \frac{\beta(A_i + 1)}{2r_{be}} v_d \cong \frac{\beta}{r_{be}} v_d \text{ (car } A_i \cong 1).$$

La conductance de transfert s'écrit  $Y_t \cong \frac{\beta}{r_{be}} = g_m$  et la résistance de sortie  $Z_s = r_{ce4}$ .

La source de tension différentielle en entrée voit une résistance  $Z_d = 2r_{be}$ .



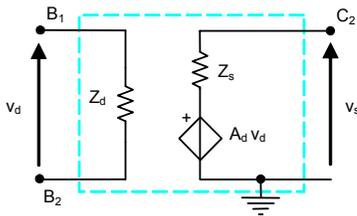
avec  $Z_d = 200\text{ k}\Omega$ ,  $Y_t \cong 2\text{ mA/V}$ ,  $Z_s = 2\text{ M}\Omega$ .

Un amplificateur à conductance de transfert doit être attaqué en tension ( $Z_d \gg r_g$ ) et sa charge en courant ( $Z_s \gg R_{ch}$ ), d'où  $i_s \cong Y_t v_d$  (condition de court-circuit en sortie).

6. Evaluation du gain en tension (à vide)

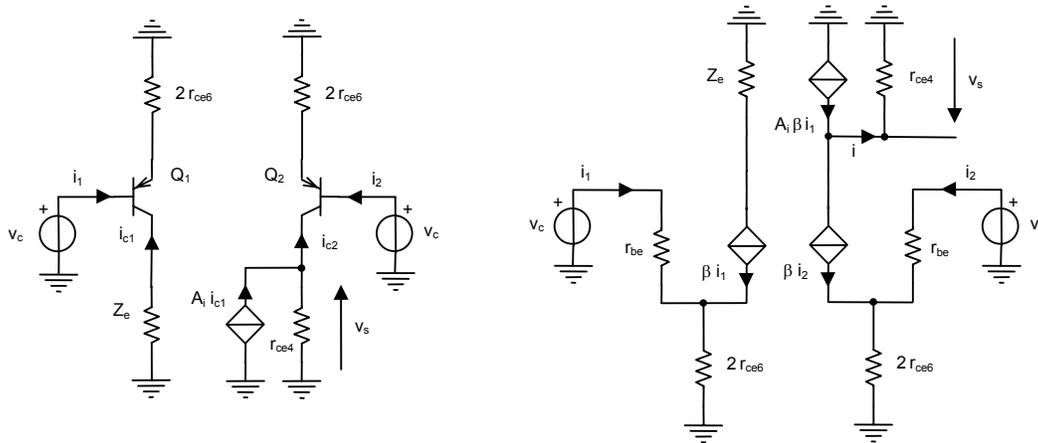
$$v_s = Z_s Y_t v_d \cong \frac{\beta r_{ce4}}{r_{be}} v_d, \text{ d'où } A_d = \frac{v_s}{v_d} \cong \frac{\beta r_{ce4}}{r_{be}} \text{ (condition de circuit ouvert en sortie).}$$

Ce gain est surestimé par la non prise en compte de  $r_{ce1}$  et  $r_{ce2}$ .



avec  $Z_d = 200\text{ k}\Omega$ ,  $A_d \cong 4000$ ,  $Z_s = 2\text{ M}\Omega$ .

7. Schéma en régime de mode commun



8. Caractérisation du montage

Calcul du gain en tension

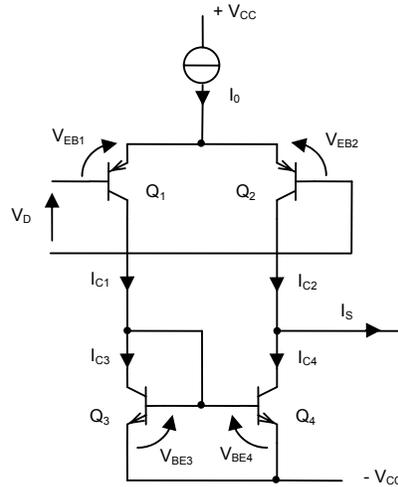
$$\begin{cases} v_s = \beta r_{ce4} (A_i i_1 - i_2) \\ v_c = [r_{be} + 2r_{ce6}(\beta + 1)] i_1 \\ v_c = [r_{be} + 2r_{ce6}(\beta + 1)] i_2 \end{cases} \Rightarrow i_1 = i_2 = \frac{v_c}{r_{be} + 2r_{ce6}(\beta + 1)} \text{ et } v_s = \frac{\beta r_{ce4} (A_i - 1)}{r_{be} + 2r_{ce6}(\beta + 1)} v_c$$

d'où  $A_c = - \frac{2\beta r_{ce4}}{(\beta + 2)[r_{be} + 2r_{ce6}(\beta + 1)]} \cong - \frac{2}{\beta} = -0.01$  avec  $r_{be} \ll 2r_{ce6}(\beta + 1)$  et  $2r_{ce6} = r_{ce4}$ .

Ce gain est surestimé par la non prise en compte de  $r_{ce1}$  et  $r_{ce2}$ .

Le taux de réjection vaut donc  $T_{RMC} = |A_d/A_c| \cong 400000$  (112 dB).

Etude du régime pseudo-continu

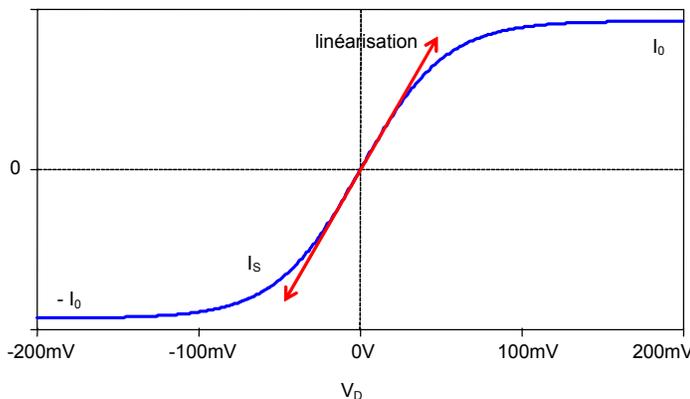


9. Ecriture du transfert  $I_S(V_D)$

Etage différentiel  $Q_1 \cong Q_2 \Rightarrow \begin{cases} I_{C1} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{EB1}}{U_T}} \\ I_{C2} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{EB2}}{U_T}} \end{cases}$  et  $\begin{cases} V_D = V_{EB2} - V_{EB1} \\ I_0 = I_{E1} + I_{E2} \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{I_{C1}}{I_{C2}} \cong e^{-\frac{V_D}{U_T}}$  et  $I_{C1} \cong \frac{I_0}{1 + e^{\frac{V_D}{U_T}}}$ ,  $I_{C2} \cong \frac{I_0}{1 + e^{-\frac{V_D}{U_T}}}$ .

Circuit de transfert à effet miroir  $Q_3 - Q_4 \Rightarrow I_{C3} \cong I_{C4}$  et  $\begin{cases} I_{C1} \cong I_{C3} \\ I_{C2} = I_{C4} + I_S \end{cases}$



$$\Rightarrow I_S \cong I_0 \left( \frac{1}{1 + e^{-\frac{V_D}{U_T}}} - \frac{1}{1 + e^{\frac{V_D}{U_T}}} \right)$$

ou encore  $I_S \cong I_0 \operatorname{th} \frac{V_D}{2U_T}$

## 10. Retour au régime linéaire

Pour  $V_D = 0$ ,  $I_{C_1} = I_{C_2} \cong \frac{I_0}{2}$  (régime continu). Le signal  $v_d(t)$  évolue sur la zone linéaire de la caractéristique  $I_S(V_d)$  autour de  $V_D = 0$  et l'expression de la conductance de transfert du circuit linéaire peut être retrouvée.

$$\left[ \frac{dI_S}{dV_D} \right]_{V_D=0} \cong \frac{I_0}{U_T} \left[ \frac{e^{-\frac{V_D}{U_T}}}{\left(1 + e^{-\frac{V_D}{U_T}}\right)^2} + \frac{e^{\frac{V_D}{U_T}}}{\left(1 + e^{\frac{V_D}{U_T}}\right)^2} \right]_{V_D=0} = \frac{I_0}{2U_T} \Rightarrow \frac{i_s}{v_d} \cong \frac{\beta}{r_{be}} = Y_t$$

car  $r_{be} \cong \frac{U_T}{I_{C_1_0}} \beta$  et  $I_0 \cong 2I_{C_1_0}$ .

Autre démonstration,  $\text{th}\left(\frac{V_D}{2U_T}\right) \cong \frac{V_D}{2U_T}$  pour  $V_D \ll 2U_T \Rightarrow I_S \cong \frac{I_0}{2U_T} V_D$  pour de faibles variations du pseudo-continu autour de  $V_D = 0$ , ce qui revient aussi à dire que les variations de  $i_s$  sont proportionnelles aux variations de  $v_d$  si ces dernières sont d'amplitude crête faible devant 50 mV.

## 11. Calcul de la distorsion

Par définition,  $d = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 + \dots}}{A_1}$  avec  $A_n$  valeur efficace de l'harmonique  $n$ .

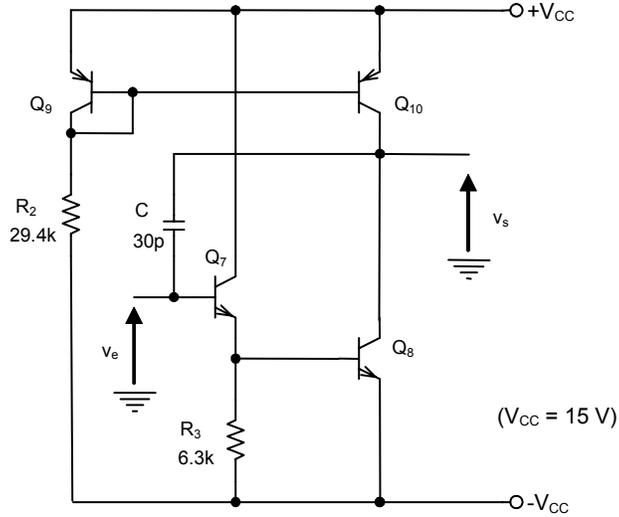
$$I_S = I_0 \text{th} \frac{V_D}{2U_T} \cong I_0 \left( \frac{V_D}{2U_T} - \frac{V_D^3}{24U_T^3} + \frac{V_D^5}{240U_T^5} \right)$$

car le développement limité de  $\text{th} x$  à l'ordre 6 est  $\text{th} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{15} + o(x^6)$

$d \cong \frac{A_3}{A_1} = \frac{V_D^2}{12U_T^2}$  et pour  $|V_D| = U_T = 25 \text{ mV}$ ,  $d \cong 8.33 \%$ .

### Etage de tension intermédiaire (partie 2)

L'étude porte sur la caractérisation de l'étage de tension de la figure ci-dessous. Cet étage fait suite à l'étage différentiel étudié précédemment et les transistors ont mêmes  $\beta$  et  $V_A$ .



Etude du régime continu

- Dessinez le montage en régime statique, puis évaluez les courants de collecteur et justifiez la valeur du courant de base de  $Q_7$  lorsque l'étage est connecté à la sortie de l'étage différentiel.

Etude du régime dynamique aux faibles signaux

- Dessinez le schéma équivalent du montage attaqué par l'équivalent de Thévenin de l'étage différentiel ( $v_g, r_g = 2 M\Omega$ ) et évaluez les paramètres  $r_{be}$  et  $r_{ce}$  des transistors.

Etude du régime dynamique aux fréquences moyennes

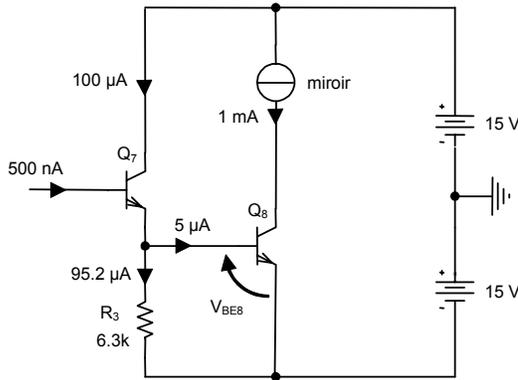
- Caractérissez l'étage de gain en tension  $Q_7 - Q_8$  ( $A'_v, Z'_e, Z'_s$ ), le transfert étant défini par  $A'_v = v_s / v_e$  et la charge de l'étage étant considérée comme très importante et dessinez le quadripôle issu de cette caractérisation.

Etude du régime dynamique aux fréquences hautes

- Calculez la fréquence de coupure haute de l'étage intermédiaire, les transistors étant sous leur schéma aux fréquences moyennes. Justifiez ce résultat, puis évaluez le produit gain bande du circuit incluant l'étage différentiel.

**Corrigé**

12. Polarisation



Miroir  $Q_9 - Q_{10}$

$$I_{C_{10_o}} \cong I_{C_{9_o}} = \frac{2V_{CC} - V_{EB_9}}{R_2} = 1 \text{ mA}$$

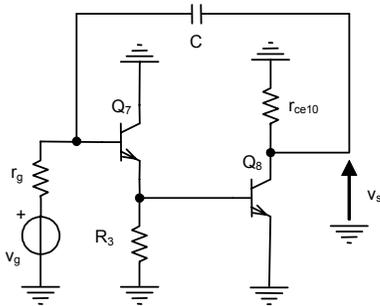
$$\Rightarrow I_{C_{8_o}} = I_{C_{10_o}} \cong 1 \text{ mA}$$

$$I_{E_{7_o}} = \frac{V_{BE_{8_o}}}{R_3} + I_{B_{8_o}} \cong I_{C_{7_o}} \cong 100 \text{ } \mu\text{A}$$

Lorsque cet étage de tension est connecté à la sortie de l'étage différentiel, le nœud de sortie (à droite) de l'étage différentiel laisse fuir un courant de 500 nA vers la base de  $Q_7$  et le nœud opposé (à gauche) laisse fuir le courant  $I_{B_{3_o}} + I_{B_{4_o}} = 2I_{C_{3_o}} / \beta \cong 500 \text{ nA}$ . Ainsi, le choix de la résistance  $R_3$ , pour une valeur donnée du courant issu du miroir, est conditionné pour symétriser l'étage différentiel dans son régime de polarisation.

Etude du régime dynamique aux faibles signaux

13. Schéma et valeurs des paramètres des modèles



$$r_{be} = \frac{U_T}{I_{C_o}} \beta, \quad r_{ce} \cong \frac{V_A}{I_{C_o}}$$

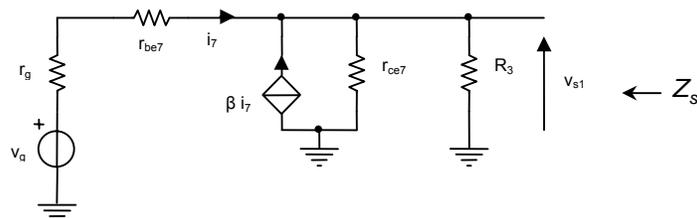
$$\text{d'où } r_{be7} \cong 50 \text{ k}\Omega, \quad r_{ce7} \cong 1 \text{ M}\Omega,$$

$$r_{be8} \cong 5 \text{ k}\Omega, \quad r_{ce8,10} \cong 100 \text{ k}\Omega.$$

Etude du régime dynamique aux fréquences moyennes

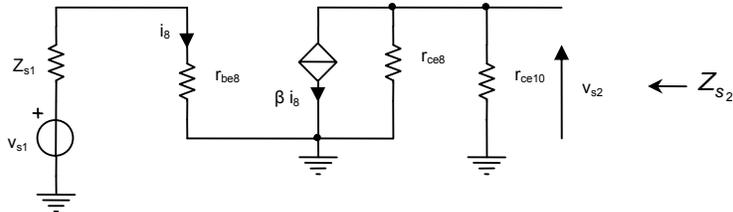
14. Caractérisation de l'étage de gain

Etage collecteur commun  $Q_7$  non chargé (équivalent de Thévenin)



$$A_1 = \frac{v_{s_1}}{v_g} = \frac{(\beta + 1)(R_3 \parallel r_{ce_7})}{r_g + r_{be_7} + (\beta + 1)(R_3 \parallel r_{ce_7})} \cong 0.38, Z_{s_1} = r_{ce_7} \parallel R_3 \parallel \frac{r_g + r_{be_7}}{\beta + 1} \cong 3.88 \text{ k}\Omega$$

Etage émetteur commun  $Q_8$



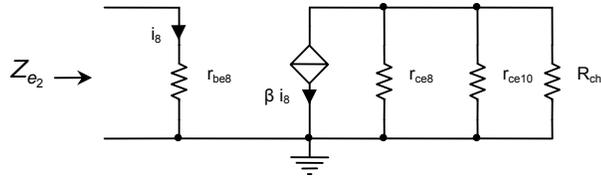
$$A_2 = \frac{v_{s_2}}{v_{s_1}} = - \frac{\beta(r_{ce_8} \parallel r_{ce_{10}})}{r_{be_8} + Z_{s_1}} \cong -1126, Z_{s_2} = r_{ce_8} \parallel r_{ce_{10}} \cong 50 \text{ k}\Omega$$

Le gain en tension de la chaîne non chargée ( $R_{ch}$  très importante) s'écrit

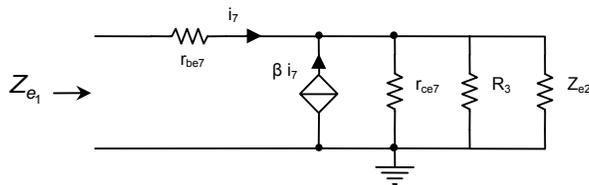
$$\frac{v_{s_2}}{v_g} = \frac{v_{s_1}}{v_g} \frac{v_{s_2}}{v_{s_1}} = A_1 A_2 \cong -428.$$

Deuxième étape : calcul de la résistance d'entrée

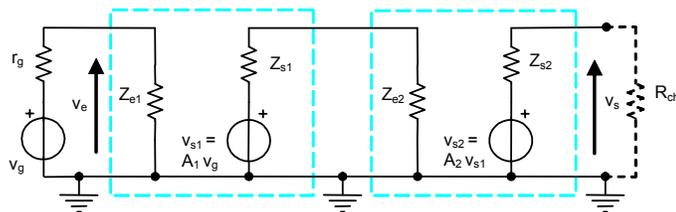
L'émetteur commun présente la diode d'entrée de  $Q_8$  vue de sa base, soit  $Z_{e_2} = r_{be_8}$



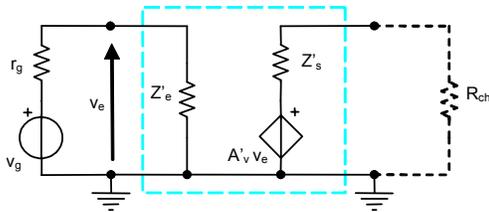
et le collecteur commun  $Z_{e_1} = r_{be_7} + (\beta + 1)(r_{ce_7} \parallel R_3 \parallel Z_{e_2}) \cong 609 \text{ k}\Omega$ .



d'où le schéma résumé



Le gain de transfert en tension  $A'_v$  aux fréquences moyennes (absence de C) doit être exprimé en terme de source liée à la tension  $v_e$  de la branche contrôlante supportant  $Z_{e1}$  afin de respecter la modélisation du quadripôle (voir cours « La caractérisation d'un amplificateur linéaire »). La caractérisation de l'étage devient alors :

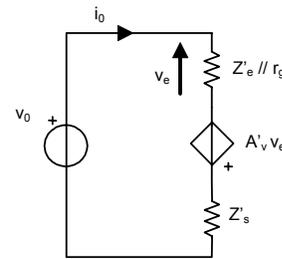
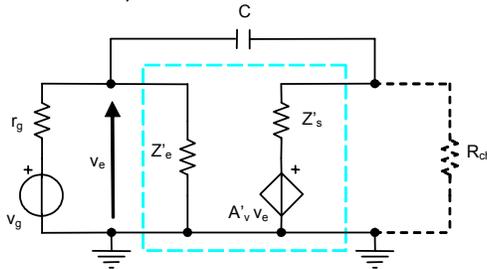


$$Z'_e = Z_{e1} \cong 609 \text{ k}\Omega, \quad Z'_s = Z_{s2} \cong 50 \text{ k}\Omega \ll R_{ch},$$

$$A'_v = \frac{v_s}{v_e} = \left( 1 + \frac{r_g}{Z_{e1}} \right) A_1 A_2 \cong -1834.$$

15. Evaluation de la fréquence de coupure haute (fréquences hautes)

La caractérisation de l'étage de gain va permettre une approche rapide du comportement en fréquence du circuit. Sous l'hypothèse d'obtenir la fréquence de coupure à -3 dB uniquement par la présence du condensateur C, le schéma équivalent du système est alors du premier ordre (un seul condensateur).



Le condensateur voit à ses bornes une résistance (dipôle de Thévenin/Norton)

$$R_C^0 = Z'_s + (r_g // Z'_e)(1 - A'_v) \cong 857 \text{ M}\Omega \quad \Rightarrow \quad f_h = \frac{1}{2\pi R_C^0 C} \cong 6.2 \text{ Hz}.$$

La constante de temps produisant la fréquence trouvée est de valeur énorme devant la somme de toutes les constantes de temps à vide produites par les capacités parasites des transistors et l'application de la méthode du pôle dominant donne (voir « Annexes ») :

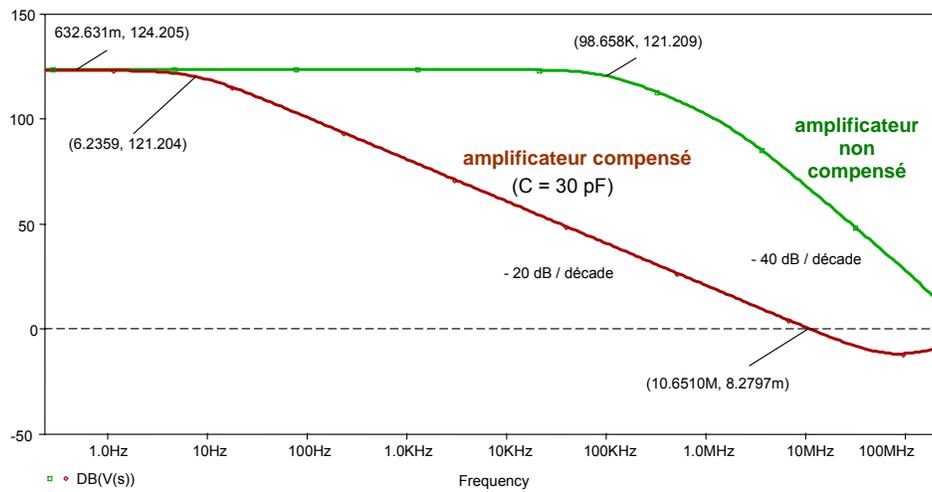
$$f_1 \cong \frac{1}{2\pi a_1} \cong f_h \quad \text{avec} \quad a_1 = R_C^0 C + \sum_{i=1}^{15} R_{be_i}^0 C_{be_i} + \sum_{i=1}^{15} R_{bc_i}^0 C_{bc_i} \cong R_C^0 C$$

L'amplificateur de tension complet (présence d'un étage différentiel en tête) se comporte comme

un circuit du premier ordre de gain en boucle ouverte  $G(jf) = \frac{A_v}{1 + jf/f_h}$  avec  $A_v \cong 125 \text{ dB}$ .

La faible fréquence de coupure haute permet d'atteindre un gain unité avec une pente de -20 dB par décade dans le plan de Bode. Cette compensation rend le circuit inconditionnellement stable. Le produit gain en tension (en unités et non en dB) fréquence de coupure haute (propriété d'un système du premier ordre) permet de chiffrer la fréquence de transition  $f_t \cong A_v f_h \cong 10 \text{ MHz}$ .

Illustration par la simulation



Si la capacité  $C$  de compensation était absente, l'influence conjuguée du montage émetteur commun  $Q_8$  (voir le problème « Réponse en fréquence d'un émetteur commun »), et du montage base commune  $Q_4$  cumulant sur sa forte charge de collecteur les capacités parasites du miroir et de l'entrée de  $Q_7$ , produirait la fréquence de coupure haute. La présence de ces pôles rend le système instable comme le montre la simulation.



Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

8. Évaluez les paramètres  $r_{be}$  et  $r_{ce}$  des modèles des transistors (prendre  $r_{ce_{1,2,3,4}} = \infty$ ).
9. Évaluez la résistance dynamique présentée par l'étage de polarisation  $Q_9 - Q_{10} - R_1 - R_2$  ( $z_9$ ) et les éléments de la caractérisation des miroirs  $Q_5 - Q_6$  et  $Q_7 - Q_8$  ( $z_e, z_s, A_i$ ). Dessinez le schéma résultant.
10. Caractérissez l'amplificateur en régime purement différentiel ( $A_d, Z_d, Z_s$ ).
11. Caractérissez l'amplificateur en régime de mode commun ( $A_c, Z_c$ ).
12. Déduisez le taux de réjection de mode commun.
13. Retrouvez l'expression de la conductance de transfert obtenue lors de l'étude en pseudo continu.

**Corrigé**

Compréhension du schéma

1. Description

Le schéma se compose d'un circuit de polarisation et d'un étage différentiel à charges actives.

- Le circuit de polarisation est une source de courant  $R_2 - Q_9 - Q_{10}$ , de type Widlar, dont le courant de référence est ajusté à l'aide de la résistance  $R_1$ . Cette source permet d'alimenter l'étage différentiel par les points communs des bases de  $Q_3 - Q_4$  et des collecteurs de  $Q_1 - Q_2$ . Vu la polarité de ces derniers transistors, un miroir de courant  $Q_7 - Q_8$  est nécessaire pour modifier le sens du courant. La compréhension de cette topologie apparaîtra lors de l'étude du régime continu.
- L'association de collecteurs communs  $Q_1$  et  $Q_2$  suivis de bases communes  $Q_3$  et  $Q_4$  constitue un étage différentiel cascode, permettant d'obtenir une bande passante plus élevée que le montage traditionnel à comportement émetteur commun. Les charges actives de  $Q_3$  et  $Q_4$  composent un miroir de courant  $Q_5 - Q_6$  qui permet de doubler le courant dynamique traversant la résistance interne de cette source, donc de doubler la valeur du gain différentiel en tension (condition à vide). Il est à remarquer que la sortie de l'étage est alors asymétrique.

Cet étage est un amplificateur à conductance de transfert.

Etude du régime continu

2. Evaluation du courant  $I_0$

Courant de référence 
$$I_{pol} = \frac{2V_{CC} - V_{BE_{10_0}}}{R_1} \cong 750 \mu A$$

Source de Widlar 
$$\frac{R_2}{U_T} I_{C_9_0} \cong Ln \left( \frac{I_{pol}}{I_{C_9_0}} \right) \text{ (équation transcendante)} \Rightarrow I_0 = I_{C_9_0} \cong 20 \mu A$$

3. Expressions analytiques  $I_1$  et  $I_2$

Puisque le gain en courant est important ( $\beta \gg 1$ ) et le montage symétrique (effet Early négligé),

$$I_{C_1} = I_{C_2} \cong I_{C_3} = I_{C_4} .$$

$$\begin{cases} I_0 = I_1 + I_2 \\ I_2 \cong I_{C_3} + I_{C_4} \\ I_1 = I_{B_3} + I_{B_4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_0 = I_1 + I_2 \\ I_2 \cong \beta I_1 \end{cases} \text{ soit } I_2 \cong \frac{\beta}{\beta + 1} I_0 \text{ et } I_1 \cong \frac{I_0}{\beta + 1}.$$

4. Influence de  $\beta$  sur  $I_{C_3}$  et  $I_{C_4}$  et comparaison

Pour le circuit proposé,  $I_{C_3} = I_{C_4} \cong \frac{\beta}{\beta + 1} \frac{I_0}{2}$  et la sensibilité de ces courants s'écrit

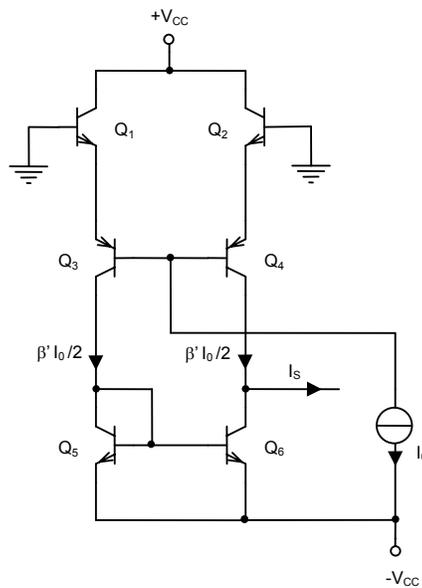
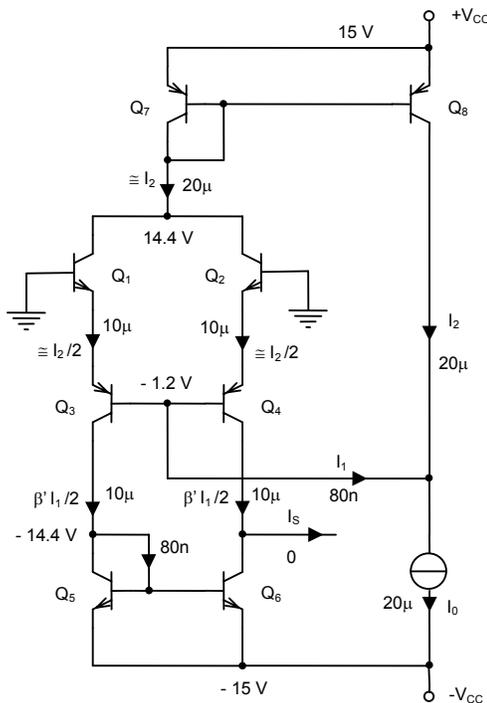
$$S_{\beta}^{I_{C_3}} \cong \frac{1}{\beta + 1} \text{ car } \frac{dI_{C_3}}{I_{C_3}} \cong \frac{d\beta}{\beta} - \frac{d\beta}{\beta + 1} = \frac{1}{\beta + 1} \frac{d\beta}{\beta}.$$

Dans le cas d'un circuit de polarisation réduit à la source  $I_0$  alimentant de point commun des bases de  $Q_3$  et  $Q_4$ , la sensibilité s'écrit

$$I_{C_3} = I_{C_4} = \beta \frac{I_0}{2} \Rightarrow S_{\beta}^{I_{C_3}} = 1 \text{ (sensibilité } \beta + 1 \text{ plus importante que précédemment).}$$

Le circuit de polarisation proposé permet donc d'alimenter l'étage différentiel par un courant constant ( $I_{C_3} = I_{C_4} \cong I_0/2$ ) dont la valeur n'est pratiquement pas fonction du gain  $\beta$  des PNP latéraux  $Q_3$  et  $Q_4$ , gain relativement difficile contrôlable à la fabrication.

5. Evaluation des courants et potentiels de noeuds

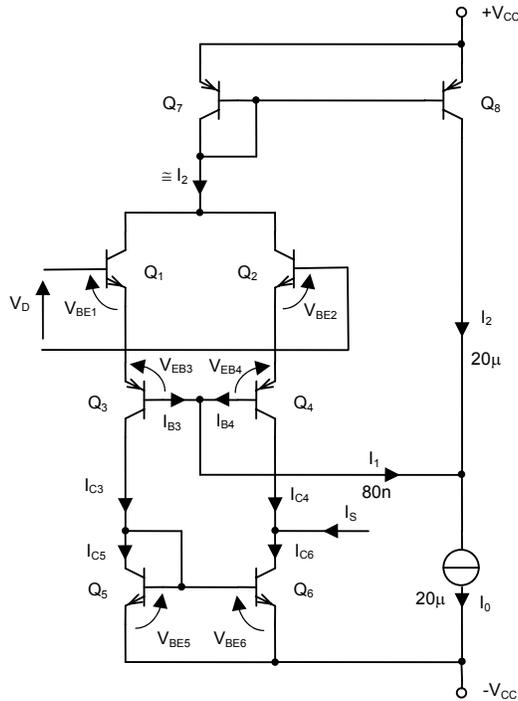


circuit de polarisation simple

Remarquons que le nœud de sortie n'est pas connecté à l'étage suivant (à vide). Pour obtenir une polarisation équilibrée de l'étage différentiel, le potentiel de ce nœud doit être à -14.4 V et laisser fuir vers l'étage suivant un courant de 80 nA (symétrisation du schéma).

6. Expressions des transferts

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_1 \equiv Q_2 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_{E_1} \cong (\beta + 1) I_{BS} e^{\frac{V_{BE_1}}{U_T}} \\ I_{E_2} \cong (\beta + 1) I_{BS} e^{\frac{V_{BE_2}}{U_T}} \end{array} \right. \\ \\ Q_3 \equiv Q_4 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_{E_3} \cong (\beta + 1) I'_{BS} e^{\frac{V_{EB_3}}{U_T}} \\ I_{E_4} \cong (\beta + 1) I'_{BS} e^{\frac{V_{EB_4}}{U_T}} \end{array} \right. \quad \text{(technologie)} \\ \\ Q_5 \equiv Q_6 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_{C_5} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_5}}{U_T}} \\ I_{C_6} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_6}}{U_T}} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} V_D = V_{BE_1} + V_{EB_3} - V_{EB_4} - V_{BE_2} \\ I_{E_1} = I_{E_3} \\ I_{E_2} = I_{E_4} \\ I_0 \cong I_{C_3} + I_{C_4} \\ V_{BE_5} = V_{BE_6} \\ I_{C_3} \cong I_{C_5} \\ I_S = I_{C_4} - I_{C_6} \end{array} \right. \quad \text{(circuit)}$$

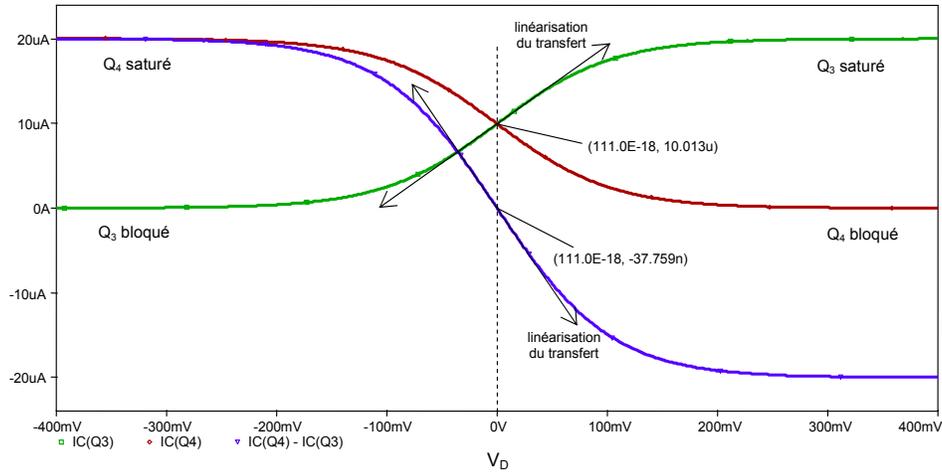


A partir des quatre premières équations du circuit, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{E_1} = I_{E_3} \\ I_{E_2} = I_{E_4} \\ V_D \cong U_T \left( \ln \frac{I_{E_1}}{I_{E_2}} + \ln \frac{I_{E_3}}{I_{E_4}} \right) \\ I_0 \cong I_{C_3} + I_{C_4} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{I_{E_3}}{I_{E_4}} = \frac{I_{C_3}}{I_{C_4}} \cong e^{\frac{V_D}{2U_T}} \\ I_0 \cong I_{C_3} + I_{C_4} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_{C_3} \cong \frac{I_0}{1 + e^{-\frac{V_D}{2U_T}}} \\ I_{C_4} \cong \frac{I_0}{1 + e^{\frac{V_D}{2U_T}}} \end{array} \right.$$

et à l'aide des trois dernières

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{C_5} = I_{C_6} \\ I_S \cong I_{C_4} - I_{C_6} \end{array} \right. \Rightarrow I_S \cong \frac{I_0}{1 + e^{\frac{V_D}{2U_T}}} - \frac{I_0}{1 + e^{-\frac{V_D}{2U_T}}} = -I_0 \operatorname{th} \frac{V_D}{4U_T} \quad \text{avec } I_0 = 20 \mu A$$



7. Expression du transfert

Pour une faible valeur de  $V_D$  par rapport à la masse,

$$th \frac{V_D}{4U_T} \cong \frac{V_D}{4U_T} \text{ et } I_S \cong -I_0 \frac{V_D}{4U_T}, \text{ d'où le transfert } Y_t = \frac{I_S}{V_D} \cong -\frac{I_0}{4U_T}.$$

Cette expression correspond à la conductance de transfert de l'étage court-circuité en sortie (adaptation en courant réalisée) dans une étude dynamique aux faibles signaux. Dans ces conditions de charge,  $i_s = Y_t v_d$  représente la source équivalente de Norton du montage et sa résistance de dipôle est  $z_s = r_{ce_6}$  telle que  $z_s \gg R_{ch}$  avec  $r_{ce_3} = r_{ce_4} = \infty$ .

Etude du régime dynamique (faibles signaux)

8. Paramètres des modèles

$$r_{be} = \frac{U_T}{I_{C_o}} \beta, r_{ce} \cong \frac{V_A}{I_{C_o}} \text{ d'où } r_{be_{1,2,3,4,5,6}} = r_{be} \cong 625 \text{ k}\Omega, r_{ce_{1,2,3,4}} = \infty, r_{ce_{5,6}} \cong 10 \text{ M}\Omega,$$

$$r_{be_{7,8,9}} \cong 312.5 \text{ k}\Omega, r_{ce_{7,8}} \cong 2.5 \text{ M}\Omega, r_{ce_9} \cong 5 \text{ M}\Omega.$$

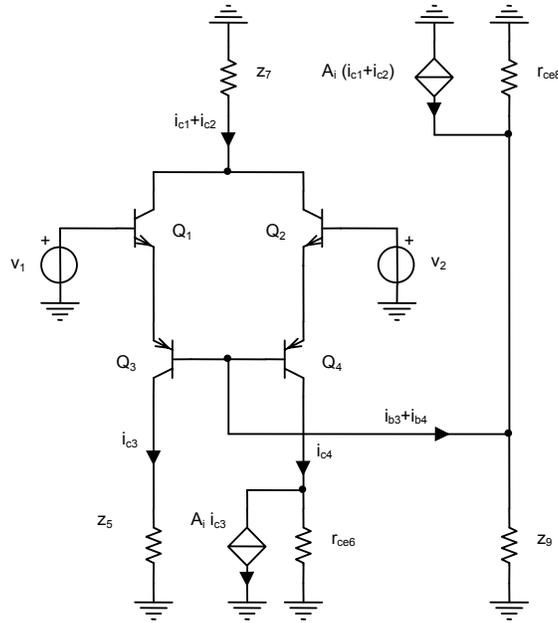
9. Schéma et éléments dynamiques demandés

$$\text{La source de Widlar } Q_9 - Q_{10} \text{ est équivalente à une résistance } z_9 \cong r_{ce_9} \left( 1 + \frac{\beta R_2}{R_2 + r_{be_9}} \right) \cong 22.9 \text{ M}\Omega.$$

Le miroir de courant est équivalent à un quadripôle de transfert en courant dont les paramètres valent  $z_e = \frac{r_{be}}{\beta + 2}$ ,  $z_s = r_{ce}$ ,  $A_i = \frac{\beta}{\beta + 2}$ .

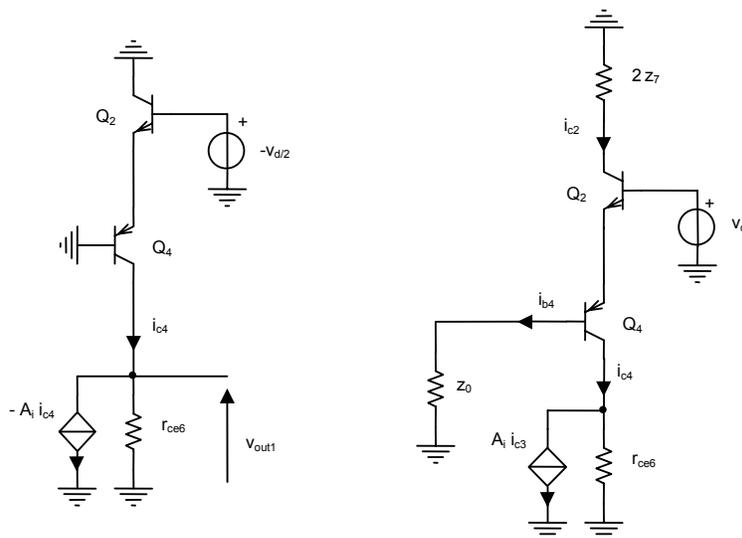
Pour le miroir  $Q_5 - Q_6$ ,  $z_5 \cong 2480 \Omega$ ,  $z_6 = 10 \text{ M}\Omega$ .

Pour le miroir  $Q_7 - Q_8$ ,  $z_7 \cong 1240 \Omega$ ,  $z_8 = 2.5 \text{ M}\Omega$ .



Dans le régime différentiel, nous avons  $i_{c2} = -i_{c1}$  et  $i_{c4} = -i_{c3}$ . La résistance  $z_7$  est donc traversée par un courant nul et cette dernière disparaît du schéma. Le raisonnement est le même pour le courant traversant la résistance équivalente  $r_{ce8} // z_9$ .

Dans le régime de mode commun, nous avons  $i_{c1} = i_{c2} = i_{c3} = i_{c4}$ . La résistance  $z_7$  est traversée par un courant  $i_{c1} + i_{c2} = 2i_{c2}$  et le courant de collecteur de  $Q_2$  traverse une résistance équivalente  $2z_7$ . Par un même raisonnement, le courant traversant la résistance équivalente  $r_{ce8} // z_9$  est  $2i_{b4} + 2A_i i_{c4} = 2(1 + A_i \beta)i_{b4}$  et le courant de base de  $Q_4$  traverse une résistance équivalente  $z_0 = 2(1 + A_i \beta)(r_{ce8} // z_9) \cong 2\beta(r_{ce8} // z_9) \cong 1127 \text{ M}\Omega$ .

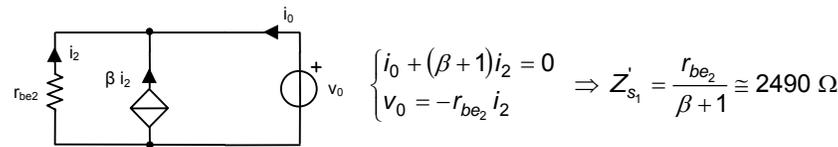
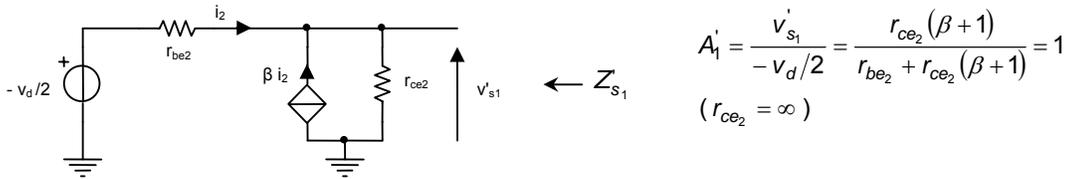


(voir annexe « Méthode de travail pour la caractérisation linéaire d'un étage différentiel »).

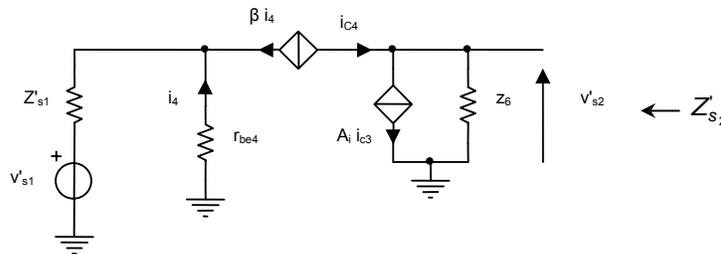
10. Caractérisation en régime différentiel

Première étape : calcul du gain en tension et de la résistance de sortie du circuit, l'attaque étant une source de tension  $-v_d/2$ .

Etage collecteur commun  $Q_2$



Etage base commune  $Q_4$



$$\begin{cases} v_{s1}' = -[r_{be4} + (\beta+1)Z_{s1}']i_4 \\ v_{s2}' = z_6(i_{c4} - A_i i_{c3}) \end{cases} \text{ avec } i_{c4} = -i_{c3} = -\beta i_4$$

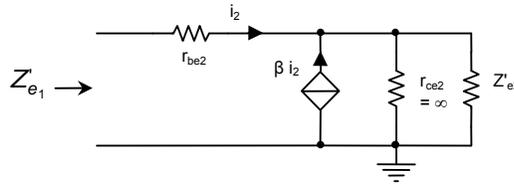
$$A_2' = \frac{v_{s2}'}{v_{s1}'} = \frac{2\beta z_6}{r_{be4} + (\beta+1)Z_{s1}'} \frac{\beta+1}{\beta+2} \cong \frac{2\beta z_6}{r_{be4} + r_{be2}} = \frac{\beta z_6}{r_{be}} = 4000, Z_{s2}' = z_6 = 4 M\Omega$$

Pour évaluer  $Z_{s2}'$ , les deux sources de tensions indépendantes à l'intérieur du dipôle sont éteintes ( $\pm v_d/2$ ). Pour le demi-schéma de droite représenté ici, la source  $v_{s1}' = A_1'(-v_d/2)$  étant égale à zéro, le courant  $i_4$  est inexistant et  $i_{c4} = 0$ . Un même raisonnement sur le demi-schéma de gauche conduit à  $i_{c3} = 0$ . Les sources liées  $\beta i_4$  et  $A_i i_{c3}$  ne débitant aucun courant, le courant  $i_0$ , produit par la source de tension  $v_0$  appliquée à l'entrée du dipôle, traverse intégralement la résistance  $z_6$ .

Deuxième étape : calcul de la résistance d'entrée

Le montage base commune présente la diode d'entrée de  $Q_4$  vue de son émetteur, soit

$$Z_{e2}' = \frac{r_{be4}}{\beta+1} \text{ et le collecteur commun } Z_{e1}' = r_{be2} + (\beta+1)\frac{r_{be4}}{\beta+1} = 2r_{be} \cong 1.25 M\Omega.$$



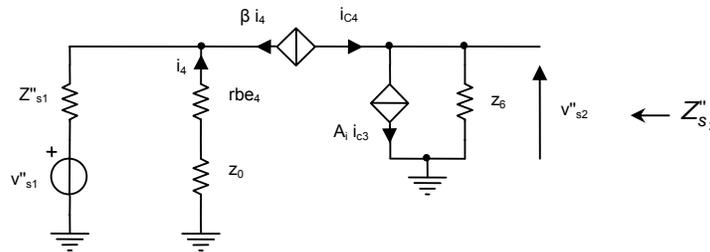
La résistance  $Z_{e_1}$  étant vue par la source de tension  $v_d/2$ , la résistance différentielle d'entrée vue par la source  $v_d$  est  $Z_d = 2Z'_{e_1} \cong 4r_{be} \cong 2.5\text{ M}\Omega$ .

11. Caractérisation du régime de mode commun

Première étape : calcul du gain en tension et de la résistance de sortie, l'attaque étant une source de tension  $v_c$ .

Pour l'étage collecteur commun, mêmes résultats avec les notations  $A_1'' = \frac{v_{s1}''}{v_c} (\cong A_1')$  et  $Z_{s1}'' \cong Z'_{s1}$ .

Pour l'étage pseudo-base commune



$$\begin{cases} v_{s1}'' = -[(\beta + 1)Z_{s1}'' + r_{be4} + Z_0]i_4 \\ v_{s1}'' = Z_6(i_{c4} - A_i i_{c3}) \end{cases} \text{ avec } i_{c3} = i_{c4} = -\beta i_4$$

$$A_2'' = \frac{v_{s2}''}{v_{s1}''} = \frac{\beta Z_6}{r_{be4} + (\beta + 1)Z_{s1}'' + Z_0} \frac{2}{\beta + 2} \cong \frac{2Z_6}{Z_0} \cong 17.7 \cdot 10^{-3}, \quad Z_{s2}'' = Z_6 = 10\text{ M}\Omega$$

Deuxième étape : calcul de la résistance d'entrée

Le schéma du montage base commune à charges réparties est modifié par la présence de la résistance  $z_0$  en série avec la résistance  $r_{be4}$ , ce qui conduit à remplacer  $r_{be4}$  par  $r_{be4} + z_0$  dans les expressions analytiques,

$$\text{soit } Z_{e2}'' = \frac{r_{be4} + Z_0}{\beta + 1} \text{ et } Z_{e1}'' = r_{be2} + (\beta + 1)Z_{e2}'' = 2r_{be} + Z_0.$$

La résistance de mode commun, vue par la source de tension  $v_c$  dans le contexte du demi-schéma, est donc  $Z_c = Z'_{e_1} \cong 1128\text{ M}\Omega$ , valeur surestimée par l'absence de  $r_{ce2}$ .

12. Taux de réjection de mode commun

Les gains de transfert en tension valent

$$A_d = \frac{v_{s_2}'}{v_d} = -\frac{A_1' A_2'}{2} = -\frac{\beta z_6}{2 r_{be}} = -2000, \quad A_c = \frac{v_{s_2}''}{v_c} = A_1'' A_2'' = \frac{2 z_6}{z_0} \cong 17.7 \cdot 10^{-3}.$$

La tension obtenue en fin de chaîne est la somme des tensions de sortie à vide issues des deux régimes (théorème de superposition), soit  $v_{s_2} = v_{s_2}' + v_{s_2}'' = A_d v_d + A_c v_c$  et la qualité de l'amplification différentielle par rapport à l'amplification du mode commun est exprimée par la valeur du taux de réjection de mode commun  $T_{RMC} = \left| \frac{A_d}{A_c} \right| \cong 112700$ , soit environ 100 dB.

13. Conductance de transfert

En considérant le régime purement différentiel, l'amplificateur a été représenté sous la forme d'un dipôle de Thévenin de tension  $v_{s_2}' = A_d v_d$  et de résistance  $z_6$ . La transformation Thévenin Norton conduit à

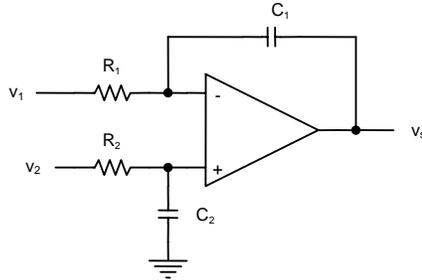
$$i_s = \frac{v_{s_2}'}{z_6} = \frac{A_d v_d}{z_6} = -\frac{\beta}{2 r_{be}} v_d \Rightarrow Y_t = \frac{i_s}{v_d} = \frac{A_d v_d}{z_6} = -\frac{\beta}{2 r_{be}}.$$

$$\text{Or } r_{be} = \frac{U_T}{I_{C_{a_0}}} \beta = \frac{2 U_T}{I_0} \beta \Rightarrow Y_t = -\frac{I_0}{4 U_T}.$$

L'expression de la conductance de transfert est retrouvée. L'étude dynamique fournit les performances de l'étage en régime linéaire (gain différentiel, taux de réjection de mode commun, résistances d'entrée et de sortie, bande passante) et l'étude pseudo-continue montre l'excursion maximale de la tension différentielle d'entrée à ne pas dépasser afin de satisfaire un certain niveau de distorsion de la tension de sortie.

### Intégrateur de tension différentielle

L'étude proposée concerne le montage de la figure ci-dessous au sein duquel l'amplificateur de tension, supposé idéal ( $A_V = \infty, Z_E = \infty, Z_S = 0$ ), fonctionne en régime linéaire.



1. Ecrivez l'expression de la tension de sortie  $v_s$  en fonction de  $v_1$  et  $v_2$ .
2. Si  $R_1 = R_2 = R$  et  $C_1 = C_2 = C$ , concluez sur la fonction du montage.

### Corrigé

1. Expression de la tension de sortie

$$\left\{ \begin{array}{l} V^+(p) = \frac{1}{R_2 + \frac{1}{C_2 p}} V_2(p) \\ V^+(p) = V^-(p) \\ V^-(p) = \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{C_1 p}} V_s(p) + \frac{\frac{1}{C_1 p}}{R_1 + \frac{1}{C_1 p}} V_1(p) \end{array} \right. \Rightarrow \frac{1}{R_2 C_2 p + 1} V_2(p) = \frac{1}{R_1 C_1 p + 1} V_s(p) + \frac{R_1 C_1 p}{R_1 C_1 p + 1} V_1(p)$$

$$\text{d'où } V_s(p) = -\frac{1}{R_1 C_1 p} V_1(p) + \frac{1}{R_1 C_1 p} \frac{R_1 C_1 p + 1}{R_2 C_2 p + 1} V_2(p)$$

2. Fonction du montage

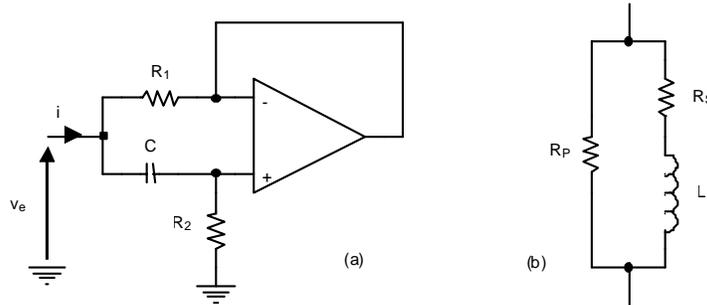
$$\text{Si } R_1 = R_2 = R \text{ et } C_1 = C_2 = C, V_s(p) = -\frac{1}{RCp} [V_1(p) - V_2(p)]$$

Il s'agit d'un intégrateur de tension différentielle d'expression  $v_s(t) = -\frac{1}{RC} \int [v_1(t) - v_2(t)] dt$ .

### Convertisseurs d'impédance

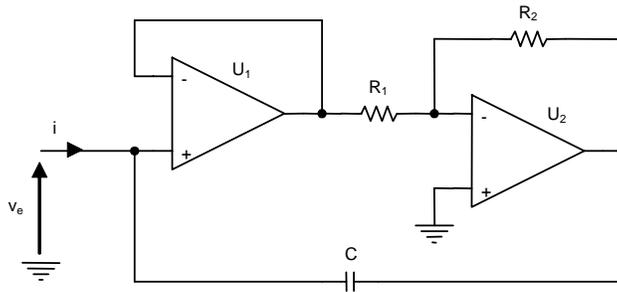
Les circuits proposés sont capables de simuler des selfs et des capacités. Les amplificateurs de tension utilisés, supposés idéaux ( $A_V = \infty, Z_E = \infty, Z_S = 0$ ), fonctionnent en régime linéaire.

La première étude concerne un circuit simulateur d'inductance.



1. Ecrivez l'expression de l'impédance d'entrée  $Z_e(p) = \frac{V_e(p)}{I(p)}$  du montage de la figure a.
2. Ecrivez l'expression de l'impédance du montage b telle que  $R_p \gg R_s$ .
3. Identifiez  $L, R_s, R_p$  en fonction de  $R_1, R_2, C$ .

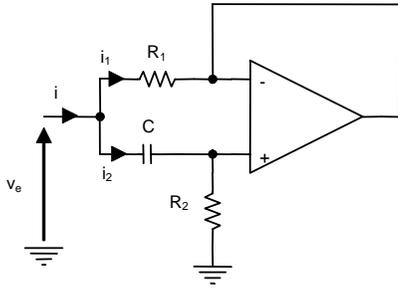
Cette étude concerne un circuit simulateur de capacité.



4. Ecrivez l'expression de l'impédance d'entrée  $Z_e(p) = \frac{V_e(p)}{I(p)}$  du montage.
5. Interprétez ce résultat.

## Corrigé

### 1. Expression de l'impédance d'entrée



$$\begin{cases} I(p) = I_1(p) + I_2(p) \\ I_1(p) = \frac{V_e(p) - V^-(p)}{R_1} \\ I_2(p) = [V_e(p) - V^+(p)]Cp \\ V^+(p) = V^-(p) = \frac{R_2}{R_2 + \frac{1}{Cp}} V_e(p) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I(p) = [V_e(p) - V^+(p)] \left( \frac{1}{R_1} + Cp \right) \\ V^+(p) = \frac{R_2 Cp}{1 + R_2 Cp} V_e(p) \end{cases} \Rightarrow I(p) = \frac{1}{R_1} \frac{1 + R_1 Cp}{1 + R_2 Cp} V_e(p) \text{ d'où } Z_e(p) = \frac{V_e(p)}{I(p)} = R_1 \frac{1 + R_2 Cp}{1 + R_1 Cp}$$

### 2. Expression de l'impédance du montage b

$$Z(p) = \frac{R_p(R_s + Lp)}{R_p + R_s + Lp} = \frac{R_p R_s}{R_p + R_s} \frac{1 + \frac{L}{R_s} p}{1 + \frac{L}{R_p + R_s} p} \cong R_s \frac{1 + \frac{L}{R_s} p}{1 + \frac{L}{R_p} p} \text{ car } R_p \gg R_s.$$

### 3. Identification

$$Z_e(p) \cong Z(p) \Rightarrow R_1 = R_s, R_2 C = \frac{L}{R_s}, R_1 C = \frac{L}{R_p} \text{ d'où } \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_p}{R_s} \text{ et } R_p = R_2, L = R_1 R_2 C.$$

### 4. Expression de l'impédance d'entrée

L'amplificateur  $U_1$ , monté en suiveur, recopie la tension  $V_e(p)$  à sa sortie. L'amplificateur  $U_2$ , monté en inverseur, fournit la tension de sortie  $V_s(p) = -\frac{R_2}{R_1} V_e(p)$ . La loi d'Ohm aux bornes du condensateur s'écrit alors

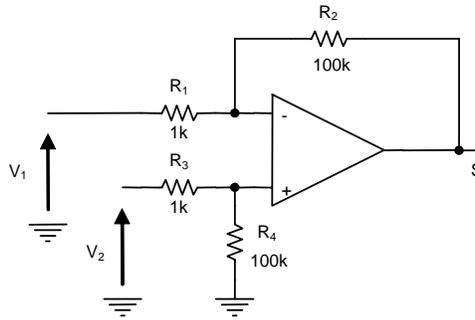
$$I(p) = [V_e(p) - V_s(p)]Cp \Rightarrow Z_e(p) = \frac{V_e(p)}{I(p)} = \frac{1}{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)Cp}$$

### 5. Interprétation

Le montage effectue une multiplication de la capacité  $C$  telle que  $C_{eq} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)C$ .

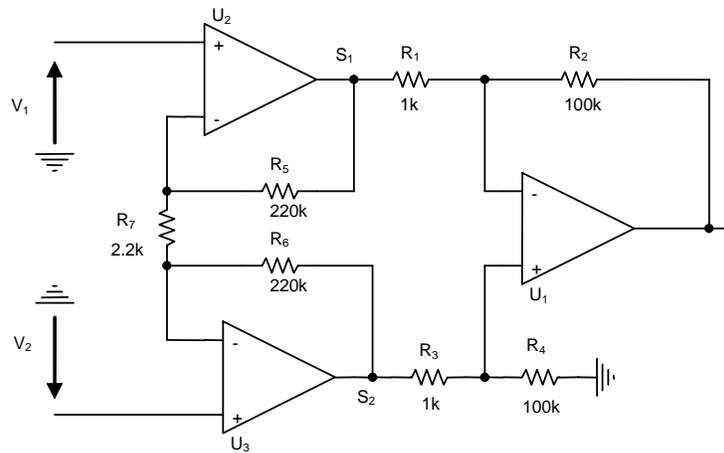
### Amplificateur d'instrumentation amélioré

L'étude proposée concerne le montage de la figure ci-dessous dans lequel l'amplificateur de tension est supposé idéal.



1. Donnez l'expression de la tension de sortie en fonction des tensions d'entrée.
2. Ecrivez la condition que doivent satisfaire les résistances pour que ce montage soit un étage différentiel.
3. Donnez les expressions des résistances d'entrée et déduisez la condition sur les résistances du circuit pour que ces résistances d'entrée soient à peu près égales.
4. Si les résistances du circuit sont prises dans la série à 1%, évaluez le  $T_{RMC}$  pour le pire cas.

Un étage différentiel ( $U_1, U_2$ ) est placé à l'entrée du montage précédent, comme le montre la figure ci-dessous.



5. Donnez l'expression du  $T_{RMC}$  du premier étage et discutez de la dispersion des composants.
6. Donnez l'expression du  $T_{RMC}$  du montage complet.
7. Comparez les performances ce montage à celui du problème précédent.

## Corrigé

1. Expression de la tension de sortie

$$v_S = -\frac{R_2}{R_1}v_1 + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_4}{R_3 + R_4}v_2$$

2. Condition pour avoir un étage différentiel

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \Rightarrow A_d = \frac{v_S}{v_1 - v_2} = -\frac{R_2}{R_1}$$

3. Expressions des impédances d'entrée

$$Z_{E_1} = \frac{R_1}{1 - \frac{v_2}{v_1} \frac{R_4}{R_3 + R_4}} \cong \frac{R_1}{R_3} (R_3 + R_4) \quad \text{et} \quad Z_{E_2} = R_3 + R_4$$

En effet, la tension différentielle  $v_1 - v_2$  étant très faible,  $v_1 \cong v_2$ . On a donc intérêt à prendre  $R_1 = R_3$  pour égaliser les impédances d'entrée. Cette condition entraîne  $R_2 = R_4$  qui correspond aussi à la compensation d'offset en sortie ( $R_1 // R_2 = R_3 // R_4$ ).

4. Expression du taux de réjection de mode commun

$$\text{Posons } K = \frac{R_1}{R_2} \text{ et } K' = \frac{R_3}{R_4} \Rightarrow v_S = -\frac{1}{K(1+K')} [v_1(1+K') - v_2(1+K)]$$

$$\text{Or } v_1 = \frac{v_1 - v_2}{2} + \frac{v_1 + v_2}{2}, \quad v_2 = -\frac{v_1 - v_2}{2} + \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$\Rightarrow v_S = -\frac{1}{K(1+K')} \left[ \frac{2+K+K'}{2} (v_1 - v_2) - (K-K') \frac{v_1 + v_2}{2} \right]$$

En considérant des résistances de même dispersion autour de la valeur nominale, le calcul d'erreur donne

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_2}{R_2} = \frac{\Delta K'}{K'} = 2 \frac{\Delta R}{R} \text{ avec comme pire cas } K = K_0 + \Delta K \text{ et } K' = K_0 - \Delta K.$$

L'amplificateur étant supposé parfait, on trouve ainsi un  $T_{RMC}$  produit uniquement par la dispersion des composants passifs :

$$T_{RMC} = \frac{2+K+K'}{2(K-K')} = \frac{\frac{1}{K_0} + 1}{2 \frac{\Delta K}{K_0}} \cong \frac{|A_d|}{4 \frac{\Delta R}{R}} \quad \text{en supposant que } |A_d| \gg 1, \text{ soit } T_{RMC} \cong 68 \text{ dB}.$$

Pour un amplificateur d'instrumentation, il est nécessaire de choisir un composant actif à très bon  $T_{RMC}$ . Cependant, le  $T_{RMC}$  minimal calculé démontre l'utilisation de résistances ultra précises, mais les valeurs des impédances d'entrée restent faibles.

Si un amplificateur présentant un  $T_{RMC}$  de 80 dB est utilisé, l'erreur additionnelle sera de 1% pour un gain différentiel de 100 ( $A_c = 10^{-2}$ ). La tolérances des résistances étant ici de 1%, l'erreur totale de mode commun est donc de 5%.

5. Expression du taux de réjection de mode commun du premier étage

$$\begin{cases} v_{S_1} = \frac{R_5}{R_7}(v_1 - v_2) + v_1 \\ v_{S_2} = -\frac{R_6}{R_7}(v_1 - v_2) + v_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{S_1} - v_{S_2} = \left(1 + \frac{R_5 + R_6}{R_7}\right)(v_1 - v_2) \\ v_{S_1} + v_{S_2} = \frac{R_5 - R_6}{R_7}(v_1 - v_2) + (v_1 + v_2) \end{cases}$$

$$A_d = \frac{v_{S_1} - v_{S_2}}{v_1 - v_2} = 1 + \frac{R_5 + R_6}{R_7} \quad \text{et} \quad A_c = \frac{v_{S_1} + v_{S_2}}{v_1 + v_2} = 1 + \frac{R_5 - R_6}{R_7} \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} \cong 1$$

La tension différentielle étant très faible devant celle du mode commun, ainsi que la différence entre les deux résistances, la dispersion des résistances joue très peu.

$$T_{RMC} = 1 + \frac{R_5 + R_6}{R_7}$$

6. Expression du taux de réjection de mode commun du montage complet

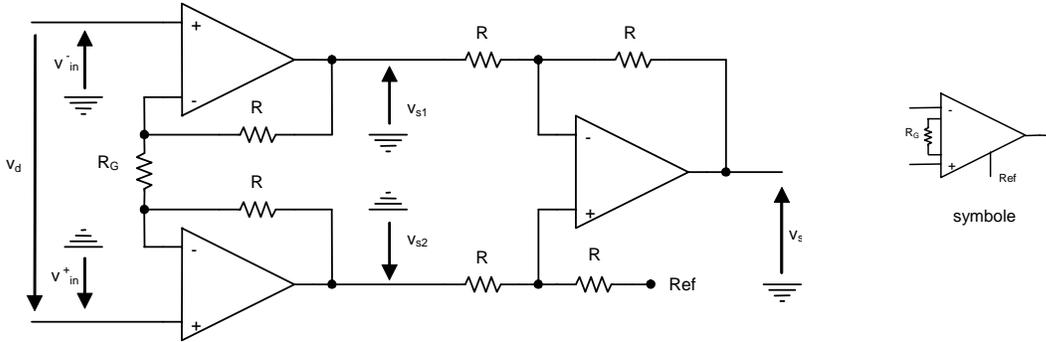
$$T_{RMC} = \frac{R_2}{R_1} \frac{\Delta R}{R} \left(1 + \frac{2R}{R_7}\right) \quad \text{avec} \quad R = R_5 = R_6$$

7. Performances

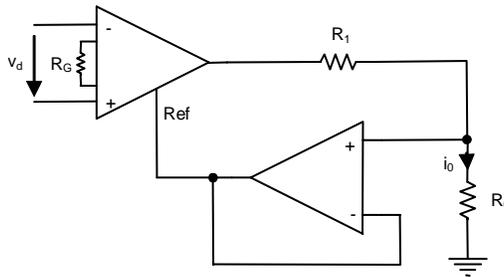
Cet amplificateur d'instrumentation présente des impédances d'entrée énormes, une impédance de sortie très faible (contre-réaction tension-tension sur  $U_2$  et  $U_3$ ) et un gain en tension qui peut être réglable par un potentiomètre en place de  $R_7$ . L'erreur de mode commun est nettement moindre que dans le premier montage différentiel.

### Amplificateur d'instrumentation (INA 114 de Burr-Brown)

Le constructeur Burr-Brown propose le circuit intégré représenté à la figure suivante (résistance  $R_G$  hors puce) dont le symbole est associé.



1. Ecrivez l'expression de la tension de sortie  $v_s$  en fonction de  $v_d$  et  $v_{ref}$ .



2. Ecrivez l'expression du courant de sortie  $i_0$  en fonction de  $v_d$  et concluez sur la fonction du montage.

### Corrigé

1. Expression de la tension de sortie

$$\begin{cases} v_{s1} = \frac{R}{R_G}(v_{in}^- - v_{in}^+) + v_{in}^- \\ v_{s2} = -\frac{R}{R_G}(v_{in}^- - v_{in}^+) + v_{in}^+ \end{cases} \quad v_s = -v_{s1} + v_{s2} + v_{ref} \Rightarrow v_s = \left(1 + \frac{2R}{R_G}\right) v_d + v_{ref}$$

2. Expression du courant de sortie

$$\begin{cases} v_{ref} = R_0 i_0 \\ R_0 i_0 = \frac{R_0}{R_0 + R_1} v_s \end{cases} \Rightarrow i_0 = \left(1 + \frac{2R}{R_G}\right) \frac{v_d}{R_1}$$

Il s'agit d'un convertisseur tension différentielle / courant (conductance de transfert) d'expression

$$Y_t = \left(1 + \frac{2R}{R_G}\right) \frac{1}{R_1}$$

### Amplificateurs logarithmique et exponentiel (antilogarithmique)

L'étude proposée concerne les circuits présentés ci-dessous. Tous les transistors sont supposés technologiquement identiques et leurs courants de base négligeables ( $\beta$  très grand,  $V_A = \infty$ ). Les amplificateurs de tension sont supposés idéaux.

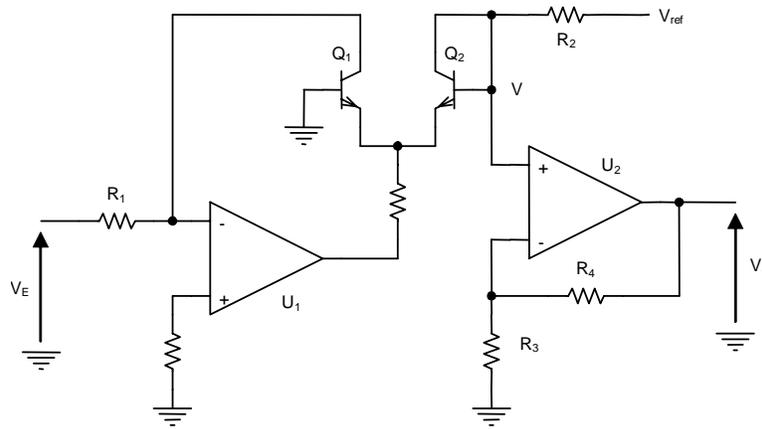


Figure 1

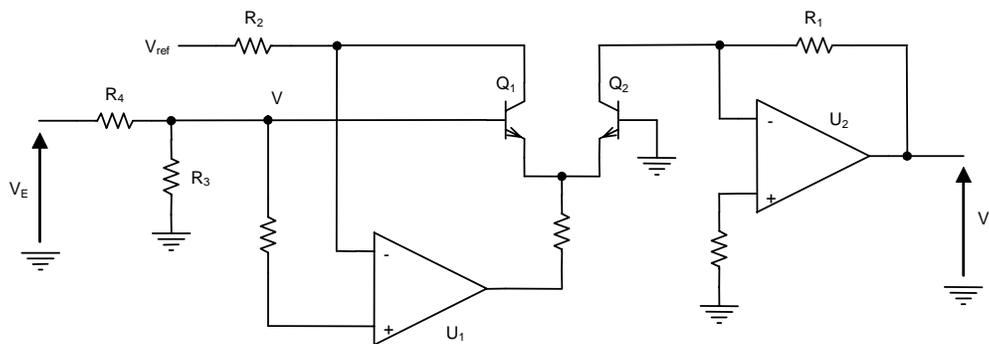


Figure 2

Etude en régime pseudo-continu

1. Ecrivez la relation  $V_S(V_E)$  pour les deux montages, en constatant que  $V_{ref} \gg V$ .
2. Concluez sur le type d'amplificateur et précisez les avantages et défauts.

## Corrigé

### 1. Expression de $V_S(V_E)$

Modèles mathématiques de JBT appariés :

$$I_{C_i} = \beta I_{B_i} = \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_i}}{U_T}} \left( 1 + \frac{V_{CE_i}}{V_A} \right) \text{ avec } V_A \text{ tension d'Early.}$$

En considérant  $V_A = \infty$ , on a : (ici,  $V_{CB} = 0 \Rightarrow V_{CE} = V_{BE} \ll V_A$ )

$$Q_1 \equiv Q_2 \rightarrow I_{BS_1} = I_{BS_2} = I_{BS}, \beta_1 = \beta_2 = \beta \Rightarrow \begin{cases} I_{C_1} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_1}}{U_T}} \\ I_{C_2} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_2}}{U_T}} \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} V_{BE_1} \cong U_T \text{Ln} \frac{I_{C_1}}{\beta I_{BS}} \\ V_{BE_2} \cong U_T \text{Ln} \frac{I_{C_2}}{\beta I_{BS}} \end{cases}$$

Equations du circuit de la figure 1 :

$$\begin{cases} V = V_{BE_2} - V_{BE_1} \text{ (tension différentielle très faible devant } V_{ref}) \\ V_{ref} = R_2(I_{B_2} + I_{C_2}) + V \cong R_2 I_{C_2} + V \text{ (}\beta \text{ grand)} \\ V_E = R_1 I_{C_1} \text{ (} V^+ = V^- = 0 \text{ pour } U_1) \\ V_S = \left( 1 + \frac{R_4}{R_3} \right) V \text{ (} V^+ = V^- = V \text{ pour } U_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_{C_2} \cong \frac{V_{ref}}{R_2} \\ I_{C_1} = \frac{V_E}{R_1} \\ V_S = \left( 1 + \frac{R_4}{R_3} \right) U_T \text{Ln} \frac{I_{C_2}}{I_{C_1}} \end{cases}$$

$$\text{d'où } V_S \cong -U_T \left( 1 + \frac{R_4}{R_3} \right) \text{Ln} \left( \frac{R_2}{R_1 V_{ref}} V_E \right) \text{ (amplificateur logarithmique)}$$

Equations du circuit de la figure 2 :

$$\begin{cases} V = V_{BE_1} - V_{BE_2} \text{ (tension différentielle très faible devant } V_{ref}) \\ I_{C_1} = \frac{V_{ref} - V}{R_2} \text{ (} V^+ = V^- = V \text{ pour } U_1) \\ I_{C_2} = \frac{V_S}{R_1} \text{ (} V^+ = V^- = 0 \text{ pour } U_2) \\ V = \frac{R_3}{R_3 + R_4} V_E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_{C_1} \cong \frac{V_{ref}}{R_2} \text{ (} V_{ref} \gg V) \\ I_{C_2} = \frac{V_S}{R_1} \\ U_T \text{Ln} \frac{I_{C_1}}{I_{C_2}} = \frac{R_3}{R_3 + R_4} V_E \end{cases}$$

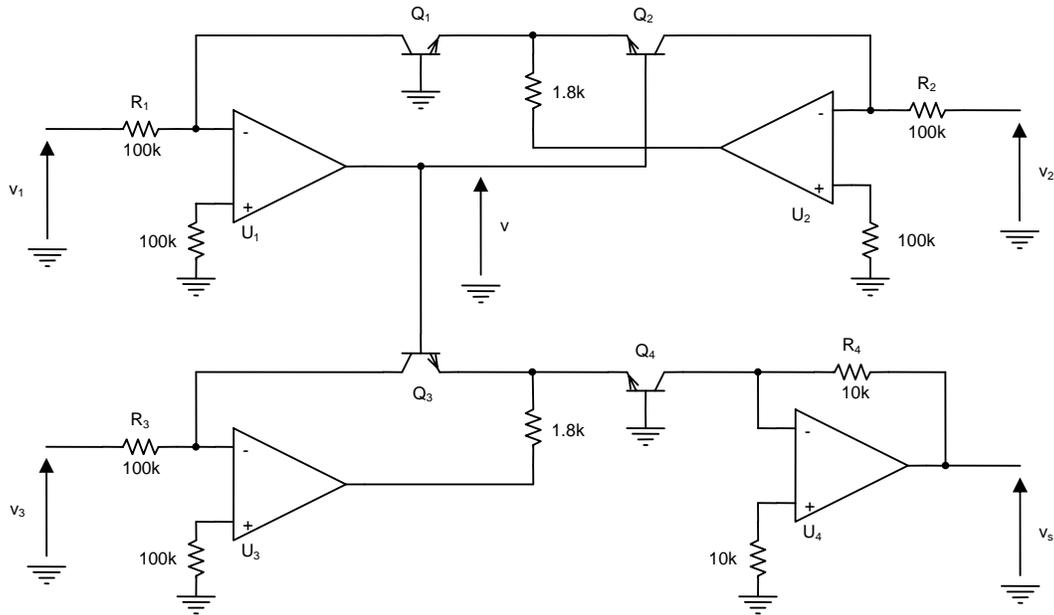
$$\text{d'où } V_S \cong \frac{R_1 V_{ref}}{R_2} e^{-\frac{1}{U_T} \frac{R_3}{R_3 + R_4} V_E} \text{ (amplificateur exponentiel)}$$

### 2. Conclusion

Les expressions trouvées sont indépendantes de  $I_{BS}$  grâce à la présence des deux transistors appariés. La dérive due à la température vient uniquement de la tension thermique  $U_T$ , ce qui pose problème.

### Multiplicateur / diviseur

L'étude proposée concerne le circuit de la figure ci-dessous. Tous les transistors sont supposés technologiquement identiques et leurs courants de base négligeables ( $\beta$  très grand,  $V_A = \infty$ ). Les amplificateurs de tension sont supposés idéaux.



Etude en régime pseudo-continu

1. Ecrivez la relation  $V_S(V_1, V_2, V_3)$ .
2. Expliquez le fonctionnement du montage.

## Corrigé

### 1. Expression de $V_S$

Pour le montage log, les équations sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{C_1} = \frac{V_1}{R_1} \\ I_{C_2} = \frac{V_2}{R_2} \\ V = V_{BE_2} - V_{BE_1} \end{array} \right. \quad \text{et } Q_1 \equiv Q_2 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_{C_1} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_1}}{U_T}} \\ I_{C_2} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_2}}{U_T}} \end{array} \right. \quad \text{d'où } V = -U_T \operatorname{Ln} \left( \frac{R_2}{R_1} \frac{V_1}{V_2} \right)$$

De même, pour le montage antilog :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{C_3} = \frac{V_3}{R_3} \\ I_{C_4} = \frac{V_S}{R_4} \\ V = V_{BE_3} - V_{BE_4} \end{array} \right. \quad \text{et } Q_3 \equiv Q_4 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_{C_3} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_3}}{U_T}} \\ I_{C_4} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_4}}{U_T}} \end{array} \right. \quad \text{d'où } V = U_T \operatorname{Ln} \left( \frac{R_4}{R_3} \frac{V_3}{V_S} \right)$$

$$\text{ce qui donne } V_S = \frac{R_2 R_4}{R_1 R_3} \frac{V_1 V_3}{V_2} = \frac{V_1 V_3}{10 V_2}$$

### 2. Fonctionnement du montage

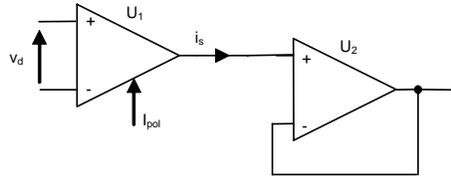
Ce multiplieur/diviseur un quadrant est basé sur un montage log ( $U_1, U_2$ ) pilotant un montage antilog ( $U_3, U_4$ ). Le générateur log en sortie de  $U_1$  commande la base de  $Q_3$  par une tension proportionnelle à  $\operatorname{Ln}(V_1/V_2)$ . Ce transistor additionne une tension proportionnelle à  $\operatorname{Ln}(V_3)$  et commande le transistor antilog  $Q_4$ . Le courant collecteur de  $Q_4$  est converti en une tension de sortie par  $U_4$  et  $R_4$  avec un facteur d'échelle défini par cette résistance en  $V_1 V_3 / (10 V_2)$  pour  $V_1, V_2, V_3 \geq 0$ .

$R_1, R_2, R_3, R_4$  sont des résistances de précision (< 1%) et la relation obtenue se vérifie pourvu que les transistors soient portés à la même température.

### Amplificateurs à conductance de transfert

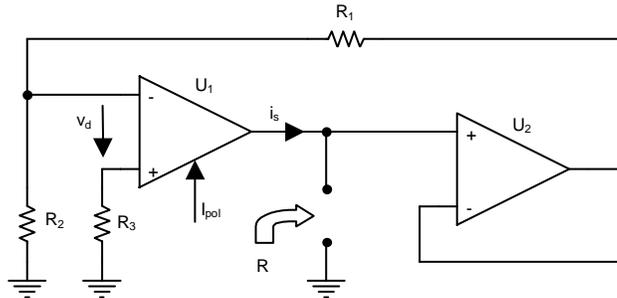
L'étude proposée concerne quelques applications des amplificateurs à conductance de transfert de type LM 13600 en régime linéaire (voir problème « Amplificateur à conductance de transfert LM 13600 »).

Au sein des figures qui suivent, l'amplificateur se représente par un amplificateur à transconductance, remarquable par la présence d'une flèche marquée  $I_{pol}$ , suivi d'un buffer mis sous la forme d'un amplificateur de tension monté en suiveur.



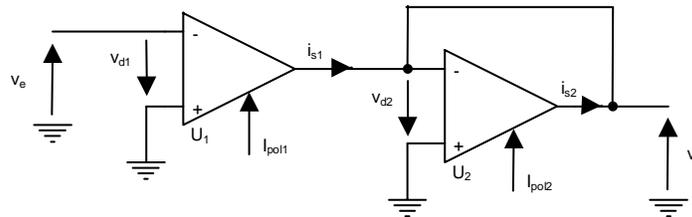
L'amplificateur à transconductance présente un transfert commandé par le courant  $I_{pol}$  défini par la relation  $Y_t = i_s / v_d = I_{pol} / 2U_T$  et des impédances d'entrée et de sortie idéales ( $Z_E = \infty, Z_S = \infty$ ). L'amplificateur de tension est supposé idéal ( $A_V = \infty, Z_E = \infty, Z_S = 0$ ).

#### Application 1



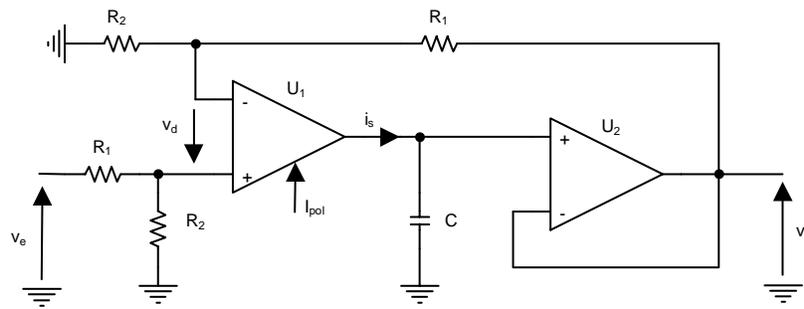
1. Ecrivez l'expression de la résistance équivalente  $R$ .
2. Commentez ce résultat.

#### Application 2



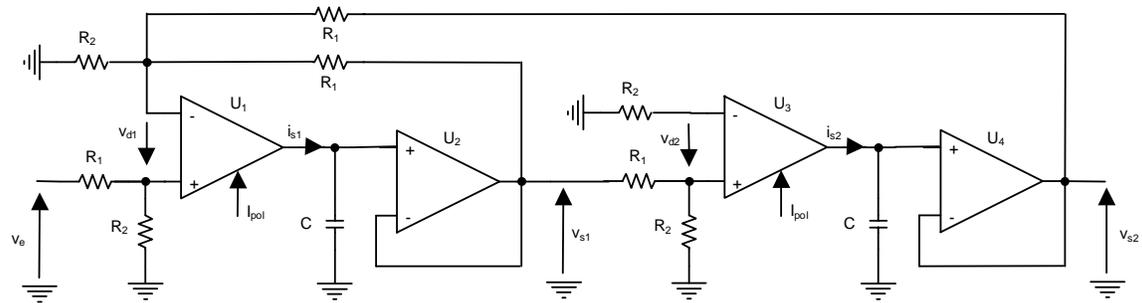
3. Ecrivez l'expression du gain en tension  $A_V = v_s / v_e$ .
4. Ecrivez l'expression de la résistance de sortie du montage.
5. Commentez les résultats obtenus.

Application 3



6. Ecrivez l'expression de la fonction de transfert  $H(p) = V_s(p)/V_e(p)$  et déduisez la pulsation de coupure.
7. Concluez sur le rôle de ce montage.

Application 4



8. Ecrivez les expressions des fonctions de transfert  $H_1(p) = V_{s1}(p)/V_e(p)$  et  $H_2(p) = V_{s2}(p)/V_e(p)$  dans le cas où  $R_1 \gg R_2$  et  $I_{pol1} = I_{pol2} = I_{pol}$ .
9. Identifiez les paramètres  $\zeta$  et  $\omega_n$ .
10. Concluez sur le rôle de ce montage.

## Corrigé

### Application 1

#### 1. Expression de la résistance équivalente

La résistance du dipôle est définie par  $R = \frac{V_0}{i_0}$  avec  $v_0$  tension appliquée à l'entrée du dipôle et recopiée en sortie du suiveur de tension  $U_2$ ,  $i_0$  courant entrant dans le dipôle tel que  $i_0 = -i_s$ .

$$i_s = Y_t V_d = \frac{I_{pol}}{2U_T} \left( 0 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_0 \right) \Rightarrow R = \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right) \frac{2U_T}{I_{pol}}$$

#### 2. Commentaire

La résistance est commandée par le courant  $I_{pol}$  et est influencée par la température ( $U_T$ ).

### Application 2

#### 3. Expression du gain en tension

$$\begin{cases} i_{s_1} = -Y_{t_1} V_e \\ i_{s_2} = -Y_{t_2} V_s \\ i_{s_1} + i_{s_2} = 0 \end{cases} \Rightarrow A_v = \frac{V_s}{V_e} = -\frac{Y_{t_1}}{Y_{t_2}} = -\frac{I_{pol_1}}{I_{pol_2}} \quad (\text{amplificateur inverseur de tension})$$

#### 4. Expression de la résistance de sortie

$R_s = \frac{V_s}{i_0}$  avec  $i_0 = -(i_{s_1} + i_{s_2})$  (courant entrant dans le dipôle) et  $v_e = 0$  (source éteinte à l'intérieur du dipôle), d'où  $R_s = \frac{1}{Y_{t_2}} = \frac{2U_T}{I_{pol}}$ .

#### 5. Commentaires

L'amplification de tension et la résistance de sortie sont réglables par les courants de commande  $I_{pol_1}$  et  $I_{pol_2}$  sans utiliser de composants passifs, exceptées les résistances de réglage des courants de commande. L'amplificateur peut varier continûment de  $0 < A_{v_{\min}} < 1 < A_{v_{\max}}$ .

### Application 3

#### 6. Expression de la fonction de transfert et de la pulsation de coupure

$$\begin{cases} I_s(p) = Y_t V_d(p) \\ V_d(p) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} [V_e(p) - V_s(p)] \\ I_s(p) = Cp V_s(p) \end{cases} \Rightarrow Cp V_s(p) = Y_t \frac{R_2}{R_1 + R_2} [V_e(p) - V_s(p)]$$

$$\text{d'où } \frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{1}{1 + \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \frac{C}{Y_t} p} \text{ de la forme } \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_c}} \text{ avec } \omega_c = \frac{I_{pol}}{2U_T \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) C}$$

## 7. Conclusion

Il s'agit d'un filtre passe-bas du premier ordre dont la fréquence de coupure est commandée par  $I_{pol}$ .

## Application 4

### 8. Expressions des fonctions de transfert

$$\begin{cases} I_{s_1}(p) = Y_{t_1} \left[ \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_e(p) - \frac{R_1 // R_2}{R_1 + R_1 // R_2} (V_{s_1}(p) + V_{s_2}(p)) \right] \\ I_{s_1}(p) = CpV_{s_1}(p) \\ I_{s_2}(p) = Y_{t_2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{s_1}(p) \\ I_{s_2}(p) = CpV_{s_2}(p) \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} Y_{t_1} = Y_{t_2} = Y_t \\ \frac{R_1 // R_2}{R_1 + R_1 // R_2} \cong \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cong \frac{R_2}{R_1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} pV_{s_1}(p) \cong \alpha [V_e(p) - V_{s_1}(p) - V_{s_2}(p)] \\ pV_{s_2}(p) \cong \alpha V_{s_1}(p) \end{cases} \text{ avec } \alpha = Y_t \frac{R_2}{R_1 C}$$

$$\text{d'où } H_1(p) = \frac{V_{s_1}(p)}{V_e(p)} \cong \frac{\frac{p}{\alpha}}{1 + \frac{p}{\alpha} + \frac{p^2}{\alpha^2}} \text{ et } H_2(p) = \frac{V_{s_2}(p)}{V_e(p)} \cong \frac{1}{1 + \frac{p}{\alpha} + \frac{p^2}{\alpha^2}}$$

### 9. Identification des paramètres

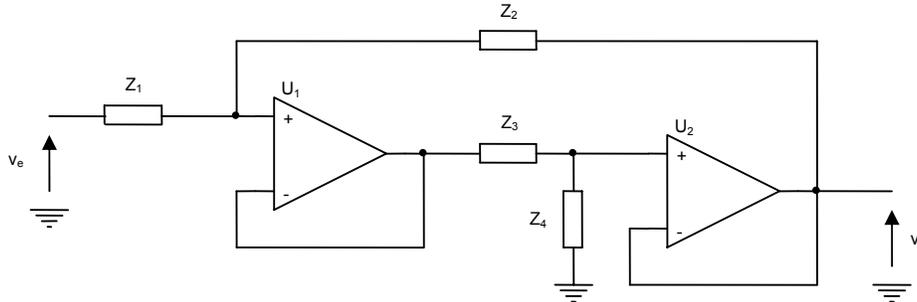
$$\text{Dénominateur de la forme } 1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2} \Rightarrow \omega_n \cong Y_t \frac{R_2}{R_1 C} \text{ et } \zeta \cong 0.5.$$

## 10. Conclusion

Il s'agit respectivement de filtres passe-bande et passe-bas du second ordre.

### Filtre passe-bas à deux suiveurs de tension

L'étude porte sur le circuit de la figure ci-dessous. Les amplificateurs de tension sont supposés idéaux.



1. Ecrivez l'expression de la fonction de transfert en tension  $H(p) = V_s(p)/V_e(p)$ .
2. A partir de la forme de l'expression trouvée, dites quels types de filtres du second ordre sont réalisables et précisez le type des composants.

Le but est, maintenant, de réaliser un filtre passe-bas de fréquence de coupure de 300 Hz à  $-3$  dB avec un coefficient de surtension  $\zeta = 1/\sqrt{2}$ .

3. Les condensateurs étant choisis à la valeur de 47 nF, évaluez les résistances du montage.
4. Ecrivez les expressions des sensibilités des paramètres  $\omega_n$  et  $\zeta$  en fonction des composants passifs. Pourquoi les valeurs des sensibilités sont-elles constantes ?
5. Si tous les composants sont choisis à la tolérance de 1%, donnez les variations relatives de ces paramètres dans le pire cas.

## Corrigé

### 1. Expression de la fonction de transfert

$$\begin{cases} V_{U_1}^+(p) = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} V_e(p) + \frac{Z_1(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} V_s(p) \\ V_s(p) = \frac{Z_4(p)}{Z_3(p) + Z_4(p)} V_{U_1}^+(p) \end{cases} \quad (U_1 \text{ et } U_2 \text{ montés en suiveur de tension})$$

$$\Rightarrow V_s(p) = \frac{Z_4(p)}{Z_3(p) + Z_4(p)} \frac{Z_2(p)V_e(p) + Z_1(p)V_s(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)}$$

$$\text{d'où } H(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{Z_2(p)Z_4(p)}{Z_1(p)Z_3(p) + Z_2(p)Z_3(p) + Z_2(p)Z_4(p)}$$

### 2. Types de filtres du second ordre

A la vue du schéma, si les éléments des ponts d'impédances  $Z_1(p) - Z_2(p)$  ou  $Z_3(p) - Z_4(p)$  sont de même nature (résistif ou capacitif), le transfert en tension est indépendant de la fréquence. Ces ponts doivent être de même topologie RC pour obtenir une fonction de transfert du second ordre, à savoir  $Z_1(p) - Z_3(p)$  des résistances et  $Z_2(p) - Z_4(p)$  des condensateurs ou l'inverse, sinon la fonction est du premier ordre.

Type	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$
Passe-bas	$R_1$	$1/C_2 p$	$R_3$	$1/C_4 p$
Passe-haut	$1/C_1 p$	$R_2$	$1/C_3 p$	$R_4$

### 3. Calcul des résistances

$$H(p) = \frac{1}{1 + R_3 C_4 p + R_1 R_3 C_2 C_4 p^2} \quad \text{de la forme } H(p) = H_0 \frac{1}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

$$\text{avec } H_0 = 1, \quad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_3 C_2 C_4}}, \quad \zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_3 C_4}{R_1 C_2}} \quad \text{et } \omega_c = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2 + \sqrt{(2\zeta^2 - 1)^2 + 1}}$$

Le conditionnement du problème demande de disposer d'autant d'équations que d'inconnues. Un bilan montre 3 équations ci-dessus ( $H_0$  connu) pour 7 inconnues  $R_1, C_2, R_3, C_4$  et  $\omega_n, \zeta, \omega_c$ . Il est donc nécessaire d'introduire 4 données afin d'évaluer tous les composants :

- 2 données issues du cahier des charges  $f_c = 300 \text{ Hz}$ ,  $\zeta = 1/\sqrt{2}$
- 2 données issues de valeurs de composants passifs prises de façon arbitraire, ici  $C_2 = C_4 = 47 \text{ nF}$ .

$$\text{La résolution du système linéaire conduit aux équations } f_c = f_n = \frac{1}{2\pi C_2 \sqrt{R_1 R_3}} \quad \text{et } R_3 = 2R_1,$$

donnant les valeurs  $R_1 \cong 8 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 \cong 16 \text{ k}\Omega$ .

4. Evaluation des sensibilités

$$\frac{d\omega_n}{\omega_n} = -\frac{1}{2} \left( \frac{dR_1}{R_1} + \frac{dR_3}{R_3} + \frac{dC_2}{C_2} + \frac{dC_4}{C_4} \right) \Rightarrow S_{R_1}^{\omega_n} = S_{R_3}^{\omega_n} = S_{C_2}^{\omega_n} = S_{C_4}^{\omega_n} = -0.5$$

$$\frac{d\zeta}{\zeta} = \frac{1}{2} \left( \frac{dR_3}{R_3} + \frac{dC_4}{C_4} - \frac{dR_1}{R_1} - \frac{dC_2}{C_2} \right) \Rightarrow S_{R_3}^{\zeta} = S_{C_4}^{\zeta} = -S_{R_1}^{\zeta} = -S_{C_2}^{\zeta} = 0.5$$

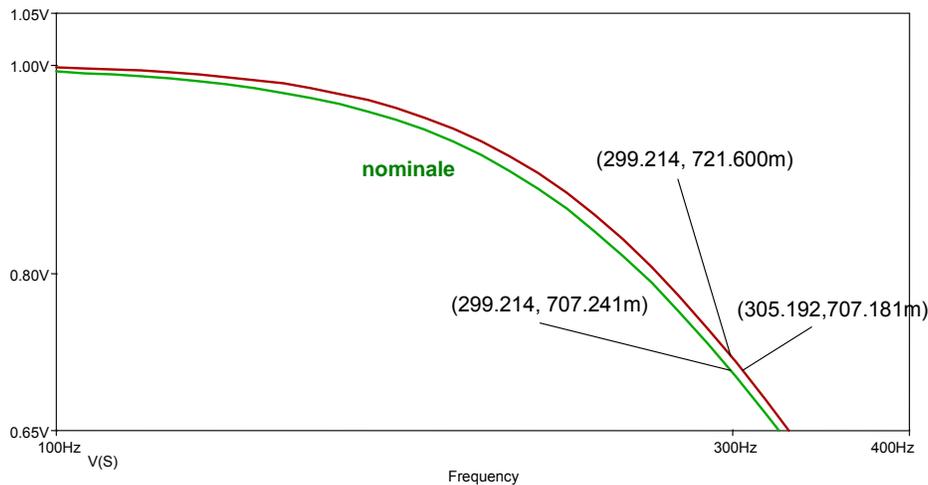
Les amplificateurs montés en suiveur isolent les cellules du premier ordre et il n’y a donc pas d’interaction entre elles.

5. Etude du pire-cas

Avec des tolérances de composants identiques ( $\Delta R/R = \Delta C/C = \pm 1\%$ ), les variations relatives sont les suivantes (approche linéaire) :

$$\frac{\Delta\omega_n}{\omega_n} = \frac{\Delta\zeta}{\zeta} = \frac{1}{2} \left( 2 \frac{\Delta R}{R} + 2 \frac{\Delta C}{C} \right) = \pm 2\%$$

La simulation du pire cas pour la valeur maximale [fonction MAX] au-dessus de la valeur nominale [direction Hi] donne les tracés suivants.



L'écart d'amplitude le plus important (valeur maximale), recherché dans l'intervalle 290-310 Hz, se situe à 302 Hz pour les valeurs minimales des composants passifs (valeur nominale diminuée de 1%). Les mesures donnent

- pour l'ordonnée - 3 dB (0.707),  $\frac{\Delta f_c}{f_c} \cong \frac{305.2 - 299.2}{299.2} \cong 0.02$  (fréquence de coupure)
- pour l'abscisse  $f_n \cong 299 \text{ Hz}$ ,  $|H'(jf_n)| \cong 0.722$ .

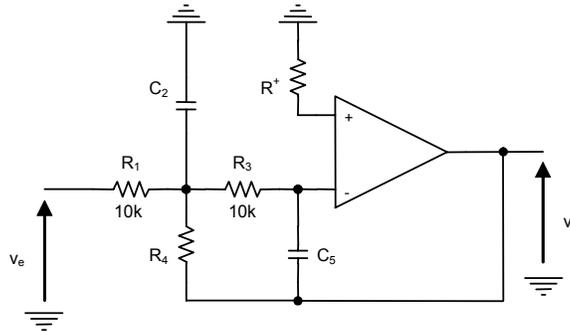
En théorie, les valeurs des composants variant de - 1 %,

$$\frac{d\zeta}{\zeta} = \frac{\zeta' - \zeta}{\zeta} = 0 \Rightarrow \zeta' = \zeta \text{ et } \frac{df_n}{f_n} = \frac{f_n' - f_n}{f_n} = -\frac{4}{2}(-1\%) = 2\% \Rightarrow f_n' = 1.02 f_n, \text{ d'où}$$

$$f_c' = f_n' \sqrt{1 - 2\zeta'^2 + \sqrt{(2\zeta'^2 - 1)^2 + 1}} \Rightarrow \frac{df_c}{f_c} = \frac{f_c' - f_c}{f_c} = 2\%, \quad |H'(jf_n)| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{f_n^2}{f_n'^2}\right)^2 + 4\zeta'^2 \frac{f_n^2}{f_n'^2}}} \cong 0.721$$

### Filtre passe-bas à contre-réaction multiple (structure de Rauch)

Le but du problème est de réaliser une cellule du second ordre à structure de Rauch, utilisant un amplificateur de tension parfait en régime linéaire. Les caractéristiques réelles sont celles d'un filtre passe-bas de gain unité, de coefficient d'amortissement  $\zeta = 0.5$  et de fréquence de coupure  $f_c$  à  $-3$  dB égale à 1 kHz.



1. Vérifiez par l'examen du comportement en fréquence du circuit qu'il s'agit bien d'un filtre passe-bas. Précisez le gain du filtre.
2. Ecrivez l'expression de la fonction de transfert  $H(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)}$  en fonction des composants passifs.
3. Identifiez les paramètres qui caractérisent le filtre (gain  $H_0$ , pulsation propre  $\omega_n$ , coefficient de surtension  $\zeta$ ).
4. Expliquez le fait que les valeurs de deux composants passifs soient données.
5. Évaluez les autres composants, y compris la résistance  $R^+$  qui permet de minimiser l'influence des courants de polarisation sur la composante continue de sortie des amplificateurs.
6. Évaluez le maximum  $K_{res}$  de la fonction de transfert et la fréquence de résonance  $f_{res}$  correspondante.
7. Écrivez les expressions des sensibilités des paramètres  $K = |H_0|$ ,  $\omega_n$  et  $\zeta$  en fonction des composants passifs.
8. Calculez les nouvelles valeurs de  $K$ ,  $K_{res}$ ,  $f_{res}$  et  $f_c$  à partir de l'évaluation des sensibilités, lorsque la résistance  $R_1$  augmente de 10 %. Faites de même pour  $R_3$ , puis pour  $R_4$ .

## Corrigé

### 1. Vérification du type de filtre

Aux très basses fréquences, les condensateurs sont assimilés à des circuits ouverts et aucun courant ne parcourt la résistance  $R_3$ . Le montage est alors un amplificateur inverseur de gain  $-R_4/R_1$ .

Aux très hautes fréquences, les condensateurs sont assimilés à des courts-circuits et l'entrée de l'amplificateur est amenée à la masse.

### 2. Ecriture de la fonction de transfert (voir cours « Filtrage analogique »)

$$H(p) = -\frac{\frac{1}{R_1} \frac{1}{R_3}}{C_5 p \left( \frac{1}{R_1} + C_2 p + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) + \frac{1}{R_3} \frac{1}{R_4}}$$

### 3. Identification des paramètres

$$H(p) = \frac{-\frac{R_4}{R_1}}{1 + \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) R_3 R_4 C_5 p + R_3 R_4 C_2 C_5 p^2} \quad \text{de la forme} \quad H(p) = H_0 \frac{1}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

$$\text{avec } H_0 = -\frac{R_4}{R_1} = -K, \quad \zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_3 R_4 C_5}{C_2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right)}, \quad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{R_3 R_4 C_2 C_5}}$$

$$\text{et } \omega_c = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2 + \sqrt{(2\zeta^2 - 1)^2 + 1}}$$

### 4. Présence de deux valeurs de composants

Le conditionnement du problème demande de disposer d'autant d'équations que d'inconnues. Un bilan montre quatre équations écrites précédemment pour neuf inconnues  $R_1, C_2, R_3, R_4, C_5$  et  $K, \omega_n, \zeta, \omega_c$ .

Il est donc nécessaire d'introduire 5 données afin d'évaluer tous les composants :

- 3 données issues du cahier des charges  
 $\omega_c = 2\pi 1000 \text{ rad/s}, \quad \zeta = 0.5, \quad K = 1,$
- 2 données issues de valeurs de composants passifs prises de façon arbitraire, ici  
 $R_1 = R_3 = 10 \text{ k}\Omega.$

### 5. Evaluation des composants du filtre

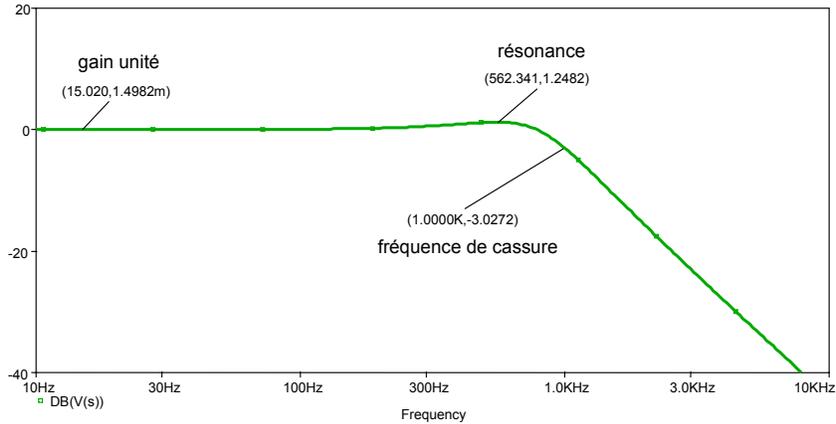
La résolution du système linéaire fournit les valeurs  $R_4 = 10 \text{ k}\Omega, \quad C_2 \cong 60.7 \text{ nF}, \quad C_5 \cong 6.75 \text{ nF}$  avec  $f_n \cong 786 \text{ Hz}$ .

Afin de minimiser l'influence des courants de polarisation sur la composante continue de sortie, il faut équilibrer les entrées par rapport à la masse. La source dynamique étant éteinte, les condensateurs assimilés à des circuits ouverts et le potentiel de sortie souhaité à la masse, alors la topologie montre que  $R^+ = R_3 + R_1 // R_4 = 15 \text{ k}\Omega$ .

6. Evaluation de  $K_{res}$  et  $f_{res}$  (voir cours « Filtrage analogique »)

$$f_{res} = f_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} \cong 556 \text{ Hz} \text{ et } K_{res_{dB}} = |H(j\omega_{res})|_{dB} = -20 \log(2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}) \cong 1.25 \text{ dB}$$

Simulation



7. Evaluation des sensibilités

$$K = \frac{R_4}{R_1} \Rightarrow \log K = \log R_4 - \log R_1 \Rightarrow \frac{dK}{K} = \frac{dR_4}{R_4} - \frac{dR_1}{R_1} \Rightarrow S_{R_4}^K = -S_{R_1}^K = 1$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{R_3 R_4 C_2 C_5}} \Rightarrow \frac{d\omega_n}{\omega_n} = -\frac{1}{2} \left( \frac{dR_3}{R_3} + \frac{dR_4}{R_4} + \frac{dC_2}{C_2} + \frac{dC_5}{C_5} \right) \Rightarrow S_{R_3}^{\omega_n} = S_{R_4}^{\omega_n} = S_{C_2}^{\omega_n} = S_{C_5}^{\omega_n} = -0.5$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_3 R_4 C_5}{C_2}} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) \Rightarrow$$

$$\frac{d\zeta}{\zeta} = \frac{1}{2} \frac{dC_5}{C_5} - \frac{1}{2} \frac{dC_2}{C_2} - \left( \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} \right) \frac{dR_1}{R_1} + \left( \frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} \right) \frac{dR_3}{R_3} + \left( \frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{R_4}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} \right) \frac{dR_4}{R_4}$$

$$\Rightarrow S_{C_5}^\zeta = -S_{C_2}^\zeta = 0.5, S_{R_1}^\zeta = -\frac{1}{3}, S_{R_3}^\zeta = S_{R_4}^\zeta = \frac{1}{6}.$$

9. Modification des performances

Pour une variation d'un composant passif donné, les nouvelles valeurs théoriques des fonctions

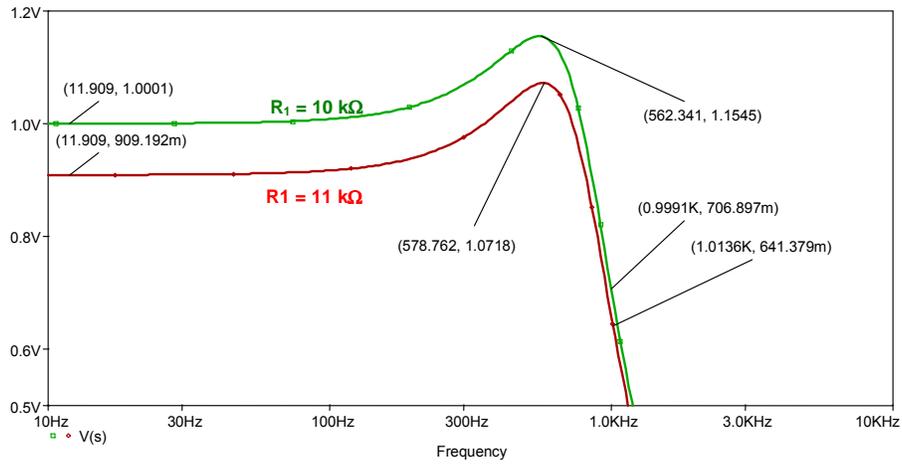
$$K_{res} = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}}, f_{res} = f_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} \text{ et } f_c = f_n \sqrt{1 - 2\zeta^2 + \sqrt{(2\zeta^2 - 1)^2 + 1}}$$

seront obtenues par la connaissance des nouveaux paramètres issus des sensibilités.

$$\frac{dK}{K} = \frac{K' - K}{K} \Rightarrow K' = \left( 1 + \frac{dK}{K} \right) K, \frac{d\zeta}{\zeta} = \frac{\zeta' - \zeta}{\zeta} \Rightarrow \zeta' = \left( 1 + \frac{d\zeta}{\zeta} \right) \zeta, \frac{df_n}{f_n} = \frac{f_n' - f_n}{f_n} \Rightarrow f_n' = \left( 1 + \frac{df_n}{f_n} \right) f_n$$

Pour une augmentation de 10 % de la résistance  $R_1$ , nous obtenons

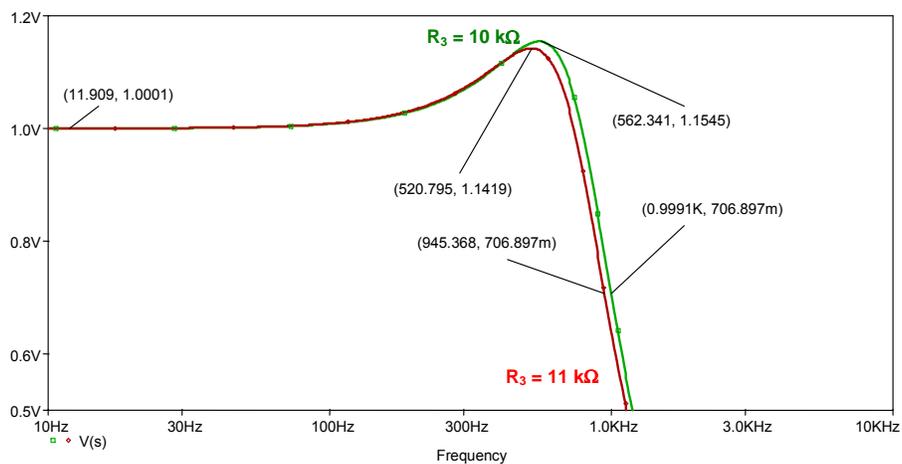
$$K' = \left(1 - \frac{dR_1}{R_1}\right) K = 0.9, \quad \zeta' = \left(1 - \frac{dR_1}{3R_1}\right) \zeta \cong 0.4833, \quad f'_n = f_n \cong 786 \text{ Hz}$$



$R_1 + 10\%$	$K$	$K_{res}$	$f_{res}$ (Hz)	$f_c$ (Hz)
théorie	0.9	1.082	574	1015
mesure	0.909	1.072	579	1014

Pour une augmentation de 10 % de la résistance  $R_3$ , nous obtenons

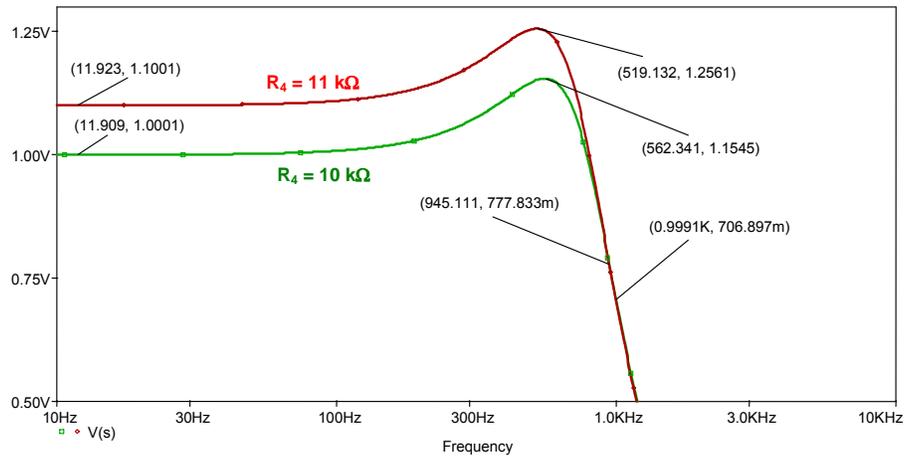
$$K' = K = 1, \quad \zeta' = \left(1 + \frac{dR_3}{6R_3}\right) \zeta \cong 0.5083, \quad f'_n = \left(1 - \frac{dR_3}{2R_3}\right) f_n \cong 747 \text{ Hz}$$



$R_3 + 10\%$	$K$	$K_{res}$	$f_{res}$ (Hz)	$f_c$ (Hz)
théorie	1	1.142	519	943
mesure	1	1.142	520	945

Pour une augmentation de 10 % de la résistance  $R_4$ , nous obtenons

$$K' = \left(1 + \frac{dR_4}{R_4}\right) K = 1.1, \quad \zeta' = \left(1 + \frac{dR_4}{6R_4}\right) \zeta \cong 0.5083, \quad f_n' = \left(1 - \frac{dR_4}{2R_4}\right) f_n \cong 747 \text{ Hz}$$



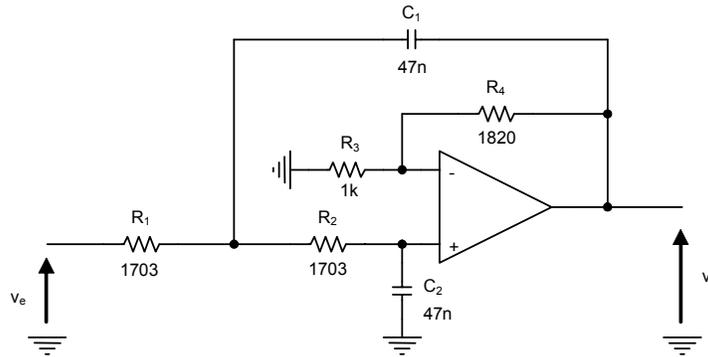
$R_4 + 10\%$	$K$	$K_{res}$	$f_{res}$ (Hz)	$f_c$ (Hz)
théorie	1.1	1.242	519	943
mesure	1.1	1.256	519	945

Rappelons que les valeurs théoriques sont issues d'une approche linéaire.

### Filtre passe-bas à source contrôlée (structure Sallen-Key)

Le but du problème est de comprendre la signification des facteurs de sensibilité sur le cas d'un filtre passe-bas du second ordre. L'emploi d'un simulateur de circuits électriques est nécessaire pour traiter la partie expérimentale.

Le réseau à source contrôlée avec gain K (structure de Sallen-Key) utilise un amplificateur parfait en régime linéaire.



#### Etude théorique

1. Donnez l'écriture de la fonction de transfert  $H(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)}$  en fonction des composants passifs, puis identifiez les paramètres qui caractérisent le filtre (gain  $K$ , pulsation naturelle  $\omega_n$ , coefficient de surtension  $\zeta$ ).
2. Ecrivez les expressions des sensibilités des paramètres  $K$ ,  $\omega_n$  et  $\zeta$  en fonction des composants passifs.
3. Évaluez les paramètres et les facteurs de sensibilité.

#### Etude expérimentale par simulateur

L'utilisation d'un simulateur de circuits va permettre de mesurer l'influence des variations de composants passifs sur la courbe de réponse en fréquence du filtre. Deux réponses seront tracées au sein d'une analyse paramétrique, l'une issue des valeurs nominales des composants et l'autre issue de l'augmentation de la valeur d'un ou plusieurs composants. Le balayage des fréquences s'étendra de 10 Hz à 10 kHz avec 1500 points par décade pour une bonne précision des mesures.

4. Pour la résistance  $R_1$  variant de 1703  $\Omega$  à 1788  $\Omega$ , évaluez les rapports  $\Delta K/K$ ,  $\Delta \zeta/\zeta$ ,  $\Delta f_n/f_n$  par la mesure et déduisez les facteurs de sensibilité fonction de  $R_1$ . Comparez à la théorie.
5. Faites de même lorsque les résistances  $R_1$  et  $R_2$  varient simultanément de 1703  $\Omega$  à 1788  $\Omega$ .
6. Faites de même lorsque la résistance  $R_4$  varie de 1820  $\Omega$  à 1911  $\Omega$ .

Formulaire :

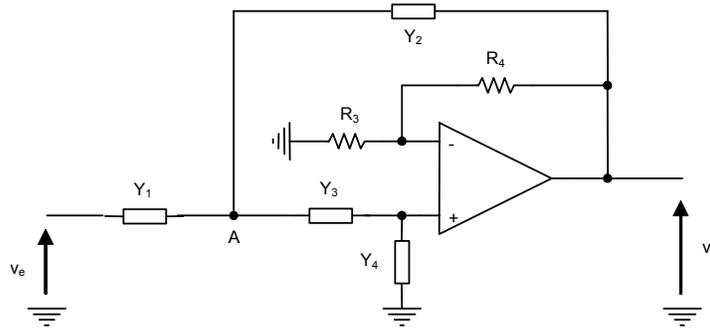
$$\zeta = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - \frac{1}{K_0^2}}}{2}} \quad \text{avec} \quad K_0 = \frac{K_{res}}{K} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad f_n = \frac{f_{res}}{\sqrt{1-2\zeta^2}}, \quad f_c = f_n \sqrt{1-2\zeta^2 + \sqrt{(1-2\zeta^2)^2 + 1}}$$

## Corrigé

### Etude théorique

#### 1. Ecriture de la fonction de transfert (voir cours « Filtrage analogique »)

Les composants passifs  $Y_i$  sont des admittances (conductances ou capacités).



La fonction de transfert en tension du filtre s'écrit :

$$\frac{V_S(p)}{V_E(p)} = \frac{K Y_1 Y_3}{Y_4 (Y_1 + Y_2 + Y_3) + Y_3 (Y_1 + Y_2 (1 - K))} \quad \text{avec } K = 1 + \frac{R_4}{R_3}$$

L'identification des admittances telles que  $Y_1(p) = \frac{1}{R_1}$ ,  $Y_2(p) = C_1 p$ ,  $Y_3(p) = \frac{1}{R_2}$ ,  $Y_4(p) = C_2 p$  conduit aux expressions des paramètres  $\omega_n$ ,  $\zeta$ ,  $K$ .

$$H(p) = \frac{K}{1 + [R_1 C_1 (1 - K) + (R_1 + R_2) C_2] p + R_1 R_2 C_1 C_2 p^2} \quad \text{de la forme } H(p) = \frac{H_0}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

$$\text{avec } \omega_n = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}, \quad \zeta = \frac{R_1 C_1 (1 - K) + (R_1 + R_2) C_2}{2 \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}, \quad H_0 = K$$

#### 2. Calcul des sensibilités

Les expressions précédentes montrent que la pulsation naturelle  $\omega_n$  est influencée par les composants  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ , le coefficient d'amortissement  $\zeta$  par  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  puisque ces deux derniers composants ont une action sur le gain  $K$ .

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \Rightarrow \frac{d\omega_n}{\omega_n} = -\frac{1}{2} \left( \frac{dR_1}{R_1} + \frac{dR_2}{R_2} + \frac{dC_1}{C_1} + \frac{dC_2}{C_2} \right) \Rightarrow S_{R_1}^{\omega_n} = S_{R_2}^{\omega_n} = S_{C_1}^{\omega_n} = S_{C_2}^{\omega_n} = -0.5$$

$$\zeta = \frac{R_1 C_1 (1 - K) + (R_1 + R_2) C_2}{2 \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$\Rightarrow \log \zeta = \log [R_1 C_1 (1 - K) + (R_1 + R_2) C_2] - \log 2 - \frac{1}{2} [\log R_1 + \log R_2 + \log C_1 + \log C_2] \Rightarrow$$

$$\frac{d\zeta}{\zeta} = \frac{C_1(1-K)+C_2}{R_1C_1(1-K)+(R_1+R_2)C_2} dR_1 + \frac{R_1(1-K)}{R_1C_1(1-K)+(R_1+R_2)C_2} dC_1 + \frac{C_2}{R_1C_1(1-K)+(R_1+R_2)C_2} dR_2$$

$$+ \frac{R_1+R_2}{R_1C_1(1-K)+(R_1+R_2)C_2} dC_2 - \frac{R_1C_1}{R_1C_1(1-K)+(R_1+R_2)C_2} dK - \frac{1}{2} \left( \frac{dR_1}{R_1} + \frac{dR_2}{R_2} + \frac{dC_1}{C_1} + \frac{dC_2}{C_2} \right)$$

$$\text{or } \frac{1}{R_1C_1(1-K)+(R_1+R_2)C_2} = \frac{\omega_n}{2\zeta} \Rightarrow S_{R_1}^{\zeta} = -\frac{1}{2} + \frac{R_1[C_1(1-K)+C_2]\omega_n}{2\zeta},$$

$$S_{R_2}^{\zeta} = -\frac{1}{2} + \frac{R_2C_2\omega_n}{2\zeta}, S_{C_1}^{\zeta} = -\frac{1}{2} + \frac{R_1C_1(1-K)\omega_n}{2\zeta}, S_{C_2}^{\zeta} = -\frac{1}{2} + \frac{(R_1+R_2)C_2\omega_n}{2\zeta}, S_K^{\zeta} = -\frac{R_1C_1\omega_n K}{2\zeta}$$

Comme le gain  $K$  est fonction  $R_3$  et  $R_4$ , nous pouvons calculer les sensibilités de ces résistances sur les paramètres  $K$  et  $\zeta$ .

$$K = 1 + \frac{R_4}{R_3} \Rightarrow \frac{dK}{K} = \frac{\frac{1}{R_3}}{1 + \frac{R_4}{R_3}} dR_4 - \frac{\frac{R_4}{R_3^2}}{1 + \frac{R_4}{R_3}} dR_3 \Rightarrow S_{R_4}^K = -S_{R_3}^K = \frac{K-1}{K}$$

$$\text{et } S_{R_3}^{\zeta} = S_{R_3}^K S_K^{\zeta} = \frac{R_1C_1\omega_n(K-1)}{2\zeta} = -S_{R_4}^{\zeta}$$

### 3. Evaluation des paramètres et facteur de sensibilité

En posant  $R_1 = R_2 = R$  et  $C_1 = C_2 = C$ , les expressions s'écrivent

$$\omega_n = \frac{1}{RC}, \quad \zeta = \frac{3-K}{2}, \quad K = 1 + \frac{R_4}{R_3}$$

$$S_{R_1}^{\zeta} = -\frac{1}{2} + \frac{2-K}{2\zeta}, \quad S_{R_2}^{\zeta} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2\zeta}, \quad S_{C_1}^{\zeta} = -\frac{1}{2} + \frac{1-K}{2\zeta}, \quad S_{C_2}^{\zeta} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{\zeta}, \quad S_{R_3}^{\zeta} = -S_{R_4}^{\zeta} = \frac{K-1}{2\zeta}$$

$$S_{R_1}^{\omega_n} = S_{R_2}^{\omega_n} = S_{C_1}^{\omega_n} = S_{C_2}^{\omega_n} = -0.5, \quad S_{R_3}^K = -S_{R_4}^K = \frac{1-K}{K}$$

L'application numérique donne

$$f_n \cong 1988 \text{ Hz}, \quad \zeta \cong 0.09, \quad K \cong 2.82 \Rightarrow K_{res} \cong 15.73, \quad f_{res} \cong 1972 \text{ Hz}, \quad f_c \cong 3071 \text{ Hz}$$

$$S_{R_1}^{\zeta} \cong -5.06, \quad S_{R_1}^{\omega_n} = -0.5, \quad S_{R_2}^{\zeta} \cong 5.06, \quad S_{R_2}^{\omega_n} = -0.5, \quad S_{C_1}^{\zeta} \cong -10.6, \quad S_{C_1}^{\omega_n} = -0.5, \quad S_{C_2}^{\zeta} \cong 10.6,$$

$$S_{C_2}^{\omega_n} = -0.5, \quad S_{R_3}^{\zeta} \cong 10.1, \quad S_{R_3}^K \cong -0.645, \quad S_{R_4}^{\zeta} \cong -10.1, \quad S_{R_4}^K \cong 0.645$$

Etude par simulateur

### 4. Influence de la résistance $R_1$

La simulation présente les tracés relatifs à la valeur nominale (1703  $\Omega$ ) de la résistance et à la valeur augmentée d'environ 5 % (1788  $\Omega$ ). Les fréquences de résonance et de coupure diminuent (fréquence naturelle diminuée) faiblement ( $S_{R_1}^{\omega_n} = -0.5$ ), la surtension augmente (coefficient d'amortissement diminue) de façon importante ( $S_{R_1}^{\zeta} = -5.056$ ), le gain  $K$  du plateau demeure inchangé ( $S_{R_1}^K = 0$ ) avec l'augmentation de la valeur de la résistance.

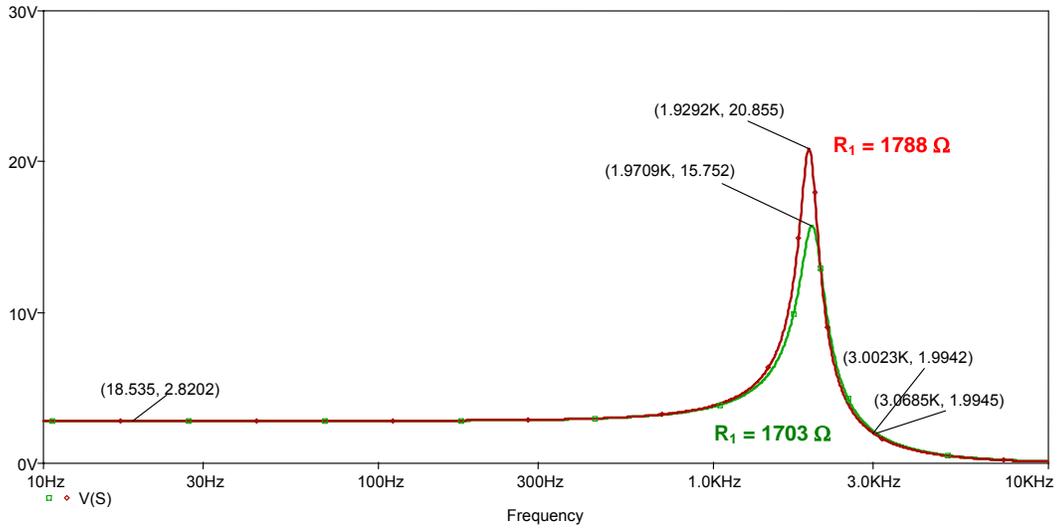


Tableau des mesures :

$R_1$ ( $\Omega$ )	$K$ ( $V_{eff}$ )	$K_{res}$ ( $V_{eff}$ )	$f_{res}$ (Hz)	$f_c$ (Hz)
1703	2.820	15.75	1971	3069
1788	2.820	20.85	1929	3002

Traitement des mesures :

$R_1$ ( $\Omega$ )	$\zeta$	$f_n$ (Hz)
1703	0.08989	1987
1788	0.06777	1938

en utilisant les formules  $\zeta = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - \frac{1}{K_0^2}}}{2}}$  avec  $K_0 = \frac{K_{res}}{K} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$ ,  $f_n = \frac{f_{res}}{\sqrt{1-2\zeta^2}}$ .

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{1788 - 1703}{1703} \cong 4.99\%, \quad \frac{\Delta \zeta}{\zeta} = \frac{0.06777 - 0.08989}{0.08989} \cong -0.246,$$

$$\frac{\Delta f_n}{f_n} = \frac{1938 - 1987}{1987} \cong -0.0247$$

Comparaison :

sensibilité	théorique	pratique
$S_{R_1}^\zeta$	- 5.05	- 4.93
$S_{R_1}^{f_n}$	- 0.5	- 0.49
$S_{R_1}^K$	0	0

5. Influence simultanée des résistances  $R_1$  et  $R_2$

La simulation présente les tracés relatifs à la valeur nominale (1703  $\Omega$ ) des résistances et à la valeur augmentée d'environ 5 % (1788  $\Omega$ ). Les fréquences de résonance et de coupure diminuent (fréquence naturelle diminue deux fois plus que précédemment) ( $S_{R_1}^{f_n} = S_{R_2}^{f_n} = -0.5$ ), la surtension (coefficient d'amortissement) demeure inchangé car les effets s'annulent ( $S_{R_1}^{\zeta} = -S_{R_2}^{\zeta}$ ), le gain  $K$  du plateau demeure inchangé ( $S_{R_1}^K = S_{R_2}^K = 0$ ) avec l'augmentation de la valeur des résistances.

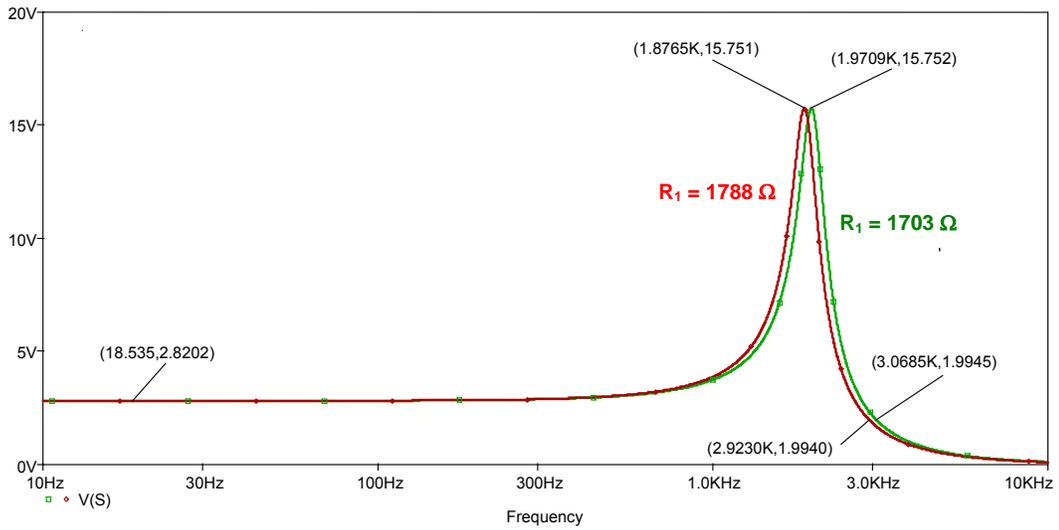


Tableau des mesures :

$R_1, R_2$ ( $\Omega$ )	$K$ ( $V_{eff}$ )	$K_{res}$ ( $V_{eff}$ )	$f_{res}$ (Hz)	$f_c$ (Hz)
1703	2.820	15.75	1971	3069
1788	2.820	15.75	1877	2923

Traitement des mesures :

$R_1, R_2$ ( $\Omega$ )	$\zeta$	$f_n$ (Hz)
1703	0.08989	1987
1788	0.08989	1892

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} \cong 4.99\%, \quad \frac{\Delta K}{K} = 0, \quad \frac{\Delta \zeta}{\zeta} = 0, \quad \frac{\Delta f_n}{f_n} = \frac{1892 - 1987}{1987} \cong -0.0478$$

Comparaison :

sensibilité	théorique	pratique
$S_{R_1}^{\zeta} + S_{R_2}^{\zeta}$	0	0
$S_{R_1}^{f_n} + S_{R_2}^{f_n}$	-1	-0.958
$S_{R_1}^K + S_{R_2}^K$	0	0

6. Influence de la résistance  $R_4$

La simulation présente les tracés relatifs à la valeur nominale (1820  $\Omega$ ) de la résistance et à la valeur augmentée d'environ 5 % (1911  $\Omega$ ). Les fréquences de résonance et de coupure augmentent très légèrement (fréquence naturelle inchangée) ( $S_{R_4}^{f_n} = 0$ ), la surtension (coefficient d'amortissement diminue fortement) augmente fortement ( $S_{R_4}^{\zeta} \cong -10.1$ ), le gain  $K$  du plateau augmente légèrement ( $S_{R_4}^K \cong 0.645$ ) avec l'augmentation de la valeur des résistances.

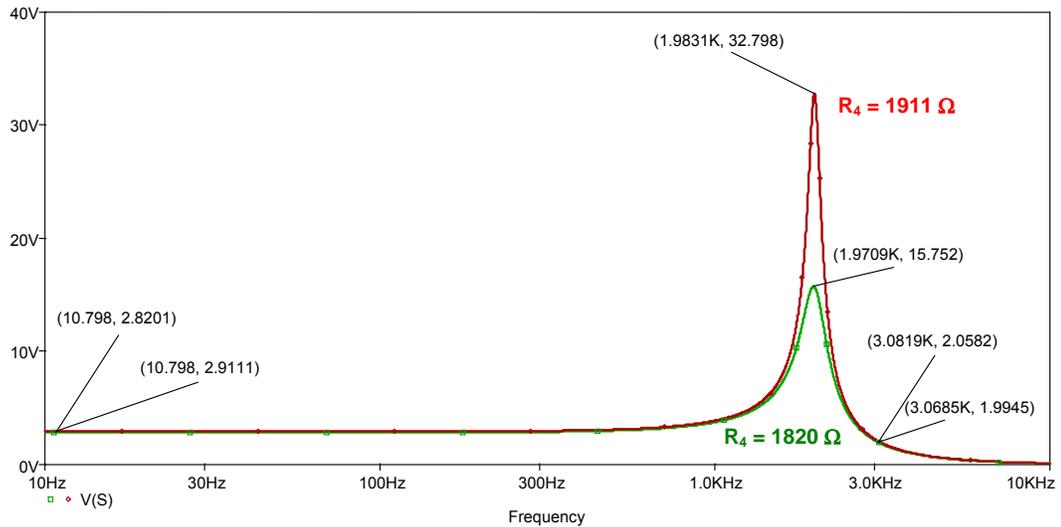


Tableau des mesures :

$R_4$ ( $\Omega$ )	$K$ ( $V_{eff}$ )	$K_{res}$ ( $V_{eff}$ )	$f_{res}$ (Hz)	$f_c$ (Hz)
1820	2.820	15.75	1971	3069
1911	2.911	32.80	1983	3082

Traitement des mesures :

$R_4$ ( $\Omega$ )	$\zeta$	$f_n$ (Hz)
1820	0.08989	1987
1911	0.04442	1987

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} \cong 4.99\%, \quad \frac{\Delta K}{K} = \frac{2.911 - 2.82}{2.82} \cong 0.0323, \quad \frac{\Delta \zeta}{\zeta} = \frac{0.04442 - 0.08989}{0.08989} \cong -0.5058, \quad \frac{\Delta f_n}{f_n} = 0$$

Comparaison :

sensibilité	théorique	pratique
$S_{R_4}^{\zeta}$	- 10.1	- 10.1
$S_{R_4}^{f_n}$	0	0
$S_{R_4}^K$	0.645	0.647

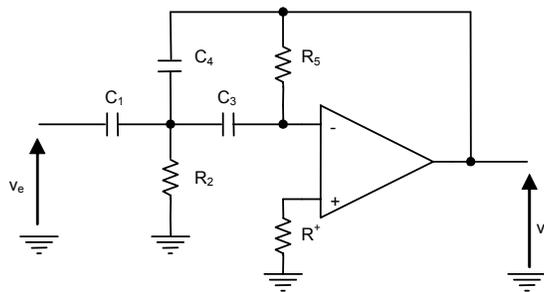
## Conception d'un filtre passe-haut Butterworth d'ordre 4

Le but du problème est de concevoir un filtre de Butterworth d'ordre 4. Les caractéristiques réelles sont celles d'un filtre passe-haut de gain unité et de bande passante à  $-3\text{ dB}$  égale à  $300\text{ Hz}$ . La structure à contre-réaction multiple (structure de Rauch) est choisie pour la réalisation des cellules d'ordre 2.

### Réponse de Butterworth

1. Trouvez l'expression du polynôme de Butterworth à partir du calcul des pôles de la fonction de transfert générale, pôles vérifiant les conditions de stabilité.
2. Ecrivez la fonction de transfert dénormalisée du filtre passe-bas de pulsation de coupure  $\omega_c$ . Déduisez alors l'expression du filtre passe-haut par transformation conforme.
3. Identifiez les paramètres  $\omega_n$  et  $\zeta$  de chaque cellule à la forme canonique.

### Structure à contre-réaction multiple



4. Donnez l'écriture de la fonction de transfert  $H(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)}$  en fonction des composants passifs pour la réalisation d'une cellule passe-haut utilisant un amplificateur parfait en régime linéaire.
5. Identifiez les paramètres qui caractérisent le filtre (gain  $H_0$ , pulsation naturelle  $\omega_n$ , coefficient de surtension  $\zeta$ ).
6. Ecrivez les expressions des sensibilités des paramètres  $K = |H_0|$ ,  $\omega_n$  et  $\zeta$  en fonction des composants passifs.
7. En supposant que les condensateurs possèdent la même valeur et si tous les composants sont choisis à la tolérance de 1%, donnez les variations relatives de ces paramètres dans le pire cas.

### Réalisation du circuit

8. Discutez de l'interaction des cellules et de la stabilité du montage.
9. En considérant les données du problème, pouvez-vous évaluer tous les composants passifs d'une cellule ?
10. Les condensateurs  $C_1$  et  $C_3$  étant choisis à la valeur de  $47\text{ nF}$ , évaluez les composants restants, y compris les résistances  $R^+$  qui permettent de minimiser l'influence des courants de polarisation sur la composante continue de sortie des amplificateurs.

## Corrigé

### Réponse de Butterworth

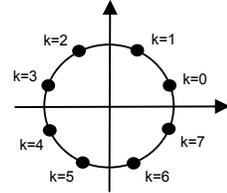
#### 1. Expression du polynôme de Butterworth

La fonction de transfert en  $p$  s'écrit  $|H(p)|^2 = \frac{1}{1 + (-1)^n p^{2n}}$ .

Le carré du module étant pair ( $|H(p)| = |H(-p)|$ ), les pôles le sont aussi. Pour  $n = 4$ , les pôles de la fonction sont issus de l'équation

$$1 + p^8 = 0, \text{ soit } p = (-1)^{\frac{1}{8}} = e^{j\left(\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}\right)} = \cos\left(\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}\right) + j\sin\left(\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}\right)$$

répartis sur le cercle de rayon unité (constellation).



La stabilité impose de retenir les pôles à partie réelle négative, donc situés à gauche de l'axe imaginaire, c'est-à-dire

$$k = 2, 5 \rightarrow p = \cos\left(\frac{5\pi}{8}\right) \pm j\sin\left(\frac{5\pi}{8}\right) \cong -0.383 \pm j0.924$$

$$k = 3, 4 \rightarrow p = \cos\left(\frac{7\pi}{8}\right) \pm j\sin\left(\frac{7\pi}{8}\right) \cong -0.924 \pm j0.383$$

$$\text{d'où } (p^2 + 0.766p + 1)(p^2 + 1.848p + 1)$$

#### 2. Ecriture du filtre passe-bas dénormalisé

La dénormalisation s'effectue par rapport à la pulsation de coupure à  $-3$  dB du filtre du 4° ordre :

$$\frac{1}{(p^2 + 0.766p + 1)(p^2 + 1.848p + 1)} \xrightarrow{p \rightarrow \frac{p}{\omega_c}} \frac{1}{\left(\frac{p^2}{\omega_c^2} + \frac{0.766}{\omega_c}p + 1\right)\left(\frac{p^2}{\omega_c^2} + \frac{1.848}{\omega_c}p + 1\right)}$$

$$\text{Transformation passe-bas en passe-haut : } \frac{p}{\omega_c} \rightarrow \frac{\omega_c}{p} \quad \frac{\frac{p^2}{\omega_c^2}}{\left(\frac{p^2}{\omega_c^2} + \frac{0.766}{\omega_c}p + 1\right)} \frac{\frac{p^2}{\omega_c^2}}{\left(\frac{p^2}{\omega_c^2} + \frac{1.848}{\omega_c}p + 1\right)}$$

#### 3. Identification des paramètres

$$\text{cellule 1 : } \omega_n \equiv \omega_c, \frac{2\zeta}{\omega_n} \equiv \frac{0.766}{\omega_c}, \text{ soit } \omega_n = 2\pi 300 \text{ rad/s}, \zeta = 0.383$$

$$\text{cellule 2 : } \omega_n \equiv \omega_c, \frac{2\zeta}{\omega_n} \equiv \frac{1.848}{\omega_c}, \text{ soit } \omega_n = 2\pi 300 \text{ rad/s}, \zeta = 0.924$$

Structure à contre-réaction multiple

#### 4. Ecriture de la fonction de transfert (voir cours « Filtrage analogique »)

$$H(p) = -\frac{C_1 C_3 p^2}{\frac{1}{R_5} \left( C_1 p + \frac{1}{R_2} + C_3 p + C_4 p \right) + C_3 C_4 p^2} = -\frac{R_2 R_5 C_1 C_3 p^2}{1 + R_2 (C_1 + C_3 + C_4) p + R_2 R_5 C_3 C_4 p^2}$$

5. Identification des paramètres

$$H(p) = -\frac{C_1}{C_4} \frac{R_2 R_5 C_3 C_4 p^2}{1 + R_2(C_1 + C_3 + C_4)p + R_2 R_5 C_3 C_4 p^2} \text{ de la forme } H(p) = H_0 \frac{\frac{p^2}{\omega_n^2}}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

$$\text{avec } H_0 = -\frac{C_1}{C_4}, \omega_n = \frac{1}{\sqrt{R_2 R_5 C_3 C_4}}, \zeta = \sqrt{\frac{R_2}{R_5 C_3 C_4}} \frac{C_1 + C_3 + C_4}{2}$$

6. Evaluation des sensibilités

$$K = \frac{C_1}{C_4} \Rightarrow \log K = \log C_1 - \log C_4 \Rightarrow \frac{dK}{K} = \frac{dC_1}{C_1} - \frac{dC_4}{C_4} \Rightarrow S_{C_1}^K = -S_{C_4}^K = 1$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{R_2 R_5 C_3 C_4}} \Rightarrow \frac{d\omega_n}{\omega_n} = -\frac{1}{2} \left( \frac{dR_2}{R_2} + \frac{dR_5}{R_5} + \frac{dC_3}{C_3} + \frac{dC_4}{C_4} \right) \Rightarrow S_{R_2}^{\omega_n} = S_{R_5}^{\omega_n} = S_{C_3}^{\omega_n} = S_{C_4}^{\omega_n} = -0.5$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{R_2}{R_5 C_3 C_4}} \frac{C_1 + C_3 + C_4}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{d\zeta}{\zeta} = \frac{1}{2} \frac{dR_2}{R_2} - \frac{1}{2} \frac{dR_5}{R_5} + \frac{dC_1}{C_1} \frac{C_1}{C_1 + C_3 + C_4} + \frac{dC_3}{C_3} \left( \frac{C_3}{C_1 + C_3 + C_4} - \frac{1}{2} \right) + \frac{dC_4}{C_4} \left( \frac{C_4}{C_1 + C_3 + C_4} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\Rightarrow S_{R_2}^\zeta = -S_{R_5}^\zeta = 0.5, S_{C_1}^\zeta = \frac{C_1}{C_1 + C_3 + C_4}, S_{C_3}^\zeta = \frac{C_3}{C_1 + C_3 + C_4} - \frac{1}{2}, S_{C_4}^\zeta = \frac{C_4}{C_1 + C_3 + C_4} - \frac{1}{2}$$

Les condensateurs  $C_1$  et  $C_4$  sont les seuls composants passifs à influencer le gain  $K$ . Les sensibilités sur les paramètres  $\omega_n$  et  $\zeta$  sont inférieures à l'unité, ce qui est une bonne chose.

7. Etude du pire cas

Avec des condensateurs de même valeur et des tolérances de composants identiques

( $\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta C}{C} = \pm 1\%$ ), les variations relatives sont les suivantes (approche linéaire) :

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{\Delta C_1}{C_1} + \frac{\Delta C_4}{C_4} = 2 \frac{\Delta C}{C} = \pm 2\%, \frac{\Delta \omega_n}{\omega_n} = \frac{1}{2} \left( 2 \frac{\Delta R}{R} + 2 \frac{\Delta C}{C} \right) = \pm 2\%, \frac{\Delta \zeta}{\zeta} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{2}{3} \frac{\Delta C}{C} = \pm 1.67\%$$

Réalisation du circuit

8. Discussion

La fonction de transfert en tension du filtre du 4° ordre est égale au produit des fonctions de transfert des cellules sous la condition d'adaptation en tension (pas d'atténuation de tension entre cellules). Cette condition est réalisée par la présence, sur l'amplificateur, d'une contre-réaction tension courant qui réduit fortement la résistance de sortie de la cellule (topologie parallèle en sortie de montage).

La stabilité est satisfaisante puisque les coefficients d'amortissement sont positifs. Cela avait déjà été conditionné par le choix des racines à partie réelle négative du polynôme de Butterworth, racines complexes conjuguées de la forme  $-\zeta \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$  avec la normalisation  $\omega_n = 1$ , d'où des valeurs de 0.383 et 0.924 pour  $\zeta$ .

9. Conditionnement du problème

Le conditionnement du problème demande de disposer d'autant d'équations que d'inconnues. Un bilan montre 3 équations écrites précédemment pour 8 inconnues  $C_1, R_2, C_3, C_4, R_5$  et  $H_0, \omega_n, \zeta$ .

Il est donc nécessaire d'introduire 5 données afin d'évaluer tous les composants d'une cellule :

- 3 données issues du cahier des charges  
 $\omega_n = 2\pi 300 \text{ rad/s}$ ,  $\zeta = 0.383$  ou  $\zeta = 0.924$ ,  $K = |H_0| = 1$ ,
- 2 données issues de valeurs de composants passifs prises de façon arbitraire.

10. Calcul des résistances

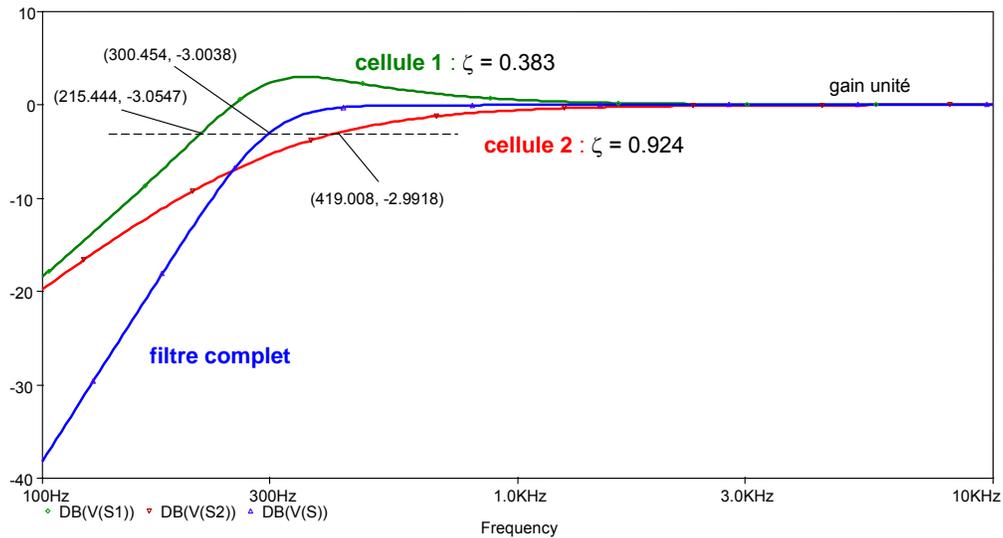
Ici, les valeurs de composants passifs prises de façon arbitraire sont  $C_1 = C_3 = 47 \text{ nF}$ . La résolution du système linéaire fournit les valeurs

cellule 1 :  $C_4 = 47 \text{ nF}$ ,  $R_2 = 2.88 \text{ k}\Omega$ ,  $R_5 = 44.2 \text{ k}\Omega$

cellule 2 :  $C_4 = 47 \text{ nF}$ ,  $R_2 = 6.95 \text{ k}\Omega$ ,  $R_5 = 18.3 \text{ k}\Omega$

Afin de minimiser l'influence des courants de polarisation sur la composante continue de sortie, il faut équilibrer les entrées par rapport à la masse. La source dynamique étant éteinte, les condensateurs assimilés à des circuits ouverts et le potentiel de sortie souhaité à la masse, alors la topologie montre que  $R^+ = R_5$ .

Simulation

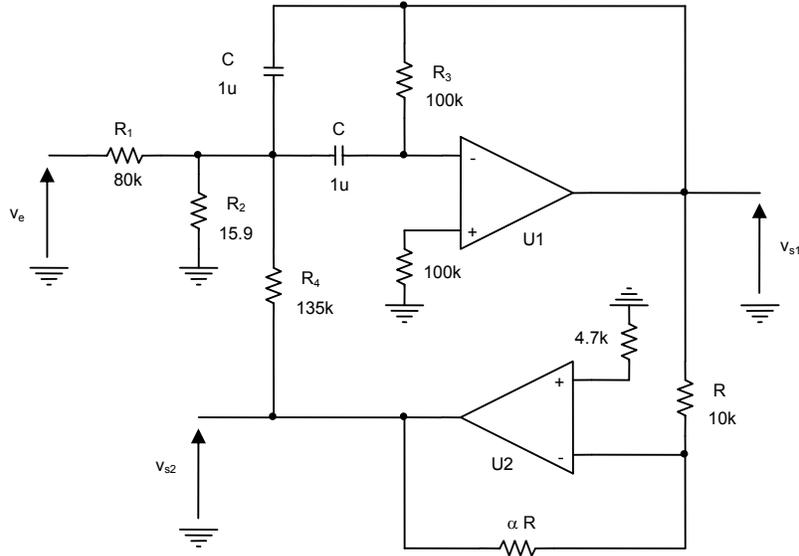


Les deux cellules possèdent le même diagramme asymptotique car mêmes pulsations naturelles  $\omega_n$  et leurs fréquences de coupure à  $-3 \text{ dB}$  est fournie par la relation

$$f_c = f_n \sqrt{2\zeta^2 - 1 + \sqrt{(2\zeta^2 - 1)^2 + 1}}, \text{ soit } f_{c1} \cong 216 \text{ Hz} \text{ et } f_{c2} \cong 417 \text{ Hz}.$$

### Filtre passe-bande à contre-réaction multiple (structure de Rauch) à sensibilité améliorée

L'étude porte sur le filtre représenté ci-dessous, utilisant deux amplificateurs de tension parfaits en régime linéaire.



1. Ecrivez l'expression de la fonction de transfert  $H_1(p) = \frac{V_{s1}(p)}{V_e(p)}$ .
2. Vu l'expression trouvée, précisez le type de filtre. Vérifiez par l'examen du comportement en fréquence du circuit.
3. Ecrivez les expressions des paramètres qui caractérisent le filtre (gain  $H_{10}$ , pulsation naturelle  $\omega_n$ , bande passante à -3 dB  $\Delta\omega$ , coefficient de qualité Q). Commentez ces résultats.
4. Effectuez la même démarche pour la fonction de transfert  $H_2(p) = \frac{V_{s2}(p)}{V_e(p)}$  et commentez.
5. Discutez de la stabilité du montage suivant la valeur de  $\alpha$ .
6. Si l'on prend  $\alpha = 1$  et en constatant que la résistance  $R_2$  possède une valeur très faible devant celles des autres résistances, évaluez les paramètres du filtre.
7. Si  $R_4 \rightarrow \infty$ , quelle topologie connue retrouvez-vous ? Comparez ses performances aux performances générales précédemment obtenues.

## Corrigé

### 1. Expression de la fonction de transfert $H_1(p)$

Soit A le nœud commun à  $R_2$ ,  $R_4$ , C.

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{s_2}(p) = -\alpha V_{s_1}(p) \quad (\text{inverseur } U_2) \\ V_A(p) = \frac{\frac{V_e(p)}{R_1} + CpV_{s_1}(p) + \frac{V_{s_2}(p)}{R_4}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + 2Cp} \\ V^-(p) = \frac{CpV_A(p) + \frac{V_{s_1}(p)}{R_3}}{Cp + \frac{1}{R_3}} \\ V^+(p) = V^-(p) = 0 \end{array} \right. \Rightarrow -\frac{V_{s_1}(p)}{R_3 Cp} = \frac{\frac{V_e(p)}{R_1} + \left(Cp - \frac{\alpha}{R_4}\right)V_{s_1}(p)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + 2Cp}$$

$$\frac{V_{s_1}(p)}{V_e(p)} = -\frac{R_3 Cp}{R_1} \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \left(2 - \alpha \frac{R_3}{R_4}\right)Cp + R_3 C^2 p^2}$$

$$H_1(p) = -\frac{R_3}{\left(2 - \alpha \frac{R_3}{R_4}\right)R_1} \frac{\frac{\left(2 - \alpha \frac{R_3}{R_4}\right)C}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}} p}{1 + \frac{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}} p + \frac{R_3 C^2}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}} p^2}$$

### 2. Identification du type de filtre

Le type de filtre est un passe-bande. Aux très basses fréquences, les condensateurs sont assimilés à des circuits ouverts et  $v_{s_1} = 0$ . Aux très hautes fréquences, les condensateurs sont assimilés à des courts-circuits et  $v_{s_1} = v^+ = 0$ .

### 3. Paramètres du filtre

$$H_{0_1} = -\frac{R_3}{\left(2 - \alpha \frac{R_3}{R_4}\right)R_1}, \quad \omega_n = \frac{1}{C \sqrt{\frac{R_3}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}}}}, \quad Q = \frac{\omega_n}{\Delta\omega} = \frac{\sqrt{R_3 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}\right)}}{2 - \alpha \frac{R_3}{R_4}}, \quad \Delta\omega = \frac{2 - \alpha \frac{R_3}{R_4}}{R_3 C}$$

La résistance  $R_2$  règle la fréquence centrale  $f_n$  indépendamment du gain  $H_{0_1}$ , et de la largeur de bande  $\Delta f$  à  $-3$  dB.

4. Fonction de transfert  $H_2(p)$

$$H_2(p) = \frac{V_{s_2}(p)}{V_e(p)} = \frac{V_{s_2}(p)}{V_{s_1}(p)} \frac{V_{s_1}(p)}{V_e(p)} = -\alpha H_1(p)$$

Le gain à l'accord est multiplié par  $\alpha$  et il n'y a pas d'inversion de phase entrée/sortie

$$H_{0_2} = \frac{\alpha R_3}{\left(2 - \alpha \frac{R_3}{R_4}\right) R_1}$$

5. Stabilité du montage

Stabilité pour  $2 - \alpha \frac{R_3}{R_4} > 0$ , soit  $\alpha < \frac{2R_4}{R_3} = 2.7$

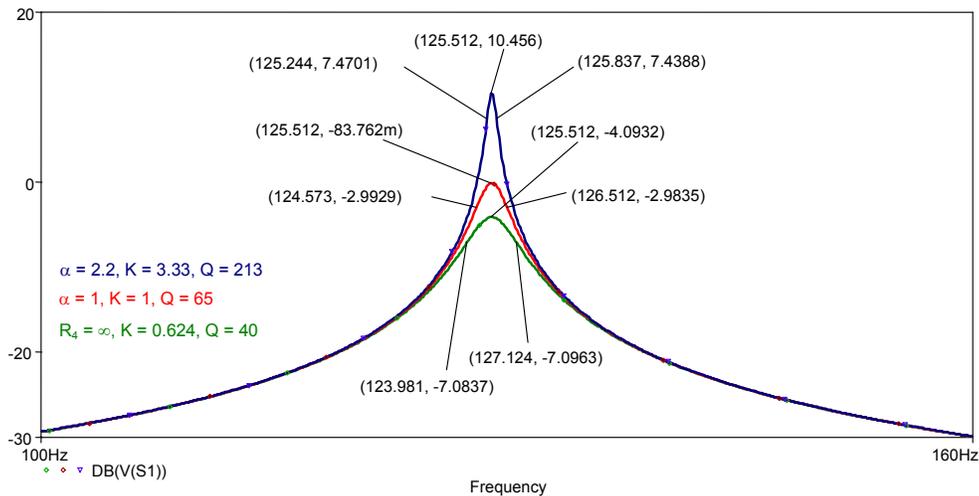
6. Evaluation des paramètres

Pour  $\alpha = 1$  et  $R_2 \ll R_1$  et  $R_4$ , alors  $\omega_n \cong \frac{1}{C\sqrt{R_2 R_3}}$

$f_n \cong 126 \text{ Hz}$ ,  $\Delta f \cong 2 \text{ Hz}$ ,  $H_{0_2} = -H_{0_1} \cong 1$ ,  $Q \cong 63$

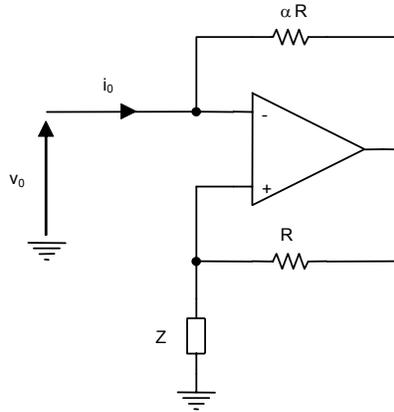
7. Discussion sur les performances

Si  $R_4 \rightarrow \infty$ , la topologie devient une structure de Rauch classique, suivie d'un inverseur de gain unité. La fréquence centrale demeure inchangée, mais les autres paramètres deviennent figés alors que les performances précédentes montrent, entre autre, une bande passante très étroite ou une forte surtension suivant la valeur de  $\alpha$ , grâce au bouclage du second amplificateur.



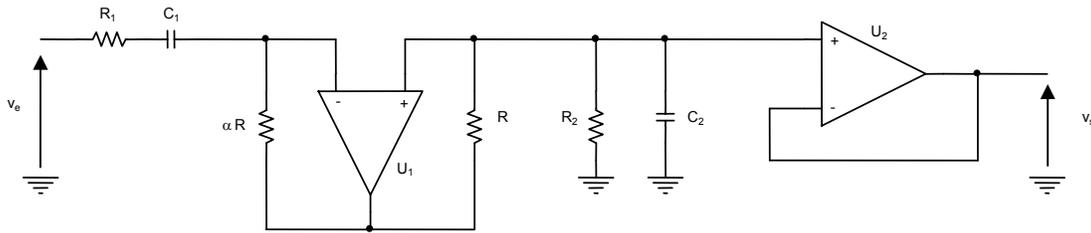
### Filtre passe-bande à INIC

Une première étude porte sur le montage représenté ci-dessous, utilisant un amplificateur de tension parfait en régime linéaire.



1. Ecrivez l'expression de l'impédance d'entrée  $Z_0 = v_0 / i_0$  et concluez sur l'intérêt du montage.

Le montage précédent est intégré au sein du circuit de la figure suivante.



2. Ecrivez l'expression de la fonction de transfert  $H(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)}$ .
3. Vu l'expression trouvée, identifiez le type de filtre. Vérifiez par l'examen du comportement en fréquence du circuit.
4. Ecrivez les expressions des paramètres qui caractérisent le filtre (gain  $H_0$ , pulsation naturelle  $\omega_n$ , coefficient de qualité  $Q$ , bande passante à -3 dB  $\Delta\omega$ ). Commentez ces résultats.
5. En choisissant  $R_1 = R_2 = R$  et  $C_1 = C_2 = C$ , discutez de la stabilité du montage suivant la valeur de  $\alpha$ .
6. Expliquez la présence de l'amplificateur  $U_2$ .
7. Evaluez les paramètres  $K = |H_0|$  et  $Q$  pour  $\alpha = 1$  et  $1.95$ .

## Corrigé

1. Expression de l'impédance d'entrée  $Z_0$

$$\begin{cases} I_0(p) = \frac{V_0(p) - V_s(p)}{\alpha R} \\ V^+(p) = V^-(p) = V_0(p) \\ V^+(p) = \frac{Z(p)}{Z(p) + R} V_s(p) \end{cases} \Rightarrow I_0(p) = \frac{V_0(p)}{\alpha R} \left[ 1 - \frac{Z(p) + R}{Z(p)} \right] \Rightarrow Z_0(p) = \frac{V_0(p)}{I_0(p)} = -\alpha Z(p)$$

Ce montage ramène l'impédance  $Z$  en entrée, changée de signe et proportionnelle à  $\alpha$  (convertisseur d'impédance négative).

2. Expression de la fonction de transfert  $H(p)$

L'amplificateur  $U_2$ , monté en suiveur, présente une haute impédance d'entrée. Le transfert en tension est produit par un pont d'impédances  $Z_1(p) = R_1 + \frac{1}{C_1 p}$ ,  $-\alpha Z_2(p) = \frac{-\alpha R_2}{1 + R_2 C_2 p}$ .

$$\begin{aligned} \frac{V_s(p)}{V_e(p)} &= \frac{-\alpha Z_2(p)}{Z_1(p) - \alpha Z_2(p)} = \frac{-\alpha R_2 C_1 p}{(1 + R_1 C_1 p)(1 + R_2 C_2 p) - \alpha R_2 C_1 p} \\ H(p) &= \frac{-\alpha R_2 C_1 p}{1 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 - \alpha R_2 C_1)p + R_1 R_2 C_1 C_2 p^2} \end{aligned}$$

3. Identification du type de filtre

La fonction de transfert en tension est de la forme  $H(p) = \frac{\frac{1}{Q} \frac{p}{\omega_n}}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{1}{Q} \frac{p}{\omega_n} + 1}$ .

Le type de filtre est un passe-bande. Aux très basses fréquences, les condensateurs sont assimilés à des circuits ouverts et rien ne passe à l'entrée de l'amplificateur  $U_1$ . Aux très hautes fréquences, les condensateurs sont assimilés à des courts-circuits et l'entrée de l'amplificateur  $U_2$  est à la masse.

4. Expressions des paramètres du filtre

$$\begin{aligned} H(p) &= \frac{-\alpha R_2 C_1}{R_1 C_1 + R_2 C_2 - \alpha R_2 C_1} \frac{(R_1 C_1 + R_2 C_2 - \alpha R_2 C_1)p}{1 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 - \alpha R_2 C_1)p + R_1 R_2 C_1 C_2 p^2} \\ H_0 &= \frac{-\alpha R_2 C_1}{R_1 C_1 + R_2 C_2 - \alpha R_2 C_1}, \quad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}, \quad Q = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{R_1 C_1 + R_2 C_2 - \alpha R_2 C_1}, \\ \Delta\omega &= \frac{R_1 C_1 + R_2 C_2 - \alpha R_2 C_1}{R_1 R_2 C_1 C_2} \end{aligned}$$

Si la résistance  $\alpha R$  est ajustable, celle-ci modifie tous les paramètres, excepté la pulsation centrale  $\omega_n$  du filtre.

5. Stabilité du montage

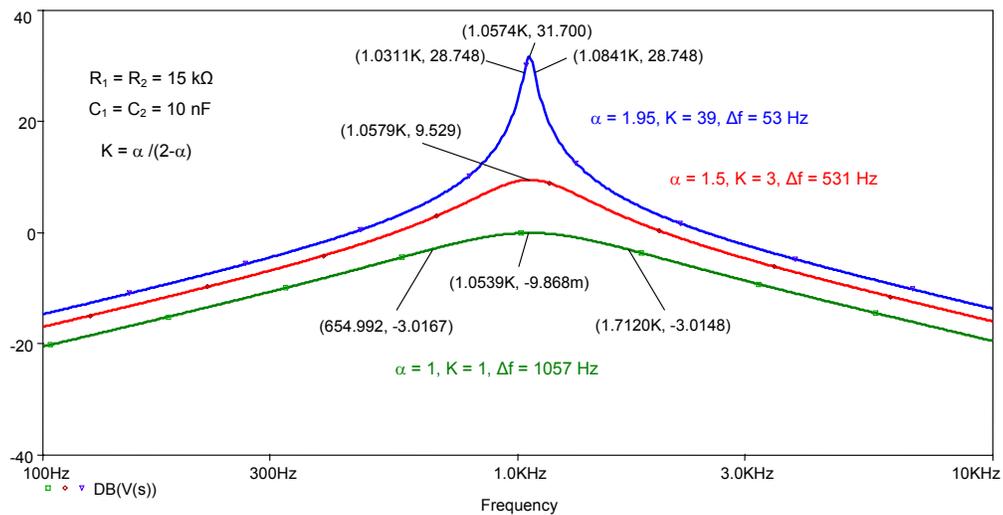
$$R_1 = R_2 = R, C_1 = C_2 = C \Rightarrow H(p) = \frac{-\alpha RCp}{1 + (2-\alpha)RCp + R^2C^2p^2} \text{ avec } 2\zeta = \frac{1}{Q} = 2-\alpha \ (\alpha \geq 0)$$

Le système est stable pour  $\zeta > 0$ , soit  $0 \leq \alpha < 2$ ; oscillateur pour  $\zeta = 0$ , soit  $\alpha = 2$ ; instable pour  $\zeta < 0$ , soit  $\alpha > 2$ .

6. Présence de l'amplificateur  $U_2$

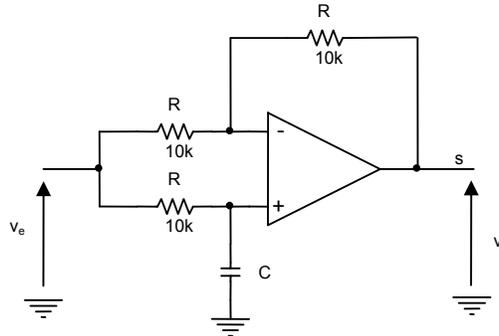
L'amplificateur  $U_2$ , monté en suiveur, sert de buffer (résistance d'entrée très élevée et résistance de sortie très faible par la contre-réaction tension-tension totale). Ainsi, la sortie du filtre est adaptée en tension et indépendante de la fréquence.

7. Evaluation de paramètres du filtre



### Filtre passe-tout (déphaseur pur) du premier ordre

Le montage représenté ci-dessous, utilise un amplificateur de tension parfait en régime linéaire.



1. Donnez l'écriture de la fonction de transfert  $H(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)}$ .
2. Tracez le module  $|H(j\omega)|$  et l'argument  $\varphi = \arg[H(j\omega)]$  en fonction de  $\log(\omega)$ .
3. Ecrivez l'expression du retard (temps de propagation) de groupe  $\tau = -\frac{d\varphi}{d\omega}$  et tracez sa variation en fonction de  $\log(\omega)$ .
4. Évaluez le composant C tel que  $\tau = 1 \text{ ms}$  et donnez la plage de fréquences correspondante.

Formulaire :  $\frac{d}{dx} \arctg[f(x)] = \frac{f'(x)}{1+f(x)^2}$

### Corrigé

1. Expression de la fonction de transfert

$$\begin{cases} V^+(p) = \frac{1}{1+RCp} V_e(p) \\ V^+(p) = V^-(p) \\ V^-(p) = \frac{V_e(p) + V_s(p)}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{1-RCp}{1+RCp} \quad \text{d'où } H(p) = \frac{1-\frac{p}{\omega_n}}{1+\frac{p}{\omega_n}} \quad \text{avec } \omega_n = \frac{1}{RC}$$

2. Tracés du module et de l'argument ( $p = j\omega$ )

$$H(j\omega) = \frac{1-j\frac{\omega}{\omega_n}}{1+j\frac{\omega}{\omega_n}} \Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{\sqrt{1+\frac{\omega^2}{\omega_n^2}}}{\sqrt{1+\frac{\omega^2}{\omega_n^2}}} = 1 \quad (0 \text{ dB}) \quad \text{et } \varphi = \arg[H(j\omega)] = -2 \arctg\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)$$

$$\omega \rightarrow 0 \Rightarrow \varphi \rightarrow 0, \quad \omega = \omega_n \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}, \quad \omega \rightarrow \infty \Rightarrow \varphi \rightarrow -\pi \quad (\text{voir tracés})$$

3. Retard

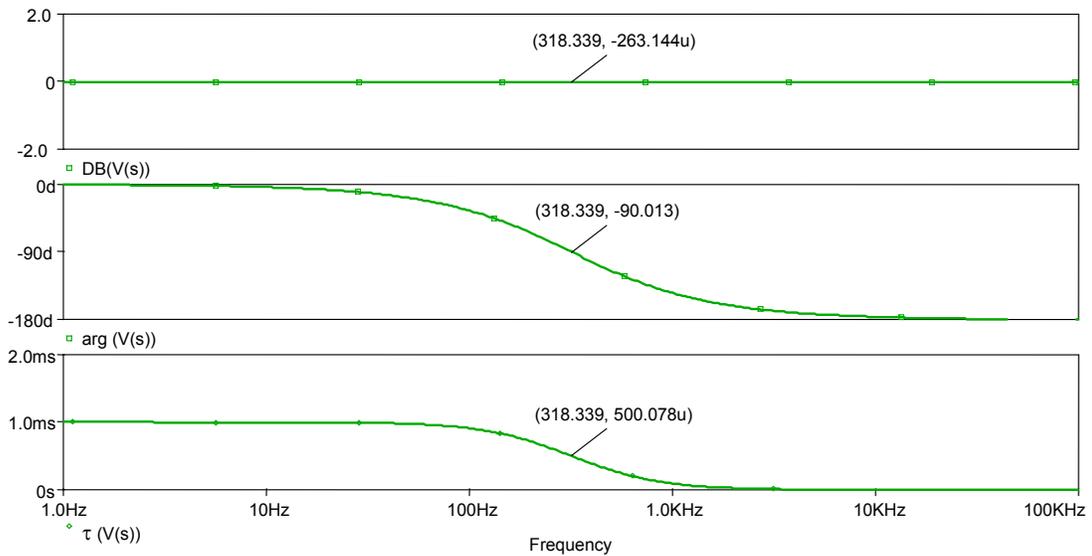
$$\tau = 2 \frac{d}{d\omega} \left( \arctg \frac{\omega}{\omega_n} \right) = \frac{2}{\omega_n} \frac{1}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}$$

$$\omega \rightarrow 0 \Rightarrow \tau \rightarrow \frac{2}{\omega_n}, \quad \omega = \omega_n \Rightarrow \tau = \frac{1}{\omega_n}, \quad \omega \rightarrow \infty \Rightarrow \tau \rightarrow 0 \quad (\text{voir tracé})$$

4. Evaluation de C

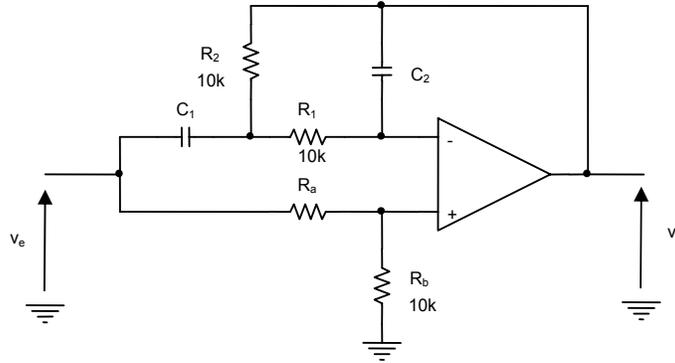
$$\tau = \frac{2}{\omega_n} = 2RC \Rightarrow C = 50 \text{ nF} \text{ et } f_n \cong 318 \text{ Hz}$$

Le retard est à peu près constant pour  $f \in [0, 100 \text{ Hz}]$  (voir tracé)



### Filtre passe-tout (déphaseur pur) du second ordre

Le montage représenté ci-dessous, utilise un amplificateur de tension parfait en régime linéaire.



1. Donnez l'écriture de la fonction de transfert  $H(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)}$  en posant  $K = R_a/R_b$ .
2. Déterminez l'expression de  $K$  telle que le montage soit un déphaseur pur de fonction de transfert

$$H(p) = \frac{1}{1+K} \frac{1 - \frac{2\zeta}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

3. Ecrivez les expressions des paramètres  $\omega_n$  et  $\zeta$ .
4. Tracez le module  $|H(j\omega)|$  et l'argument  $\varphi = \arg[H(j\omega)]$  en fonction de  $\log(\omega)$ .
5. Ecrivez l'expression du retard (temps de propagation) de groupe  $\tau = -\frac{d\varphi}{d\omega}$ .

Un retard sensiblement constant est souhaité sur une plage de fréquences donnée.

6. En prenant comme condition  $\tau(\omega_n) = \tau(0)/\sqrt{2}$ , évaluez le paramètre  $\zeta$  puis déduisez les valeurs des composants passifs  $C_1$ ,  $C_2$  et  $R_a$  tel que  $\tau = 1 \text{ ms}$ .
7. Tracez la variation du retard en fonction de  $\log f$  et donnez la plage de fréquences correspondant à un retard à peu près constant.

Formulaire :  $\frac{d}{dx} \arctg[f(x)] = \frac{f'(x)}{1+f(x)^2}$

## Corrigé

### 1. Expression de la fonction de transfert

Soit A le nœud commun à  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $C_1$

$$\left\{ \begin{array}{l} V^+(p) = \frac{1}{1+K} V_e(p) \\ V^-(p) = \frac{\frac{V_A(p)}{R_1} + C_2 p V_s(p)}{\frac{1}{R_1} + C_2 p} \\ V^+(p) = V^-(p) \\ V_A(p) = \frac{C_1 p V_e(p) + \frac{V_s(p)}{R_2} + \frac{V^-(p)}{R_1}}{C_1 p + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{1}{1+K} \frac{1 + [(R_1 + R_2)C_2 - KR_2C_1]p + R_1R_2C_1C_2p^2}{1 + (R_1 + R_2)C_2p + R_1R_2C_1C_2p^2}$$

### 2. Expression de K

Déphaseur pur si  $(R_1 + R_2)C_2 - KR_2C_1 = - (R_1 + R_2)C_2 \Rightarrow K = \frac{2(R_1 + R_2)C_2}{R_2C_1}$

### 3. Expression des paramètres

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}, \quad \zeta = \sqrt{\frac{C_2}{R_1R_2C_1}} \frac{R_1 + R_2}{2}$$

### 4. Tracés du module et de l'argument ( $p = j\omega$ )

$$H(p) = \frac{1}{1+K} \frac{1 - \frac{2\zeta}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}} \Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{1}{1+K} \text{ (constant) et } \varphi = \arg[H(j\omega)] = -2 \arctg \left( \frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \right)$$

$\omega \rightarrow 0 \Rightarrow \varphi \rightarrow 0$ ,  $\omega = \omega_n \Rightarrow \varphi = -\pi$ ,  $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow \varphi \rightarrow -2\pi$  (voir tracés)

### 5. Retard

$$\tau = 2 \frac{d}{d\omega} \arctg \left( \frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \right) = \frac{4\zeta}{\omega_n} \frac{1 + \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4\zeta^2 \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}$$

$\omega \rightarrow 0 \Rightarrow \tau \rightarrow \frac{4\zeta}{\omega_n}$ ,  $\omega = \omega_n \Rightarrow \tau = \frac{2}{\zeta \omega_n}$ ,  $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow \tau \rightarrow 0$  (voir tracé)

6. Evaluation de  $\zeta$  et des composants

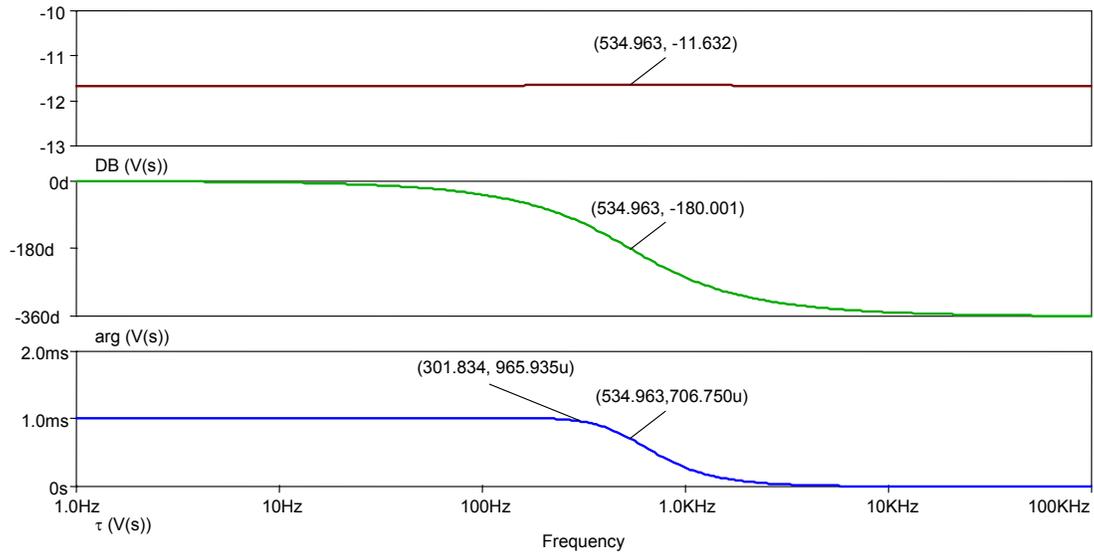
Condition  $\tau(\omega_n) = \frac{\tau(0)}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{2}{\zeta \omega_n} = \frac{4\zeta}{\sqrt{2} \omega_n}$  d'où  $\zeta \cong 0.841$ .

En posant  $R = R_1 = R_2$ ,  $\omega_n = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$  avec  $\tau = \frac{4\zeta}{\omega_n}$ ,  $\zeta = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$  et  $K = \frac{4C_2}{C_1} = \frac{R_a}{R_b}$

d'où  $\begin{cases} C_1 C_2 = \frac{\tau^2}{4\zeta^2 R^2} \\ C_1 = \frac{C_2}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow C_1 \cong 35.4 \text{ nF}, C_2 = 25 \text{ nF}$

et  $K \cong 2.83$  (- 11.6 dB),  $R_a \cong 28.3 \text{ k}\Omega$  ( $f_n \cong 535 \text{ Hz}$ )

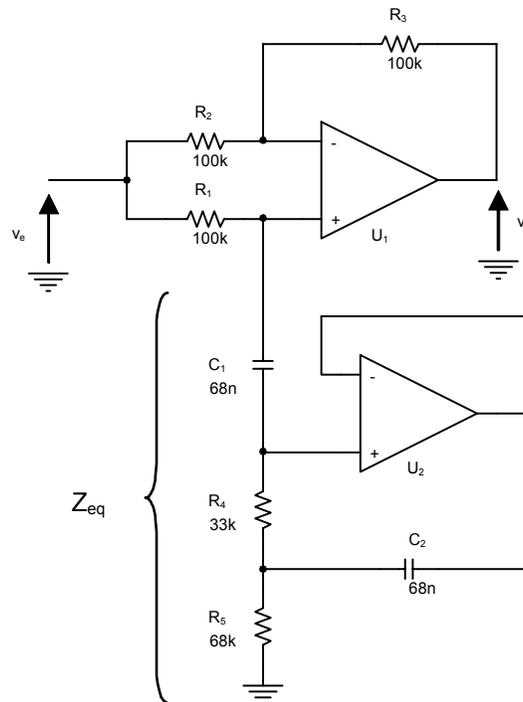
7. Tracé du retard



Le retard est à peu près constant sur une plage de 0 à 300 Hz.

## Filtre coupe-bande (réjecteur) à deux amplificateurs de tension

L'étude porte sur le filtre présenté ci-dessous, utilisant deux amplificateurs de tension idéaux en régime linéaire.

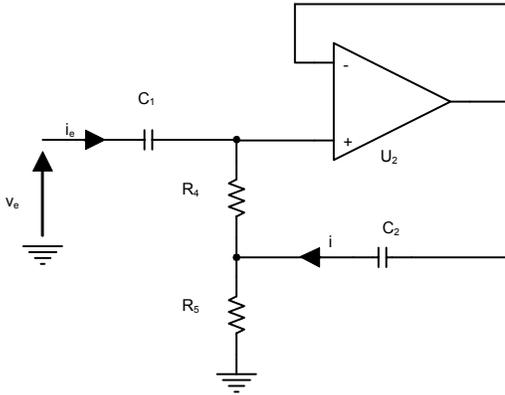


1. Ecrivez l'expression de l'impédance équivalente  $Z_{eq}$  constituée par les éléments  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $R_4$ ,  $R_5$ ,  $U_2$ .
2. Montrez que l'impédance trouvée est de la forme  $Z_{eq} = R + Lp + \frac{1}{Cp}$ .
3. Ecrivez l'expression de la fonction de transfert  $H(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)}$ .
4. En constatant que  $R_1 = R_2 = R_3 \equiv R$ , identifiez le type de filtre et évaluez ses caractéristiques principales.
5. Tracez la réponse en fréquence de la fonction dans le plan de Bode (module et argument).

## Corrigé

### 1. Expression de l'impédance équivalente

L'amplificateur  $U_2$  est monté en suiveur. Le condensateur  $C_1$  étant en série avec l'entrée du montage, le calcul porte sur l'impédance d'entrée vue par la tension  $v^+$ .



$$\begin{cases} \frac{1}{C_2 p} I(p) = R_4 I_e(p) & \text{car } V^+(p) = V^-(p) \\ V^+(p) = R_4 I_e(p) + R_5 [I_e(p) + I(p)] \end{cases}$$

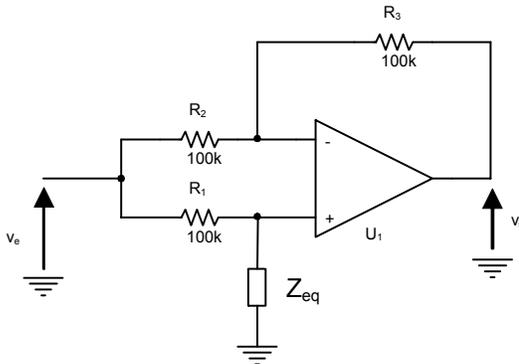
$$\Rightarrow \frac{V^+(p)}{I_e(p)} = R_4 + R_5 + R_4 R_5 C_2 p$$

$$\text{d'où } Z_{eq} = \frac{1}{C_1 p} + R_4 + R_5 + R_4 R_5 C_2 p$$

### 2. Identification des éléments

$$R = R_4 + R_5, \quad L = R_4 R_5 C_2 \quad \text{et} \quad C = C_1$$

### 3. Expression de la fonction de transfert



$$\begin{cases} V^+(p) = V^-(p) \\ V^+(p) = \frac{Z_{eq}(p)}{Z_{eq}(p) + R_1} V_e(p) \\ V^-(p) = \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_e(p) + \frac{R_2}{R_2 + R_3} V_s(p) \end{cases}$$

$$\Rightarrow H(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{Z_{eq}(p) - \frac{R_1 R_3}{R_2}}{Z_{eq}(p) + R_1}$$

$$\text{d'où } H(p) = \frac{LC_1 p^2 + \left(R - \frac{R_1 R_3}{R_2}\right) C_1 p + 1}{LC_1 p^2 + (R + R_1) C_1 p + 1}$$

### 4. Identification du type de filtre

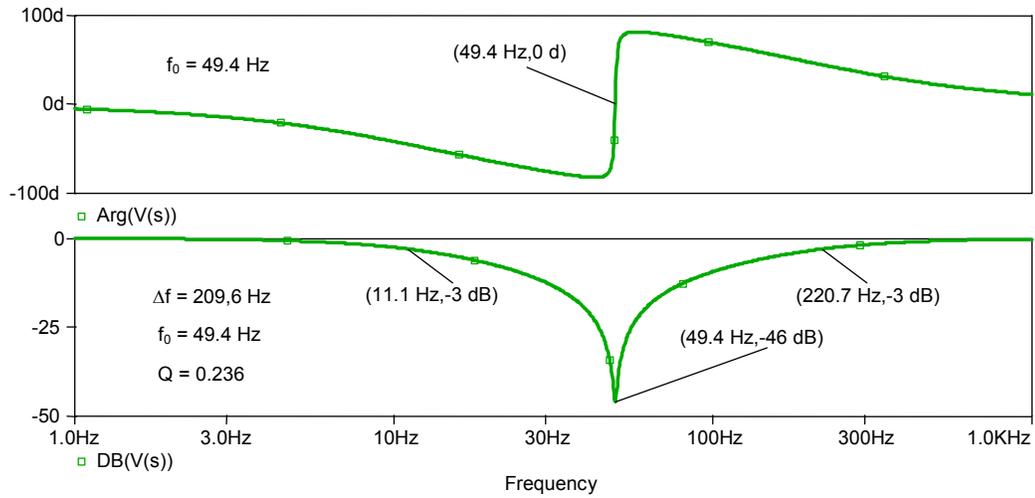
$$H(j\omega) = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{\omega_1}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2} + j \frac{\omega}{\omega_2}} \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_1}}, \quad \omega_1 = \frac{1}{\left(R - \frac{R_1 R_3}{R_2}\right) C_1} \quad \text{et} \quad \omega_2 = \frac{1}{(R + R_1) C_1}$$

Pour  $\omega \ll \omega_0$  et  $\omega \gg \omega_0$ ,  $|H(j\omega)| \rightarrow 1$ , pour  $\omega = \omega_0$ ,  $|H(j\omega_0)| = \frac{R - \frac{R_1 R_3}{R_2}}{R + R_1} < 1$

C'est donc un filtre réjecteur symétrique de gain unité, centré sur  $\omega_{rej} = \omega_0$  et de largeur relative de bande de réjection  $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \sqrt{\frac{C_1}{R_4 R_5 C_2}} (R_1 + R_4 + R_5)$ . L'évaluation des caractéristiques donnent :  $f_{rej} = 49.4 \text{ Hz}$  avec atténuation de  $1/201$  soit  $-46 \text{ dB}$ ,  $\Delta f = 209.6 \text{ Hz}$ ,  $Q = 0.236$ .

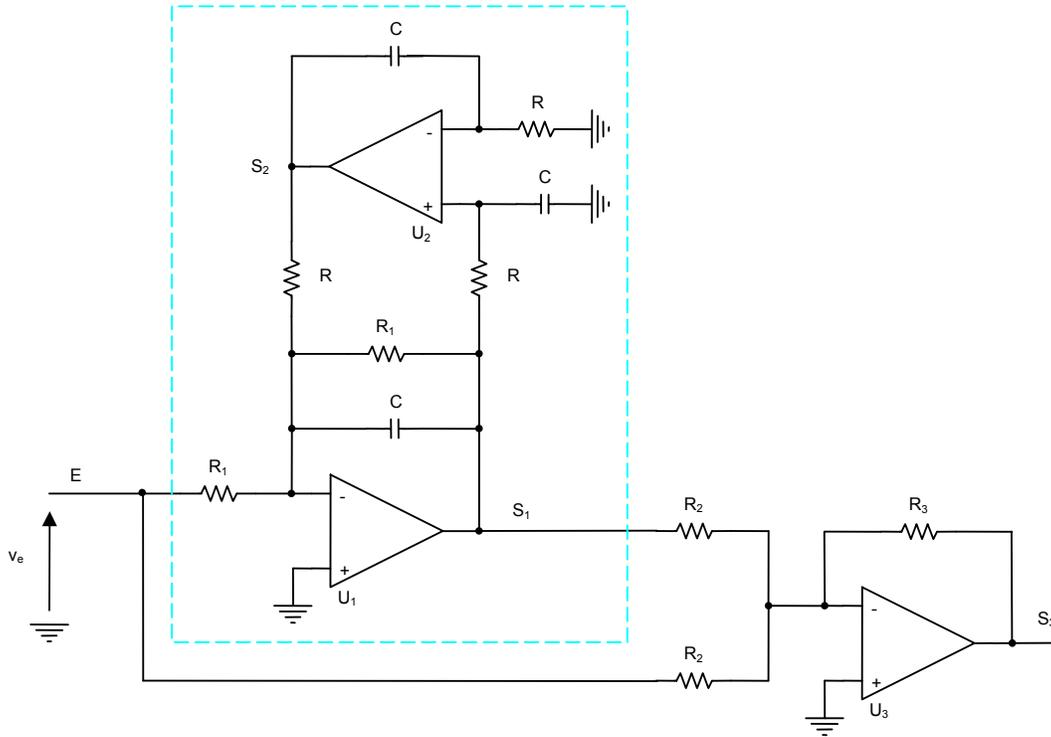
5. Tracés dans le plan de Bode

$$|H(j\omega)| = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_1^2}}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2}}} \text{ et } \arg[H(j\omega)] = \text{arctg} \frac{\frac{\omega}{\omega_2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} - \text{arctg} \frac{\frac{\omega}{\omega_1}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$



### Filtre réjecteur à variable d'état

L'étude porte sur le filtre représenté ci-dessous, utilisant trois amplificateurs de tension parfaits en régime linéaire.



L'étude de ce filtre s'effectuera en deux étapes : étude du sous-circuit encadré en pointillé, puis étude du circuit complet.

Etude du sous-circuit

1. Donnez l'écriture de la fonction de transfert  $H_1(p) = \frac{V_{S_1}(p)}{V_E(p)}$  en fonction des composants passifs.
2. Vu l'expression trouvée, précisez le type de filtre et écrivez les expressions des paramètres qui le caractérisent.

Etude du circuit complet

3. Donnez l'écriture de la fonction de transfert  $H(p) = \frac{V_{S_3}(p)}{V_E(p)}$  en fonction des composants passifs.
4. Précisez le type de filtre obtenu et écrivez les expressions des paramètres qui le caractérisent. Commentez ces résultats.
5. Citez les données manquantes que réclame le conditionnement du problème. Combien de valeurs arbitraires de composants passifs faut-il prendre si les caractéristiques réelles du filtre sont données (gain, ...).

## Corrigé

Etude du sous-circuit

### 1. Expression de la fonction de transfert $H_1(p)$

Le théorème de Millman appliqué aux nœuds A d'entrée des AOI donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = \frac{\frac{V_e(p)}{R_1} + V_{s_1}(p)\left(Cp + \frac{1}{R_1}\right) + \frac{V_{s_2}(p)}{R}}{\frac{2}{R_1} + \frac{1}{R} + Cp} \\ \frac{V_{s_2}(p)Cp}{\frac{1}{R} + Cp} = \frac{V_{s_1}(p)}{\frac{1}{R} + Cp} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{V_e(p)}{R_1} + V_{s_1}(p)\left(Cp + \frac{1}{R_1}\right) + \frac{V_{s_2}(p)}{R} = 0 \\ V_{s_2}(p) = \frac{V_{s_1}(p)}{RCp} \end{array} \right.$$

$$\frac{V_{s_1}(p)}{V_e(p)} = - \frac{\frac{R^2C}{R_1} p}{1 + \frac{R^2C}{R_1} p + R^2C^2 p^2}$$

### 2. Type et paramètres du filtre

Le type de filtre est un passe-bande de la forme  $H_1(p) = H_{0_1} \frac{\frac{2\zeta}{\omega_n} p}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$

avec  $H_{0_1} = -1$ ,  $\omega_n = \frac{1}{RC}$ ,  $Q = \frac{1}{2\zeta} = \frac{\omega_n}{\Delta\omega} = \frac{R_1}{R} \Rightarrow \Delta\omega = \frac{1}{R_1C}$

Etude du circuit complet

### 3. Expression de la fonction de transfert $H(p) = \frac{V_{s_3}(p)}{V_E(p)}$

Le montage sommateur inverseur donne :  $V_{s_3}(p) = -\frac{R_3}{R_2} [V_e(p) + V_{s_1}(p)] = -\frac{R_3}{R_2} [1 + H_1(p)]V_e(p)$

$$\frac{V_{s_3}(p)}{V_e(p)} = -\frac{R_3}{R_2} \frac{1 + R^2C^2 p^2}{1 + \frac{R^2C}{R_1} p + R^2C^2 p^2}$$

### 4. Type et paramètres du filtre

Le type de filtre est un passe-bande coupe-bande de la forme  $H(p) = H_0 \frac{1 + \frac{p^2}{\omega_n^2}}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$

avec  $H_0 = -\frac{R_3}{R_2}$ ,  $\omega_n = \frac{1}{RC} \equiv \omega_{rej}$ ,  $\Delta\omega = \frac{1}{R_1 C}$

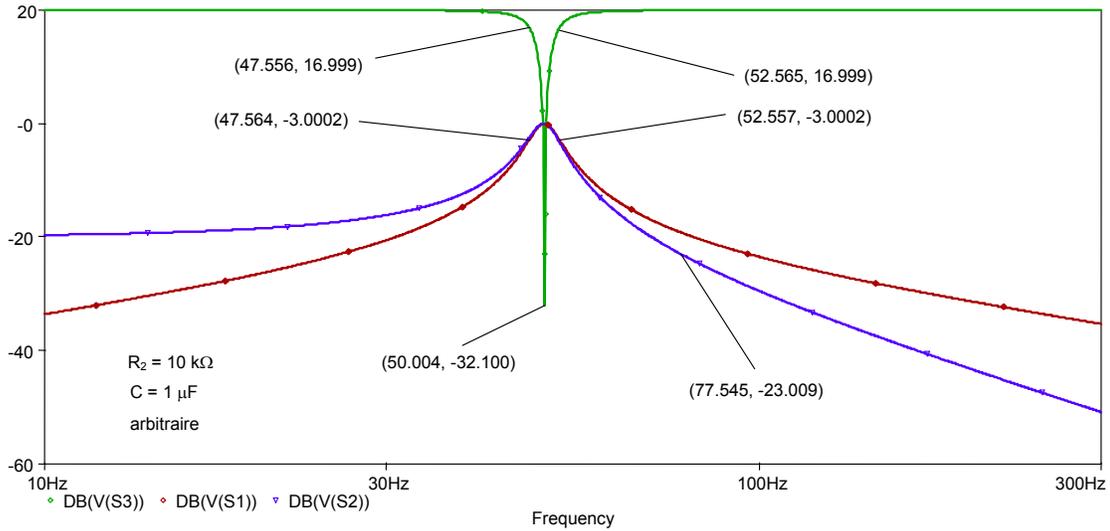
Le réglage de la fréquence de réjection et de la largeur de bande à - 3 dB peut être réalisé de façon indépendante par l'action sur l'ensemble des résistances  $R$  et  $R_1$  respectivement., la valeur du gain étant indépendante de ces paramètres.

5. Conditionnement du problème

Le conditionnement du problème demande de disposer d'autant d'équations que d'inconnues. Un bilan montre 3 équations écrites précédemment pour 8 inconnues  $R_1, R_2, R_3, R, C$  et  $H_0, \omega_n, \Delta\omega$ . Il est donc nécessaire d'introduire 5 données afin d'évaluer tous les composants du filtre.

Si les caractéristiques réelles du filtre sont données ( $H_0, \omega_n, \Delta\omega$ ), alors 2 valeurs de composants passifs seront prises de façon arbitraire.

Simulation

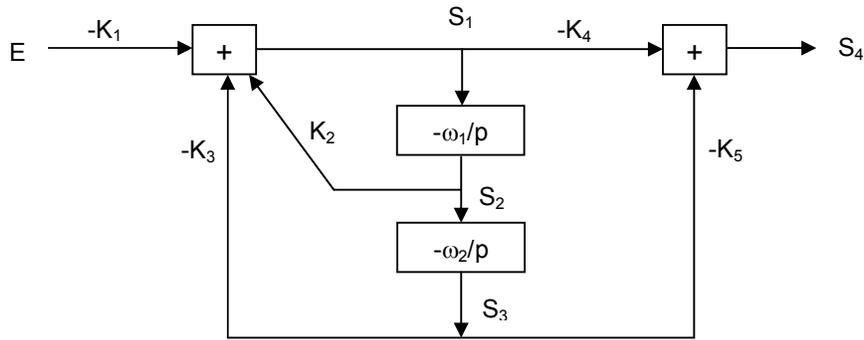


### Filtre universel

A partir du schéma de principe, on étudiera le filtre universel à quatre sorties qui met en œuvre un additionneur soustracteur, un additionneur et deux intégrateurs.

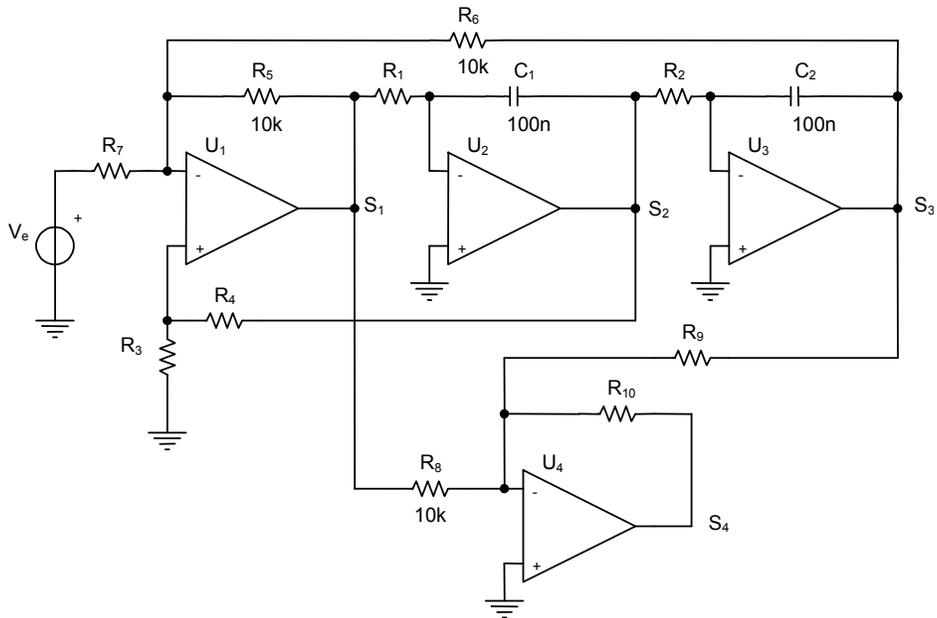
Le but est de réaliser un filtre réjecteur symétrique de gain unité, de fréquence de réjection 50 Hz, de largeur de bande 2.5 Hz à -3 dB et un filtre passe-bande de gain unité.

Schéma de principe



1. Ecrivez les équations issues du schéma.
2. Identifiez les fonctions de transfert écrites sous la forme canonique du second ordre et donnez les expressions de  $\zeta$  et  $\omega_n$ .

Réalisation du filtre



3. Identifiez les éléments du montage à ceux du schéma de principe.
4. Les deux intégrateurs étant identiques et l'influence des courants de polarisation sur la composante continue du signal de sortie de  $U_1$  étant minimisée, calculez les valeurs manquantes de résistances.

## Corrigé

Schéma de principe

1. Equations issues du schéma

$$V_{S_1}(p) = -K_1 V_E(p) + K_2 V_{S_2}(p) - K_3 V_{S_3}(p), \quad V_{S_2}(p) = -\frac{\omega_1}{p} V_{S_1}(p), \quad V_{S_3}(p) = -\frac{\omega_2}{p} V_{S_2}(p),$$

$$V_{S_4}(p) = -K_4 V_{S_1}(p) - K_5 V_{S_3}(p)$$

2. Identification des fonctions de transfert

$$\frac{V_{S_1}(p)}{V_E(p)} = -K_1 \frac{\frac{p^2}{\omega_n^2}}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + 1} \quad (\text{filtre passe-haut}), \quad \frac{V_{S_2}(p)}{V_E(p)} = \frac{K_1}{K_2} \frac{\frac{2\zeta}{\omega_n} p}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + 1} \quad (\text{filtre passe-bande})$$

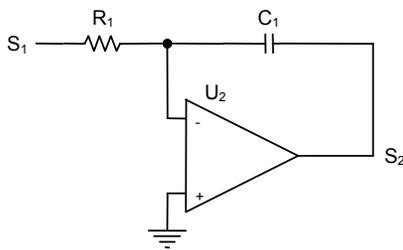
$$\frac{V_{S_3}(p)}{V_E(p)} = -\frac{K_1}{K_3} \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + 1} \quad (\text{filtre passe-bas}), \quad \frac{V_{S_4}(p)}{V_E(p)} = K_1 K_4 \frac{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{K_5}{K_3 K_4}}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + 1} \quad (\text{filtre réjecteur})$$

$$\text{avec } \omega_n = \sqrt{K_3 \omega_1 \omega_2} \quad \text{et} \quad \zeta = \frac{K_2}{2} \sqrt{\frac{\omega_1}{K_3 \omega_2}}$$

Réalisation du filtre

3. Identification des éléments

Intégrateurs : (montage inverseur)

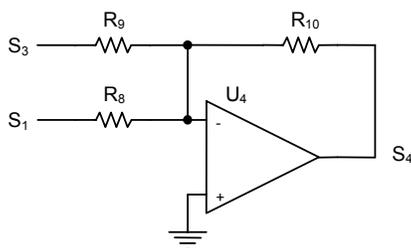


$$\frac{V_{S_2}(p)}{V_{S_1}(p)} = -\frac{Z(p)}{R_1}$$

$$V_{S_2}(p) = -\frac{1}{R_1 C_1 p} V_{S_1}(p) \quad (\text{idem pour } U_3)$$

$$\text{Identification} \rightarrow \omega_1 = \frac{1}{R_1 C_1}, \quad \omega_2 = \frac{1}{R_2 C_2}$$

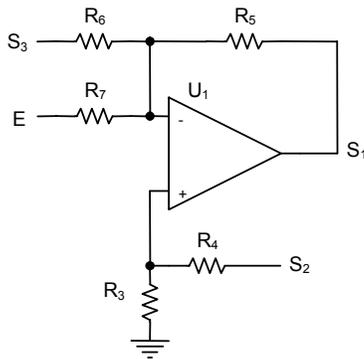
Additionneur : (montage inverseur et théorème de superposition)



$$V_{S_4}(p) = -\frac{R_{10}}{R_8} V_{S_1}(p) - \frac{R_{10}}{R_9} V_{S_3}(p)$$

$$\text{Identification} \rightarrow K_4 = \frac{R_{10}}{R_8}, \quad K_5 = \frac{R_{10}}{R_9}$$

Additionneur soustracteur : (théorème de superposition avec montage additionneur)



$$v_{S_2} = 0 \Rightarrow V_{S_1}(p) = -\frac{R_5}{R_7} V_E(p) - \frac{R_5}{R_6} V_{S_3}(p)$$

$$v_{S_3} = v_E = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\begin{cases} V^+(p) = \frac{R_3}{R_3 + R_4} V_{S_2}(p) \\ V^+(p) = V^-(p) \\ V^-(p) = \frac{R_6 \parallel R_7}{R_6 \parallel R_7 + R_5} V_{S_1}(p) \end{cases}$$

$$V_{S_1}(p) = \left(1 + \frac{R_5}{R_6} + \frac{R_5}{R_7}\right) \frac{R_3}{R_3 + R_4} V_{S_2}(p)$$

$$\text{soit } V_{S_1}(p) = \left(1 + \frac{R_5}{R_6} + \frac{R_5}{R_7}\right) \frac{R_3}{R_3 + R_4} V_{S_2}(p) - \frac{R_5}{R_7} V_E(p) - \frac{R_5}{R_6} V_{S_3}(p)$$

$$\text{Identification} \rightarrow K_1 = \frac{R_5}{R_7}, K_2 = \left(1 + \frac{R_5}{R_6} + \frac{R_5}{R_7}\right) \frac{R_3}{R_3 + R_4}, K_3 = \frac{R_5}{R_6}$$

#### 4. Calcul des composants

Le conditionnement du problème demande de disposer d'autant d'équations que d'inconnues. Un bilan montre 9 équations écrites précédemment pour 21 inconnues

$R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_8, R_9, R_{10}, C_1, C_2$  et  $\omega_n, \zeta, \omega_1, \omega_2, K_1, K_2, K_3, K_4, K_5$ .

Il est donc nécessaire d'introduire 12 données.

a. 5 données sont issues du cahier des charges

filtre réjecteur symétrique  $K_5 = K_3 K_4$ , de gain unité  $K_1 K_4 = 1$ , de fréquence de réjection

$\omega_{rej} = \omega_n = 100 \pi \text{ rad/s}$  et de largeur de bande relative à  $-3 \text{ dB}$   $2\zeta = \Delta\omega/\omega_n = 0.05$ ,

filtre passe-bande de gain unité  $K_1 = K_2$ ,

b. 2 données issues de relations entre composants passifs lors de la réalisation intégrateurs identiques  $\omega_1 = \omega_2$  ou  $R_1 C_1 = R_2 C_2$ ,

équilibrage statique de l'additionneur soustracteur  $R_5 \parallel R_6 \parallel R_7 = R_3 \parallel R_4$ ,

c. 5 données issues de valeurs de composants passifs prises de façon arbitraire

$R_5 = R_6 = R_8 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $C_1 = C_2 = 100 \text{ nF}$

La résolution du système linéaire fournit les valeurs

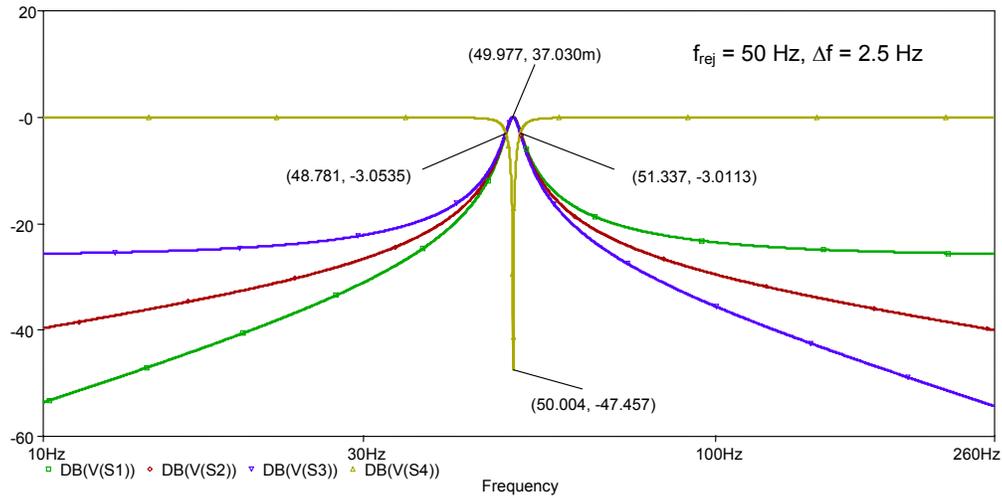
$R_1 = R_2$  ( $K_3 = 1$ ),  $R_7 = 20 R_5$  ( $K_1 = K_2 = 0.05$ ),  $R_3 \parallel R_4 = 10^3/0.205$ ,  $40 R_3 = R_4$ ,

$R_8 = R_9$ ,  $R_{10} = 20 R_8$  ( $K_4 = K_5 = 20$ )

soit  $R_1 = R_2 = 31831 \Omega$ ,  $R_3 = 5 \text{ k}\Omega$ ,  $R_4 = R_7 = R_{10} = 200 \text{ k}\Omega$ ,  $R_9 = 10 \text{ k}\Omega$ .

Ce filtre est utilisé en réjecteur de la fréquence parasite issue du secteur, mais la norme EDF donne  $50 \pm 0.5 \text{ Hz}$  (amenée ici à  $\pm 1.25 \text{ Hz}$ ). Si ces fluctuations amènent une atténuation insuffisante autour de la réjection, un filtre suiveur en fréquence, intégrant une boucle à verrouillage de phase, asservira la fréquence de réjection à la variation de la fréquence du secteur (voir cours « Boucles à verrouillage de phase »).

Pour une réalisation optimale, un circuit intégré quad (4 amplificateurs dans un même boîtier) doit être utilisé.

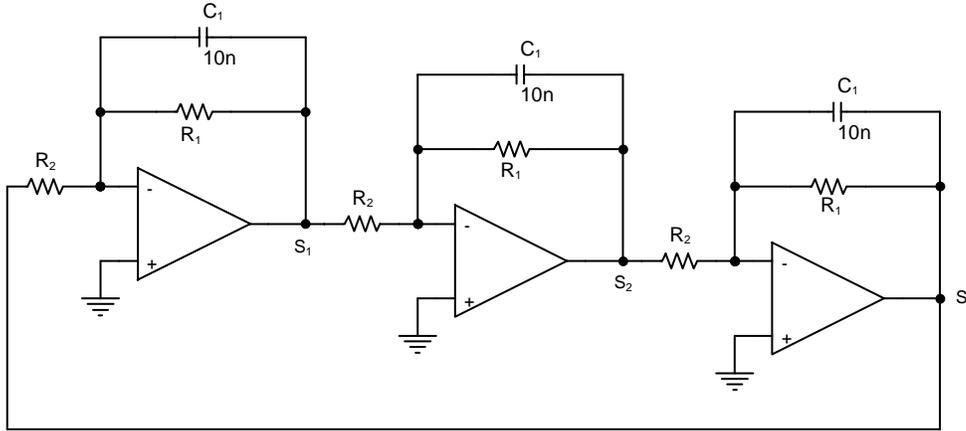


Remarques :

- Les filtres passe-bande et réjecteur possèdent un gain unité, les filtres passe-haut et passe-bas un gain de 0.05 (- 26 dB).
- Les quatre cellules composant le filtre présentent chacune une contre-réaction tension-courant qui justifie une très faible résistance de sortie (topologie parallèle), assurant ainsi une adaptation en tension (fonction de transfert globale égale au produit des fonctions de transfert élémentaires).
- La lecture du schéma électrique peut s'effectuer par le raisonnement suivant : les deux intégrateurs multiplient la fonction de transfert  $V_{S_1}(p)/V_E(p)$  (sortie de  $U_1$ ) par  $1/p$  (sortie de  $U_2$ ), puis par  $1/p$  (sortie de  $U_3$ ), ce qui implique respectivement que  $S_1$  est un passe-haut,  $S_2$  passe-bande,  $S_3$  passe-bas ; la somme des passe-haut et passe-bas produit le coupe-bande (sortie de  $U_4$ ).

### Oscillateur sinusoïdal triphasé

L'étude proposée concerne le circuit de la figure ci-dessous, utilisant des amplificateurs de tension supposés idéaux en régime dynamique faibles signaux.



1. Ecrivez l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte.
2. En boucle fermée et en régime sinusoïdal, déterminez la pulsation  $\omega_{osc}$  des oscillations et la condition d'entretien de celles-ci.
3. Evaluez les résistances pour que le système oscille à la fréquence de 1021 Hz.

### Corrigé

1. Expression de la fonction de transfert en boucle ouverte  $G(p)B'(p)$

Les trois étages sont des montages inverseurs  $G_i(p) = -\frac{Z(p)}{R_2}$  avec  $Z(p) = \frac{R_1}{1 + R_1 C_1 p}$

$$\text{d'où } G(p)B'(p) = \left(-\frac{R_1}{R_2}\right)^3 \frac{1}{\left(1 + \frac{p}{\omega_0}\right)^3} \quad \text{avec } \omega_0 = \frac{1}{R_1 C_1} \text{ et } B'(p) = 1 \text{ (retour unitaire)}$$

relation valable car les conditions d'adaptation en tension entre blocs sont respectées. En effet, la résistance de sortie du montage inverseur est très faible par rapport à sa résistance d'entrée (contre-réaction tension-courant).

2. Conditions d'oscillations

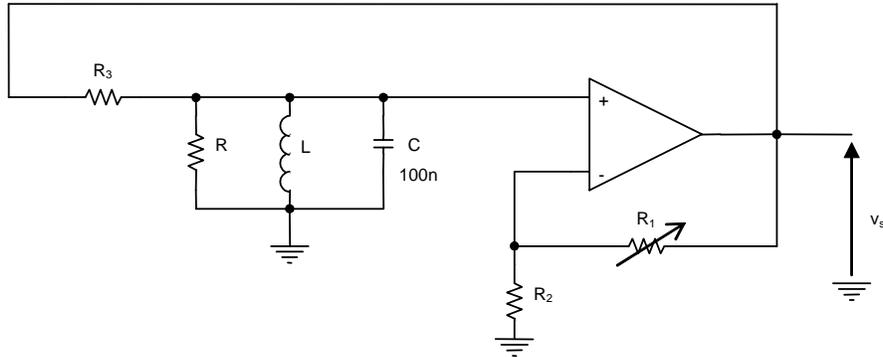
La boucle étant fermée et en régime établi,  $G(j\omega)B'(j\omega) = 1$ .

$$\left(-\frac{R_1}{R_2}\right)^3 \frac{1}{1 - 3\frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\frac{\omega}{\omega_0}\left(3 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)} = 1 \rightarrow \begin{cases} \text{Im}[G(j\omega)B'(j\omega)] = 0 \\ \text{Re}[G(j\omega)B'(j\omega)] = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_{osc} = \omega_0 \sqrt{3} \\ R_1 = 2R_2 \end{cases}$$

3. Evaluation des résistances  $R_1 = \frac{\sqrt{3}}{2\pi f_{osc} C_1} = 27 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 13.5 \text{ k}\Omega$ .

### Oscillateur à pont RLC

L'étude proposée concerne le circuit de la figure ci-dessous, utilisant un amplificateur de tension supposé idéal en régime dynamique faibles signaux.



1. Ecrivez la fonction de transfert  $B'(p)$  en tension du réseau passif.
2. Ecrivez le gain de l'amplificateur  $G$ .
3. En boucle fermée et en régime sinusoïdal, déterminez l'expression de la pulsation  $\omega_{osc}$  des oscillations du signal de sortie, ainsi que la condition sur les résistances.
4. La résistance  $R$  représentant les imperfections de l'inductance ( $R \gg R_3$ ), donnez le type de comportement du bloc amplificateur.
5. Donnez la valeur de l'inductance  $L$  pour obtenir un signal de sortie à la fréquence de 16 kHz.
6. Evaluez la résistance  $R_3$  de telle manière que  $\zeta = 0.5$  pour la fonction  $B'(p)$ .
7. Comment devez-vous faire varier  $R_1$  pour démarrer les oscillations ?

### Corrigé

1. Fonction de transfert  $B'(p)$  en tension du réseau passif

L'ensemble des éléments mis en parallèle conduit à une impédance

$$Z(p) = R // \frac{1}{Cp} // Lp = R // \frac{Lp}{LCp^2 + 1} = \frac{Lp}{LCp^2 + \frac{L}{R}p + 1}$$

La fonction de transfert en tension est fournie par le pont

$$B'(p) = \frac{Z(p)}{Z(p) + R_3} = \frac{\frac{L}{R_3}p}{LCp^2 + L\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_3}\right)p + 1}$$

2. Gain de l'amplificateur

L'amplificateur de tension étant idéal, sa bande passante est considérée comme infinie.

$$G(p) = 1 + \frac{R_1}{R_2} = G \quad (\text{amplificateur non inverseur de gain réel})$$

3. Conditions d'oscillations

La boucle étant fermée et en régime établi,  $GB'(j\omega) = 1$ , relation valable car les conditions d'adaptation en tension entre blocs sont respectées. En effet, la résistance d'entrée est infinie et résistance de sortie est nulle pour le bloc amplificateur idéal. Si l'amplificateur est réel, la contre-réaction tension-tension conduit à des résultats voisins.

$$GB'(j\omega) = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \frac{\frac{L\omega}{R_3}}{L\omega\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_3}\right) + j(LC\omega^2 - 1)} = 1 \rightarrow \begin{cases} \text{Im}[GB'(j\omega)] = 0 \\ \text{Re}[GB'(j\omega)] = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_{osc} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ 1 + \frac{R_1}{R_2} = 1 + \frac{R_3}{R} \end{cases}$$

4. Comportement du bloc amplificateur

Puisque  $R \gg R_3 \rightarrow G = 1 + \frac{R_1}{R_2} \cong 1$ .

L'amplificateur se comporte comme un suiveur de tension ( $R_2 \gg R_1$ ).

5. Evaluation de l'inductance

$$L = \frac{1}{(2\pi f_{osc})^2 C} \cong 0.99 \text{ mH}$$

6. Evaluation de la résistance  $R_3$

Pour  $R \gg R_3$ ,  $B'(p) \cong \frac{\frac{L}{R_3} p}{LCp^2 + \frac{L}{R_3} p + 1}$ . La relation nécessaire  $\frac{2\zeta}{\omega_n} = \frac{1}{Q\omega_n} = \frac{L}{R_3}$  est obtenue en

identifiant à la forme canonique du filtre passe-bande du second ordre, d'où  $R_3 \cong 99.5 \Omega$ .

7. Démarrage des oscillations

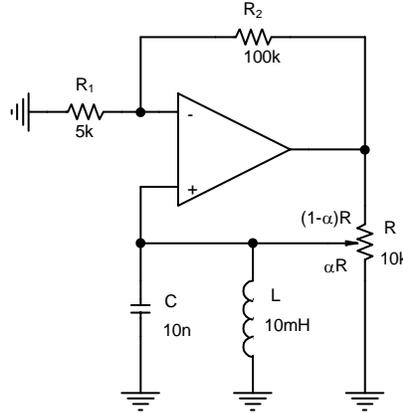
Il faut établir la condition  $|GB'(p)| > 1$  avec  $G = 1 + \frac{R_1}{R_2} = 1 + \varepsilon$ , c'est-à-dire donner à la résistance

$R_1$  une valeur relativement plus élevée que la valeur nominale, puis diminuer cette valeur jusqu'à l'obtention du régime sinusoïdal établi.

Ce montage est utilisé pour détecter la présence de matériaux magnétiques ou amagnétiques.

### Oscillateur à pont RLC avec potentiomètre

L'étude proposée concerne le circuit de la figure ci-dessous, utilisant un amplificateur de tension supposé idéal en régime dynamique faibles signaux.



Etude du régime dynamique (faibles signaux)

1. Ecrivez les fonctions de transfert en tension du réseau passif  $B'(p)$  et de l'amplificateur  $G$ .
2. Ecrivez les conditions d'oscillation.
3. Calculez la fréquence des oscillations et la position  $\alpha$  du potentiomètre pour laquelle le circuit oscille.

### Corrigé

1. Fonction de transfert  $B'(p)$  en tension du réseau passif

L'ensemble des éléments mis en parallèle conduit à une impédance

$$Z(p) = \alpha R // \frac{1}{Cp} // Lp = \alpha R // \frac{Lp}{LCp^2 + 1} = \frac{Lp}{LCp^2 + \frac{L}{\alpha R} p + 1}$$

La fonction de transfert en tension est fournie par le pont

$$B'(p) = \frac{Z(p)}{Z(p) + (1-\alpha)R} = \frac{\frac{L}{(1-\alpha)R} p}{LCp^2 + \frac{L}{\alpha(1-\alpha)R} p + 1}$$

L'amplificateur de tension étant idéal, sa bande passante est considérée comme infinie.

$$G(p) = 1 + \frac{R_2}{R_1} = G \quad (\text{amplificateur non inverseur de gain réel})$$

## 2. Conditions d'oscillations

La boucle étant fermée et en régime établi,  $GB'(j\omega) = 1$ , relation valable car les conditions d'adaptation en tension entre blocs sont respectées. En effet, la résistance d'entrée est infinie et résistance de sortie est nulle pour le bloc amplificateur idéal. Si l'amplificateur est réel, la contre-réaction tension-tension amène à des résultats voisins.

$$GB'(j\omega) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{\frac{L\omega}{(1-\alpha)R}}{\frac{L\omega}{\alpha(1-\alpha)R} + j(LC\omega^2 - 1)} = 1 \rightarrow \begin{cases} \text{Im}[GB'(j\omega)] = 0 \\ \text{Re}[GB'(j\omega)] = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} LC\omega^2 - 1 = 0 \\ \alpha \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 1 \end{cases}$$

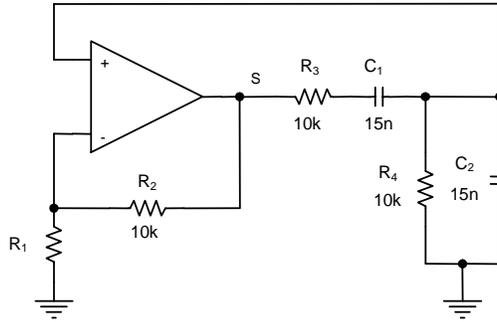
$$f_{\text{osc}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad \alpha = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

## 3. Application numérique

$$f_{\text{osc}} \cong 15.9 \text{ kHz}, \quad \alpha = 0.0476$$

### Oscillateur à pont de Wien

L'étude proposée concerne le circuit de la figure suivante, utilisant un amplificateur linéaire de tension supposé idéal.



Condition d'entretien des oscillations

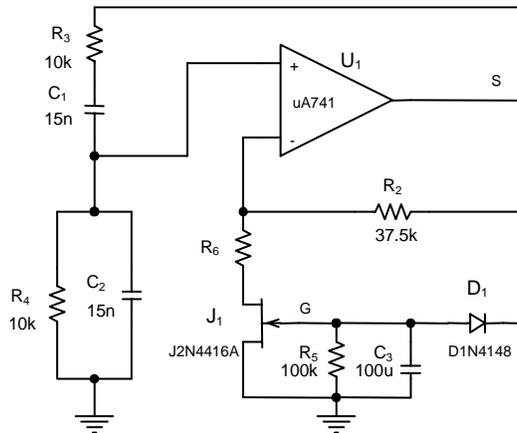
1. Ecrivez la fonction de transfert en boucle ouverte.
2. En boucle fermée, exprimez les conditions d'entretien d'oscillations sinusoïdales.
3. Donnez les règles de démarrage de l'oscillateur.
4. Calculez les valeurs de la fréquence  $f_{osc}$  des oscillations et de la résistance  $R_1$ .

Stabilisation de l'amplitude des oscillations par thermistance

La résistance  $R_2$  s'identifie à une thermistance à coefficient de température négatif telle que  $R_2 = R_0 - a v_{eff}^2$  avec  $R_0 = 11\text{ k}\Omega$ ,  $a = 10^3\ \Omega/V^2$  et  $v_{eff}^2$  la valeur quadratique moyenne de la tension aux bornes de  $R_2$ .

5. Vérifiez que la condition de démarrage est assurée.
6. Evaluez l'amplitude de la tension de sortie  $v_s$  en  $V_{pp}$ .

Stabilisation de l'amplitude des oscillations par résistance variable



La résistance variable est constituée d'un JFET travaillant dans sa zone ohmique et commandé en tension par un détecteur de crête, Dans ces conditions, la tension  $v_{ds}$  ne peut dépasser quelques

dizaines de  $mV_{pp}$ , ce qui explique la présence de la résistance série  $R_6$  sur le schéma électrique. Le transistor possède les caractéristiques  $I_{DSS} = 14 \text{ mA}$ ,  $V_P = -4 \text{ V}$ .

7. Donnez l'expression de la résistance  $R_{DS}$  du transistor.
8. Ecrivez l'expression de  $R_2$  en fonction de  $R_{DS}$ ,  $v_s$  et  $v_{ds}$ , puis l'expression de  $R_6$ .
9. La diode possédant une tension de seuil  $V_0$ , écrivez l'expression de  $V_{GS}$  en fonction de  $V_0$ ,  $v_{ds}$  et  $R_2$ .
10. Évaluez  $R_{ON}$ ,  $V_{GS}$ ,  $v_s$ ,  $R_{DS}$  et  $R_6$  en prenant  $v_{ds} = 80 \text{ mV}_{pp}$  et  $V_0 = 0.6 \text{ V}$ .
11. Vérifiez que la condition de démarrage est assurée.

## Corrigé

Condition d'entretien des oscillations

1. Fonction de transfert en boucle ouverte

Amplificateur non inverseur :  $G(p) = 1 + \frac{R_2}{R_1}$  (gain constant car amplificateur idéal)

Réseau sélectif :  $B'(p) = \frac{RCp}{R^2C^2p^2 + 3RCp + 1}$  avec  $R = R_3 = R_4$  et  $C = C_1 = C_2$

filtre de type passe-bande de la forme  $B'_0 \frac{\frac{2\zeta}{\omega_n} p}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + 1}$  et de caractéristiques

$$B'_0 = \frac{1}{3}, \quad \omega_n = \frac{1}{RC}, \quad \frac{\Delta\omega}{\omega_n} = \frac{1}{Q} = 2\zeta = 3, \quad \text{d'où } G(p)B'(p) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{3 + \frac{p}{\omega_n} + \frac{\omega_n}{p}}$$

relation valable car les conditions d'adaptation en tension entre blocs sont respectées. En effet, la résistance d'entrée est infinie et résistance de sortie est nulle pour le bloc amplificateur idéal. Si l'amplificateur est réel, la contre-réaction tension-tension conduit à des résultats voisins. Cependant, le gain peut ne plus être considéré comme constant si la fréquence de l'oscillateur n'est pas faible par rapport à la bande passante de l'amplificateur.

2. Conditions d'oscillations

$$\text{En boucle fermée et en régime établi, } G(j\omega)B'(j\omega) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{3 - j\left(\frac{\omega_n}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_n}\right)} = 1$$

$$\text{Conditions de Barkhausen } \rightarrow \begin{cases} \text{Im}[G(j\omega)B'(j\omega)] = 0 \\ \text{Re}[G(j\omega)B'(j\omega)] = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_{osc} = \omega_n \\ R_2 = 2R_1 \end{cases}$$

3. Condition de démarrage

$$1 + \frac{R_2}{R_1} > 3 \quad \text{soit } R_2 \text{ supérieure à sa valeur nominale ou } R_1 \text{ inférieure à sa valeur nominale.}$$

4. Application  $f_{osc} = \frac{1}{2\pi RC} \cong 1061 \text{ Hz}$ ,  $R_1 = 5 \text{ k}\Omega$

Stabilisation de l'amplitude des oscillations par thermistance

5. Condition de démarrage

Le démarrage est assuré car  $1 + \frac{R_0}{R_1} > 3$  avec l'alimentation éteinte. Une fois l'alimentation allumée, la tension aux bornes de la thermistance augmente jusqu'à ce que sa valeur ohmique diminue et se stabilise à  $R_2 = 2R_1$ .

6. Amplitude de la tension de sortie

$$v_{eff} = \sqrt{\frac{R_0 - R_2}{a}} = 1 V_{eff} \Rightarrow v_s = 3\sqrt{2} v_{eff} \cong 4.24 V_{pp}$$

Stabilisation de l'amplitude des oscillations par résistance variable

7. Expression de la résistance dynamique du JFET

$$R_{DS} \cong \frac{R_{ON}}{1 - \frac{V_{GS}}{V_P}} \text{ avec } R_{ON} \cong \frac{-V_P}{I_{DSS}} \text{ (à partir d'une caractéristique de transfert « stylisée » du JFET)}$$

8. Expressions des résistances  $R_2$  et  $R_3$

Condition d'oscillations :  $R_2 = 2(R_6 + R_{DS})$  car  $R_6 + R_{DS}$  s'identifie à  $R_1$  des études précédentes

$$\text{Pont de résistances : } v_{ds} = \frac{R_{DS}}{R_{DS} + R_6 + R_2} v_s$$

$$\text{d'où } R_2 = \frac{2R_{DS}}{3} \frac{v_s}{v_{ds}} \text{ et } R_6 = \frac{R_2}{2} - R_{DS}$$

9. Expression de la tension de grille

Le redressement de l'alternance négative du signal sinusoïdal de sortie s'effectue en détection crête puisque  $R_5 C_3 \gg T_{osc}$ , d'où  $v_{spp} = 2(V_0 - V_{GS})$  en tenant compte du seuil de conduction de la diode.

$$V_{GS} = -\frac{1 - \alpha V_0}{\alpha - \frac{1}{V_P}} \text{ avec } \alpha = \frac{4R_{ON}}{3R_2 v_{ds}} \text{ (tension continue négative de commande du JFET canal N).}$$

10. Application

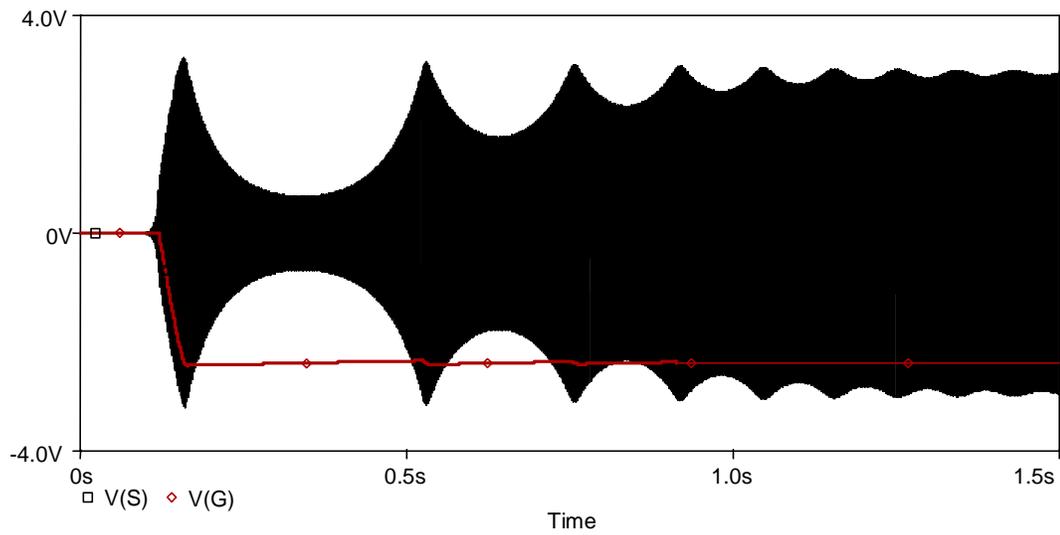
$$R_{ON} \cong 286 \Omega, V_{GS} \cong -2.45 \text{ V}, v_s \cong 6.1 V_{pp}, R_{DS} \cong 738 \Omega \text{ et } R_6 \cong 18 \text{ k}\Omega.$$

11. Condition de démarrage

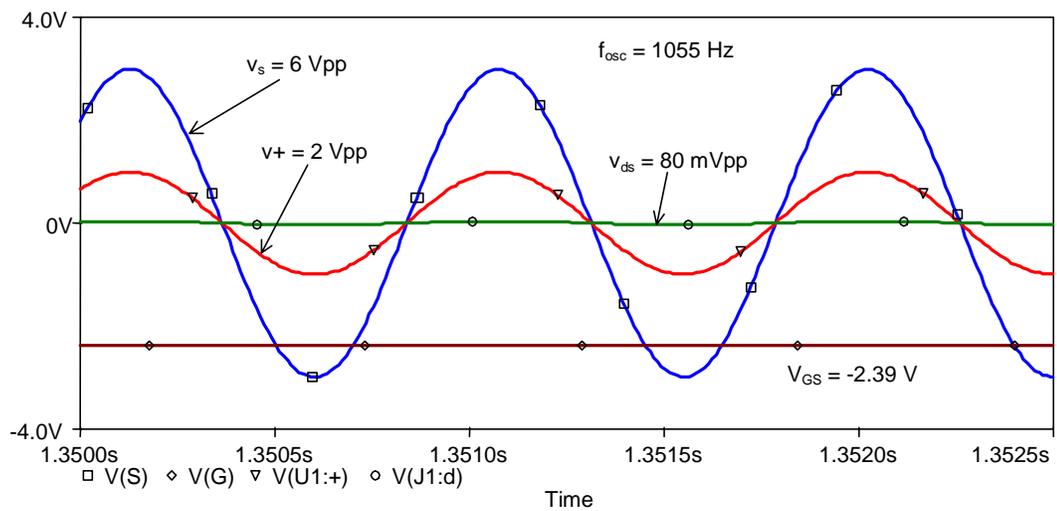
Le démarrage est assuré car  $1 + \frac{R_2}{R_6 + R_{ON}} > 3$  avec l'alimentation éteinte ( $V_{GS} = 0$ ). A la mise sous tension du montage, la valeur de  $R_{DS}$  augmente et se stabilise pour vérifier l'égalité  $R_2 = 2(R_6 + R_{DS})$ .

Simulation du circuit

Démarrage de l'oscillateur

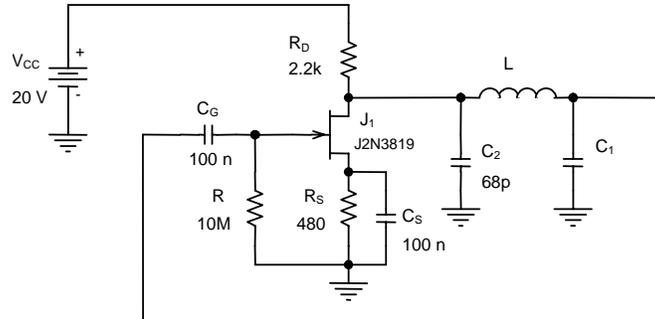


Régime permanent



## Oscillateur Colpitts

L'étude proposée concerne le circuit de la figure ci-dessous, le transistor JFET possédant les caractéristiques constructeur  $I_{DSS} = 8 \text{ mA}$ ,  $V_P = -4 \text{ V}$ .



Etude du régime continu

- Déterminez les variables de polarisation.

Etude du régime dynamique aux faibles signaux

- Déduisez le paramètre  $g_m$  de l'étude précédente ( $r_{ds} = \infty$ ,  $C_{gs}$ ,  $C_{gd}$  négligées).
- En boucle ouverte, écrivez l'expression de la fonction de transfert en tension.
- En boucle fermée et en régime sinusoïdal, écrivez les équations donnant les conditions d'entretien des oscillations.
- Calculez les valeurs manquantes des composants du filtre afin de générer un signal sinusoïdal à la fréquence de 3 MHz.
- Effectuez l'étude de la fonction de transfert en tension du circuit en boucle ouverte. Tracez la réponse en fréquence dans le plan de Bode et interprétez les résultats.

## Corrigé

Etude du régime continu

- Etude statique

$$\begin{cases} V_{CC} = (R_D + R_S)I_D + V_{DS} \\ V_{GS} = -R_S I_D \end{cases} \text{ et } I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2 \Rightarrow \frac{V_{GS}^2}{V_P^2} + \left(\frac{1}{I_{DSS} R_S} - \frac{2}{V_P}\right) V_{GS} + 1 = 0$$

$$V_{GS_0} = -1.5 \text{ V } (V_P < V_{GS_0} < 0), I_{D_0} = \frac{-V_{GS_0}}{R_S} = 3.125 \text{ mA}, V_{DS_0} = V_{CC} - (R_D + R_S)I_{D_0} \cong 11.6 \text{ V}$$

Etude du régime dynamique aux faibles signaux

- Pente du JFET  $g_m = -\frac{2}{V_P} \sqrt{I_{D_0} I_{DSS}} \cong 2.5 \text{ mA/V}$
- Etude en boucle ouverte

Les condensateurs de liaison et de découplage  $C_G$  et  $C_S$  sont assimilés à des court-circuits à la fréquence de travail de l'oscillateur.

$$V_s(p) = -g_m V_{gs}(p) [R_D // Z_{C_2} // (Z_L + Z_{C_1})] = -g_m V_{gs}(p) \left[ R_D // \frac{Z_{C_2} (Z_L + Z_{C_1})}{Z_{C_2} + Z_L + Z_{C_1}} \right]$$

avec  $Z_{C_1} = \frac{1}{C_1 p}$ ,  $Z_{C_2} = \frac{1}{C_2 p}$ ,  $Z_L = Lp$

$$\frac{V_s(p)}{V_{gs}(p)} = -g_m R_D \frac{Z_{C_2} (Z_L + Z_{C_1})}{R_D (Z_{C_2} + Z_L + Z_{C_1}) + Z_{C_2} (Z_L + Z_{C_1})} \quad \text{et} \quad \frac{V(p)}{V_s(p)} = \frac{Z_{C_1}}{Z_L + Z_{C_1}}$$

$$\frac{V(p)}{V_{gs}(p)} = -g_m R_D \frac{Z_{C_1} Z_{C_2}}{R_D (Z_{C_2} + Z_L + Z_{C_1}) + Z_{C_2} (Z_L + Z_{C_1})}$$

#### 4. Etude en boucle fermée et en régime établi ( $p = j\omega$ )

En refermant la boucle, le filtre charge sur la résistance  $R$  de valeur très importante devant celle de la réactance du condensateur  $C_1$  à la fréquence d'oscillation ( $\frac{1}{C_1 \omega_{osc}} \ll 10 \text{ M}\Omega$ ). Ainsi,

$$V(p) = V_{gs}(p) \quad \text{et} \quad -g_m R_D \frac{Z_{C_1} Z_{C_2}}{R_D (Z_{C_2} + Z_L + Z_{C_1}) + Z_{C_2} (Z_L + Z_{C_1})} = 1.$$

L'équation complexe  $-g_m R_D Z_{C_1} Z_{C_2} = R_D (Z_{C_2} + Z_L + Z_{C_1}) + Z_{C_2} (Z_L + Z_{C_1})$  présentant des termes imaginaires purs (réactances  $Z_{C_1} = \frac{1}{jC_1 \omega}$ ,  $Z_{C_2} = \frac{1}{jC_2 \omega}$ ,  $Z_L = jL\omega$ ), se décompose en deux équations

$$\begin{cases} \frac{g_m R_D}{C_1 C_2 \omega^2} = \frac{1}{C_2 \omega} \left( L\omega - \frac{1}{C_1 \omega} \right) & \text{(partie réelle)} \\ R_D \left( L\omega - \frac{1}{C_1 \omega} - \frac{1}{C_2 \omega} \right) = 0 & \text{(partie imaginaire)} \end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} g_m R_D + 1 = LC_1 \omega^2 \\ L\omega^2 = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} g_m R_D = \frac{C_1}{C_2} \\ \omega = \frac{1}{\sqrt{L \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}} \end{cases}$$

#### 5. Evaluation des composants de l'oscillateur

Le système d'équations à deux inconnues conduit aux conditions d'oscillations. Dans le cas présent, les inconnues sont  $L$  et  $C_1$ .

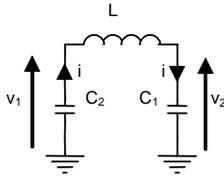
$$C_1 = g_m R_D C_2 \cong 374 \text{ pF} \quad \text{et} \quad L = \frac{1}{\omega^2} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \cong 49 \text{ }\mu\text{H}.$$

Notons que la fréquence des oscillations s'écrit  $f_{osc} = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$  avec  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$  (mise en série).

Ainsi, la self voit à ses bornes un condensateur équivalent, ce qui conduit à l'expression de la fréquence  $f_{osc}$ .

A partir de l'interprétation d'un circuit  $LC$  parfait, initialement condensateur chargé et courant dans la boucle nul, la décharge du condensateur induit un courant dans le circuit magnétisant alors la self. L'énergie électrostatique du condensateur est convertie en énergie magnétique dans la self.

La self magnétisée et le condensateur déchargé, le courant s'inverse et l'échange d'énergie a lieu dans l'autre sens pour revenir à l'état initial. La pulsation d'oscillation est  $\omega_{osc} = 1/\sqrt{LC}$ .

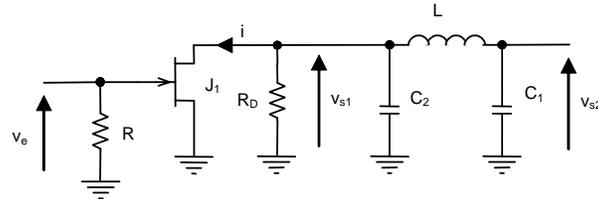


Si la capacité  $C$  est équivalente à deux capacités dont le point commun est la masse, un même courant circule alternativement de  $C_1$  vers  $C_2$ , chargeant un condensateur et déchargeant l'autre, et inversement. Les tensions aux bornes des condensateurs sont donc en opposition de phase et le rapport des tensions est égal à l'inverse du rapport des capacités, soit

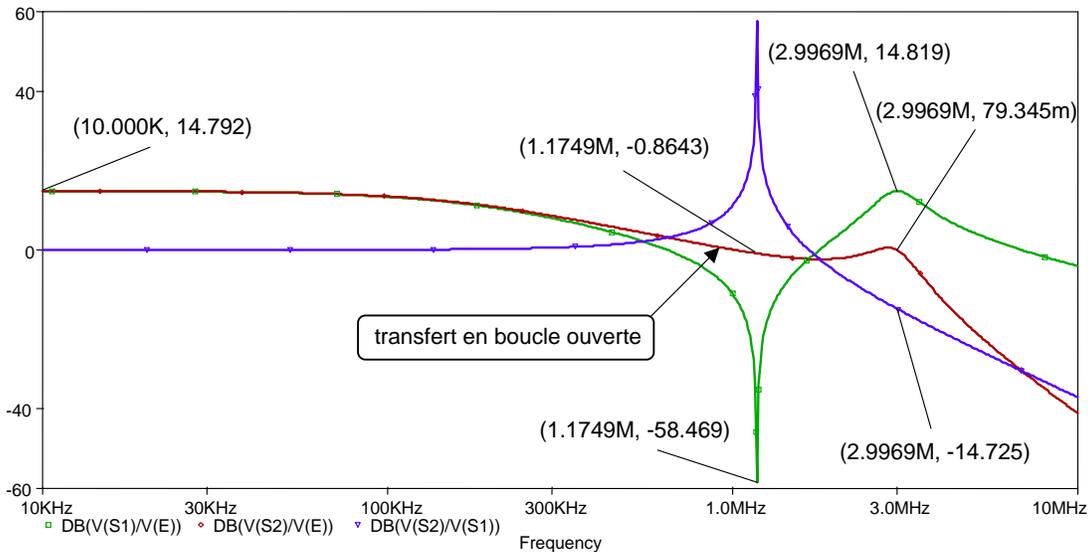
$$v_1 = -\frac{1}{j\omega_{osc} C_2} i \text{ et } v_2 = \frac{1}{j\omega_{osc} C_1} i \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = -\frac{C_2}{C_1}.$$

En pratique, le réseau  $LC$  entre en résonance à sa fréquence propre  $f_{osc}$ , alimenté par un amplificateur inverseur de gain en tension  $A_v = -C_1/C_2$  pour satisfaire les conditions de Barkhausen respectivement  $arg[G(j\omega)] + arg[B'(j\omega)] = 0 + 2k\pi$  et  $|G(j\omega)B'(j\omega)| = 1$ .

6. Etude de tracés dans le diagramme de Bode en boucle ouverte



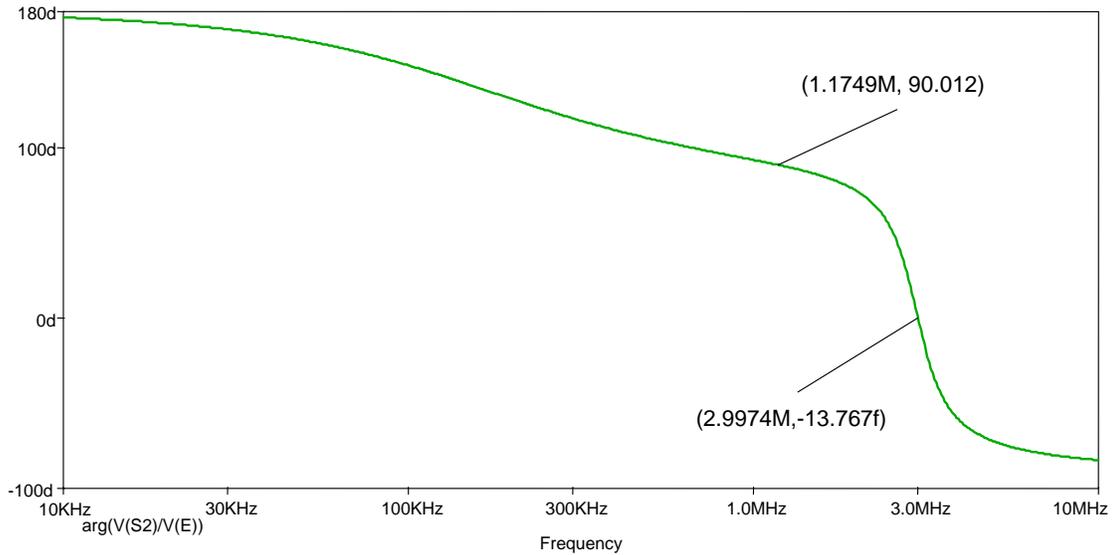
Une tension sinusoïdale  $v_e$  est appliquée à la grille du JFET. Le transistor est une source de courant commandée par la tension d'entrée et d'expression  $i = g_m v_e$ . Il n'est pas nécessaire de charger la sortie du réseau  $LC$  par l'impédance d'entrée de l'amplificateur puisque cette dernière est de valeur très élevée ( $R = 10 \text{ M}\Omega$ ).



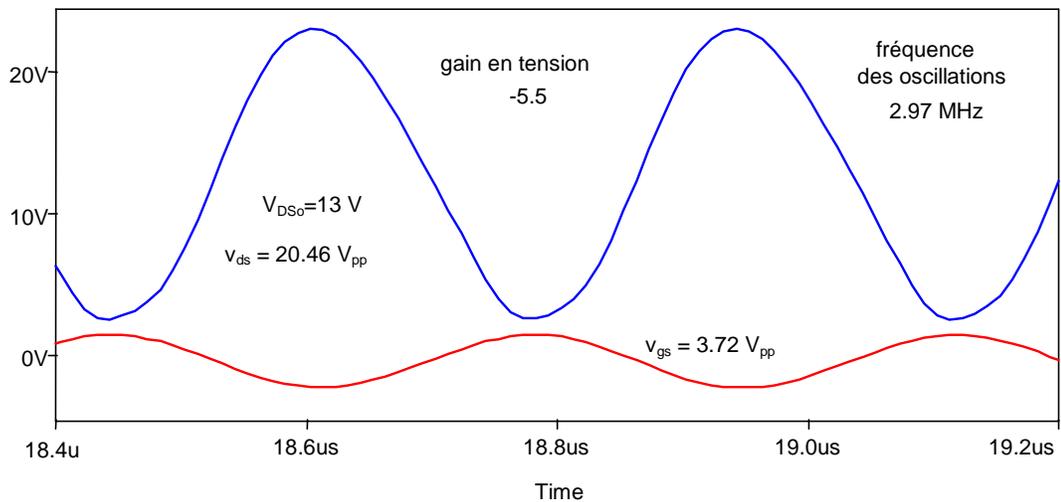
Les tracés des modules montrent qu'à la fréquence d'oscillation prévue (3 MHz), le gain de la boucle ouverte est de 1 (0 dB), ce qui est prouvé par le gain de l'amplificateur et l'atténuation du réseau LC de valeurs respectives

$$v_{s_1}/v_e = -A_v \cong -5.5 \text{ (14.8 dB)} \text{ et } v_{s_2}/v_{s_1} = -C_2/C_1 = -1/A_v \cong -0.1818 \text{ (-14.8 dB)}.$$

Le diagramme de Bode de la phase en boucle ouverte montre une phase nulle à la fréquence d'oscillation prévue, puisque  $v_{s_2}/v_e = 1$ .



Une simulation avec un JFET 2N3819 montre l'analyse transitoire de l'oscillateur en régime permanent vérifiant que les deux tensions en entrée et sortie du réseau LC sont en opposition de phase et que l'atténuation du pont est toujours  $3.72/20.46 \cong 0.1818$ .



Le réseau sélectif permet d'obtenir un déphasage de 180°. Si l'amplificateur compense l'atténuation introduite par le réseau passif et induit lui-même un déphasage de -180° (amplificateur inverseur), le gain en boucle ouverte vérifiera les conditions d'oscillations.

## Interprétation analytique

L'impédance en parallèle sur la résistance  $R_D$  et les transferts en tension s'écrivent

$$Z(j\omega) = \frac{\left(jL\omega + \frac{1}{jC_1\omega}\right) \frac{1}{jC_2\omega}}{jL\omega + \frac{1}{jC_1\omega} + \frac{1}{jC_2\omega}}$$

$$\frac{V_{s_1}(j\omega)}{V_e(j\omega)} = -g_m(R_D // Z(j\omega)), \quad \frac{V_{s_2}(j\omega)}{V_{s_1}(j\omega)} = \frac{1}{jL\omega + \frac{1}{jC_1\omega}}, \quad \frac{V_{s_2}(j\omega)}{V_e(j\omega)} = \frac{V_{s_2}(j\omega)}{V_{s_1}(j\omega)} \frac{V_{s_1}(j\omega)}{V_e(j\omega)}$$

Pour  $\omega \rightarrow 0$ ,  $Z(j\omega) \rightarrow \infty$ ,  $\frac{V_{s_1}(j\omega)}{V_e(j\omega)} \rightarrow -g_m R_D$ ,  $\frac{V_{s_2}(j\omega)}{V_{s_1}(j\omega)} \rightarrow 1$ ,  $\frac{V_{s_2}(j\omega)}{V_e(j\omega)} \rightarrow -g_m R_D$  (+14.8 dB, 180°)

Pour  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC_1}}$  ( $f \cong 1.175$  MHz)  $\Rightarrow Z(j\omega) = 0$ ,

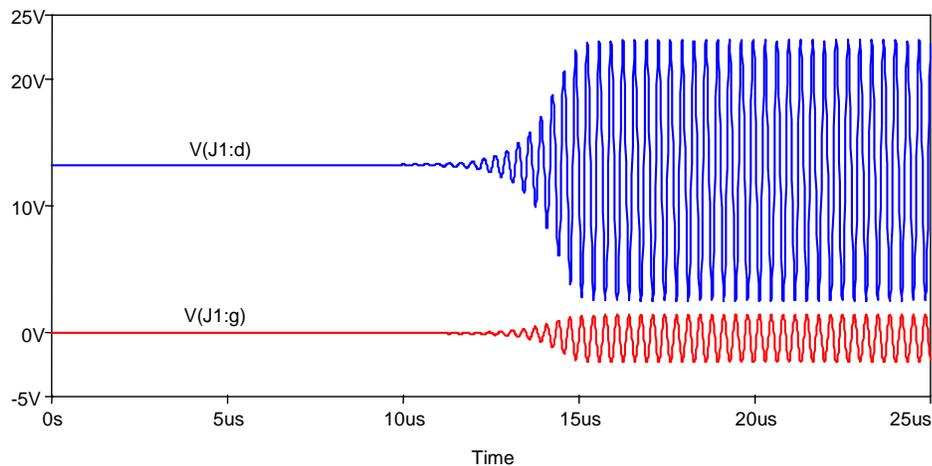
$$\frac{V_{s_1}(j\omega)}{V_e(j\omega)} = 0, \quad \frac{V_{s_2}(j\omega)}{V_{s_1}(j\omega)} \rightarrow \infty, \quad \frac{V_{s_2}(j\omega)}{V_e(j\omega)} = jg_m \sqrt{\frac{L}{C_1}} \cong j0.905 \quad (-0.864 \text{ dB}, 90^\circ)$$

Pour  $\omega = \omega_{osc} = \sqrt{\frac{1}{L\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)}}$  ( $f \cong 3$  MHz)  $\Rightarrow Z(j\omega) \rightarrow \infty$ ,

$$\frac{V_{s_1}(j\omega)}{V_e(j\omega)} = -g_m R_D, \quad \frac{V_{s_2}(j\omega)}{V_{s_1}(j\omega)} = -\frac{C_2}{C_1}, \quad \frac{V_{s_2}(j\omega)}{V_e(j\omega)} = 1 \quad (0 \text{ dB}, 0^\circ)$$

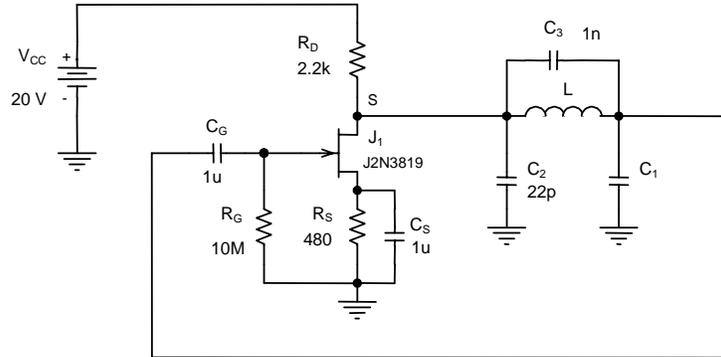
Pour  $\omega \rightarrow \infty$ ,  $Z(j\omega) \rightarrow \frac{1}{jC_2\omega}$ ,  $\frac{V_{s_1}(j\omega)}{V_e(j\omega)} \rightarrow 0$ ,  $\frac{V_{s_2}(j\omega)}{V_{s_1}(j\omega)} \rightarrow \frac{1}{jL\omega} \cong 0$ ,  $\frac{V_{s_2}(j\omega)}{V_e(j\omega)} \rightarrow -j \frac{g_m}{LC_1 C_2 \omega^3} \cong 0$   
 ( $-\infty$  dB,  $-90^\circ$ )

## Démarrage de l'oscillateur



### Oscillateur Colpitts (variante)

Une étude dynamique aux faibles signaux est proposée ici, concernant le circuit de la figure ci-dessous. Les paramètres du modèle transistor JFET sont  $g_m = 2.5 \text{ mA/V}$ ,  $r_{ds}$ ,  $C_{gs}$  et  $C_{gd}$  négligeables.



1. Ecrivez les équations donnant les conditions d'entretien des oscillations.
2. Evaluez les autres composants ( $C_1$ ,  $L$ ) du filtre afin de générer un signal sinusoïdal à la fréquence de 1 MHz.
3. Quel est l'intérêt de ce montage par rapport au montage Colpitts classique ?

### Corrigé

1. Conditions d'entretien des oscillations

$$\begin{cases} g_m R_D = \frac{C_1}{C_2} \\ \omega = \frac{1}{\sqrt{L \left( C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right)}} \end{cases}$$

Ici aussi, la self voit à ses bornes un condensateur équivalent de capacité  $C$  égale à  $C_3$  en parallèle sur  $C_1$  en série avec  $C_2$ , ce qui conduit à l'expression de la fréquence  $f_{osc}$ . Le rapport des tensions sur le réseau  $LC$  est encore  $-C_2/C_1$ , ce qui nécessite un gain de l'amplificateur  $A_v = -C_1/C_2$  pour satisfaire les conditions de Barkhausen.

2. Evaluation des composants de l'oscillateur

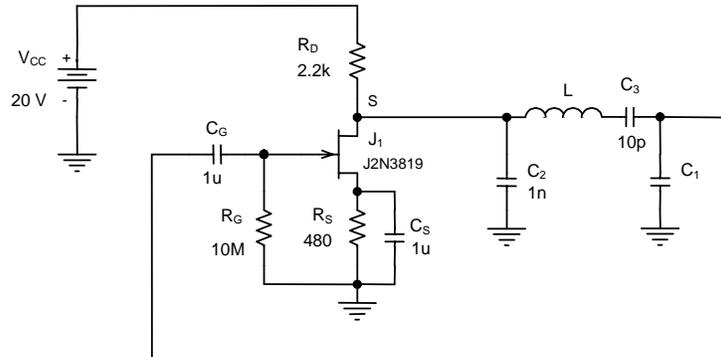
$$C_1 = g_m R_D C_2 \cong 121 \text{ pF} \quad \text{et} \quad L = \frac{1}{\omega^2 \left( C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right)} \cong \frac{1}{\omega^2 C_3} \cong 25 \text{ } \mu\text{H}.$$

3. Intérêt du montage

La relation donnant la pulsation des oscillations laisse apparaître au niveau numérique que  $C_3 \gg \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ , ce qui implique que  $\omega_{osc}$  peut varier uniquement en fonction de  $C_3$ .

## Oscillateur Clapp

Une étude dynamique aux faibles signaux est proposée ici, concernant le circuit de la figure ci-dessous. Les paramètres du modèle transistor JFET sont  $g_m = 2.5 \text{ mA/V}$ ,  $r_{ds}$ ,  $C_{gs}$  et  $C_{gd}$  négligeables.



1. Ecrivez les équations donnant les conditions d'entretien des oscillations.
2. Evaluez les autres composants ( $C_3, L$ ) du filtre afin de générer un signal sinusoïdal à la fréquence de 5 MHz.
3. Quel est l'intérêt de ce montage ?

## Corrigé

1. Conditions d'entretien des oscillations

$$\begin{cases} g_m R_D = \frac{C_1}{C_2} \\ \omega = \frac{1}{\sqrt{L \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)}} \end{cases}$$

Ici aussi, la self voit à ses bornes un condensateur équivalent de capacité  $C$  égale à  $C_1, C_2$  et  $C_3$  en série, ce qui conduit à l'expression de la fréquence  $f_{osc}$ . Le rapport des tensions sur le réseau  $LC$  est encore  $-C_2/C_1$ , ce qui nécessite un gain de l'amplificateur  $A_v = -C_1/C_2$  pour satisfaire les conditions de Barkhausen.

2. Evaluation des composants de l'oscillateur

$$C_1 = g_m R_D C_2 \cong 5.5 \text{ nF} \quad \text{et} \quad L \cong \frac{1}{\omega^2 C_3} \cong 100 \text{ } \mu\text{H} \quad \text{car} \quad \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \cong \frac{1}{C_3} \quad \text{et} \quad \omega_{osc} \cong \frac{1}{\sqrt{LC_3}}$$

3. Intérêt du montage

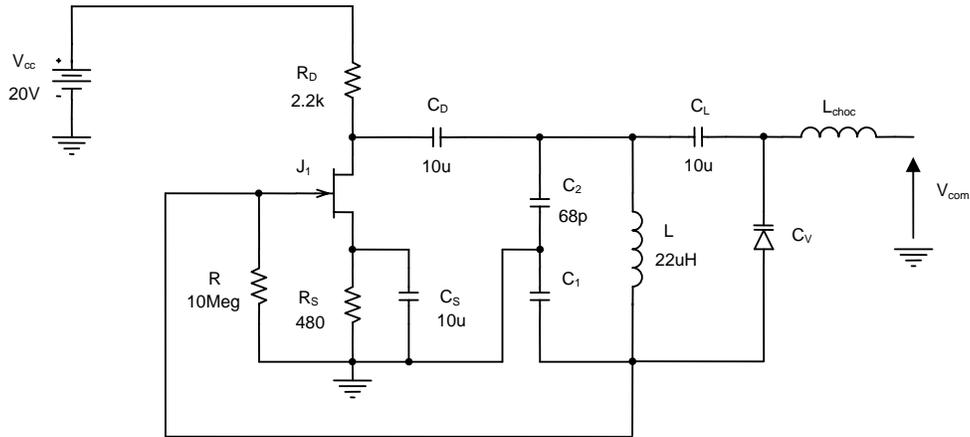
La relation donnant la pulsation des oscillations laisse apparaître au niveau numérique que  $C_1$  et  $C_2 \gg C_3$ , ce qui implique que  $\omega_{osc}$  peut varier uniquement en fonction de  $C_3$ . De cette façon, la fréquence des oscillations est très peu dépendante des impédances d'entrée ( $\frac{1}{C_1 \omega_{osc}} \ll R_G$ ) et

de sortie ( $\frac{1}{C_2 \omega_{osc}} \ll R_D$ ) de l'amplificateur, surtout avec un bipolaire.

### Oscillateur Colpitts contrôlé en tension (VCO) à JFET source commune

L'étude proposée concerne le circuit de la figure ci-dessous, le transistor JFET possédant les caractéristiques constructeur  $I_{DSS} = 8 \text{ mA}$ ,  $V_P = -4 \text{ V}$ .

La capacité  $C_V$  de la diode varicap est comprise entre 2 et 10 pF pour une tension de polarisation de 0.5 à 5 V.



#### Compréhension du schéma

1. Donnez une description précise du circuit.

#### Etude en régime continu

2. Dessinez le schéma et évaluez les variables de polarisation. Expliquez le fonctionnement de la commande de la diode varicap.

#### Etude du régime dynamique aux faibles signaux

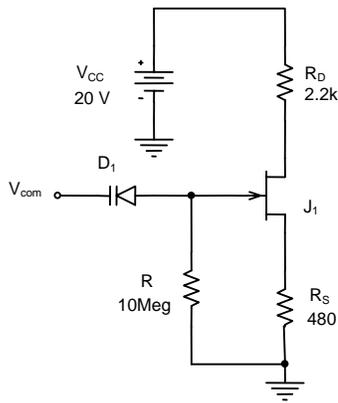
3. Déduisez la valeur du paramètre  $\bar{g}_m$  du modèle du transistor ( $r_{ds}$ ,  $C_{gs}$ ,  $C_{gd}$  étant négligés).
4. En boucle ouverte, écrivez l'expression de la fonction de transfert en tension.
5. En boucle fermée et en régime sinusoïdal, écrivez les équations donnant les conditions d'entretien des oscillations.
6. Évaluez la capacité  $C_1$  du filtre, puis le domaine des fréquences d'oscillation possibles par l'action de la tension continue  $V_{com}$ .
7. Évaluez le facteur de conversion tension-fréquence défini par  $K_0 = \Delta f / \Delta V_{com}$  en supposant un transfert linéaire.

## Corrigé

### 1. Description du circuit

La résistance  $R_S$  fixe le courant de polarisation du JFET et la capacité  $C_S$  découple sa source (montage source commune pour les signaux HF). L'impédance de charge du transistor est constituée par la résistance  $R_D$  (supposée de faible valeur par rapport à la charge extérieure du circuit). La capacité  $C_D$  est une capacité de liaison permettant de sauvegarder le potentiel continu de drain. Une diode varicap est utilisée pour commander l'oscillateur. Connectée en parallèle avec le circuit  $L - C_1 - C_2$  (topologie Colpitts) du point de vue dynamique, elle est polarisée en inverse par la tension continue  $V_{com}$  de commande par le biais d'une inductance de très grande impédance en HF (circuit ouvert en HF et court-circuit en continu). La connexion de la diode avec le circuit  $L - C_1 - C_2$  est réalisée par une capacité de liaison  $C_L$  (court-circuit en HF et circuit ouvert en continu).

### 2. Schéma et variables de polarisation



$$\begin{cases} V_{CC} = (R_D + R_S)I_D + V_{DS} & \text{et } I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2 \\ V_{GS} = -R_S I_D \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{GS}^2}{V_P^2} + \left(\frac{1}{I_{DSS} R_S} - \frac{2}{V_P}\right) V_{GS} + 1 = 0$$

$$V_{GS_0} = -1.5 \text{ V } (V_P < V_{GS_0} < 0), I_{D_0} = \frac{-V_{GS_0}}{R_S} = 3.125 \text{ mA},$$

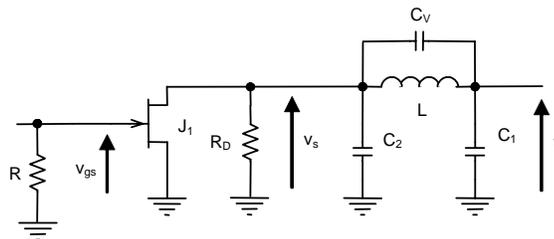
$$V_{DS_0} = V_{CC} - (R_D + R_S)I_{D_0} \cong 11.6 \text{ V}$$

La diode varicap est traversée par un courant inverse très faible et le courant de grille du JFET est insignifiant (ordre du pA). La chute de tension aux bornes de la résistance  $R$  peut être négligée, ce qui signifie que l'anode de la diode est à la masse. De ce fait, la tension de commande  $V_{com}$  est aux bornes de la diode varicap et modifie la valeur de sa capacité  $C_V$ .

3. Paramètre  $g_m = -\frac{2}{V_P} \sqrt{I_{D_0} I_{DSS}} \cong 2.5 \text{ mA/V}$

### 4. Etude en boucle ouverte

Les condensateurs de liaison  $C_S$ ,  $C_D$  et  $C_L$  sont assimilés à des courts-circuits à la fréquence de travail de l'oscillateur.



$$V_s(p) = -g_m V_{gs}(p) \left[ R_D // Z_{C_2} // \left( Z_L // Z_{C_V} + Z_{C_1} \right) \right] = -g_m V_{gs}(p) \left[ R_D // Z_{C_2} // \frac{Z_L Z_{C_V} + Z_{C_1} (Z_L + Z_{C_V})}{Z_L + Z_{C_V}} \right]$$

$$V_s(p) = -g_m V_{gs}(p) \left[ R_D // \frac{\left[ Z_L Z_{C_V} + Z_{C_1} (Z_L + Z_{C_V}) \right] Z_{C_2}}{Z_L Z_{C_V} + Z_{C_1} (Z_L + Z_{C_V}) + Z_{C_2} (Z_L + Z_{C_V})} \right]$$

$$\text{avec } Z_{C_1} = \frac{1}{C_1 p}, Z_{C_2} = \frac{1}{C_2 p}, Z_{C_V} = \frac{1}{C_V p}, Z_L = Lp$$

$$\frac{V_s(p)}{V_{gs}(p)} = -g_m R_D \frac{\left[ Z_L Z_{C_V} + Z_{C_1} (Z_L + Z_{C_V}) \right] Z_{C_2}}{\left[ Z_L Z_{C_V} + Z_{C_1} (Z_L + Z_{C_V}) \right] Z_{C_2} + R_D \left[ Z_L Z_{C_V} + (Z_{C_1} + Z_{C_2}) (Z_L + Z_{C_V}) \right]}$$

$$\text{et } \frac{V(p)}{V_s(p)} = \frac{Z_{C_1} (Z_L + Z_{C_V})}{Z_L Z_{C_V} + Z_{C_1} (Z_L + Z_{C_V})}$$

$$\text{d'où } \frac{V(p)}{V_{gs}(p)} = -g_m R_D \frac{Z_{C_1} Z_{C_2} (Z_L + Z_{C_V})}{\left[ Z_L Z_{C_V} + Z_{C_1} (Z_L + Z_{C_V}) \right] Z_{C_2} + R_D \left[ Z_L Z_{C_V} + (Z_{C_1} + Z_{C_2}) (Z_L + Z_{C_V}) \right]}$$

##### 5. Etude en boucle fermée et en régime établi ( $p = j\omega$ )

En refermant la boucle, le filtre charge sur la résistance  $R$  de valeur très importante devant celle de la réactance du condensateur  $C_1$  à la fréquence d'oscillation ( $\frac{1}{C_1 \omega_{osc}} \ll 10 \text{ M}\Omega$ ). Ainsi,

$$V(p) = V_{gs}(p) \text{ et } -g_m R_D \frac{Z_{C_1} Z_{C_2} (Z_L + Z_{C_V})}{\left[ Z_L Z_{C_V} + Z_{C_1} (Z_L + Z_{C_V}) \right] Z_{C_2} + R_D \left[ Z_L Z_{C_V} + (Z_{C_1} + Z_{C_2}) (Z_L + Z_{C_V}) \right]} = 1.$$

$$\Rightarrow -g_m R_D Z_{C_1} Z_{C_2} (Z_L + Z_{C_V}) = \left[ Z_L Z_{C_V} + Z_{C_1} (Z_L + Z_{C_V}) \right] Z_{C_2} + R_D \left[ Z_L Z_{C_V} + (Z_{C_1} + Z_{C_2}) (Z_L + Z_{C_V}) \right]$$

équation présentant des termes imaginaires purs qui se décompose en deux équations avec

$$Z_{C_1} = \frac{1}{jC_1 \omega}, Z_{C_2} = \frac{1}{jC_2 \omega}, Z_{C_V} = \frac{1}{jC_V \omega}, Z_L = jL\omega :$$

$$\begin{cases} 0 = R_D \left[ \frac{L}{C_V} + \left( L - \frac{1}{C_V \omega^2} \right) \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \right] & (\text{partie réelle}) \\ \frac{g_m R_D}{C_1 C_2 \omega^2} \left( L\omega - \frac{1}{C_V \omega} \right) = -\frac{1}{C_2 \omega} \left[ \frac{L}{C_V} + \left( L - \frac{1}{C_V \omega^2} \right) \frac{1}{C_1} \right] & (\text{partie imaginaire}) \end{cases}$$

$$\text{soit } \begin{cases} L\omega^2 \left( \frac{1}{C_V} + \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = \frac{1}{C_V} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \\ g_m R_D + 1 = \frac{LC_1 \omega^2}{1 - LC_V \omega^2} \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} g_m R_D = \frac{C_1}{C_2} \\ \omega = \frac{1}{\sqrt{L \left( \frac{1}{C_V} + \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)}} = \frac{1}{\sqrt{L \left( \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + C_V \right)}} \end{cases}$$

La self voit à ses bornes un condensateur équivalent de capacité  $C$  égale à  $C_V$  en parallèle sur  $C_1$  en série avec  $C_2$ , ce qui conduit à l'expression de la fréquence  $f_{osc}$ . Le rapport des tensions sur le réseau  $LC$  est encore  $-C_2/C_1$ , ce qui nécessite un gain de l'amplificateur  $A_V = -C_1/C_2$  (ou  $A_V = -g_m R_D$ ) pour satisfaire les conditions de Barkhausen.

6. Evaluation de  $C_1$  et du domaine des fréquences d'oscillation

$$C_1 = A_V C_2 = 374 \text{ pF} \text{ et } f_{osc} = \frac{1}{2\pi \sqrt{L \left( C_V + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right)}}.$$

Pour  $C_V = 2 \text{ pF}$ ,  $f_{osc_{max}} = 4397542 \text{ Hz}$  et pour  $C_V = 10 \text{ pF}$ ,  $f_{osc_{min}} = 4128889 \text{ Hz}$ .

7. Evaluation de  $K_0$

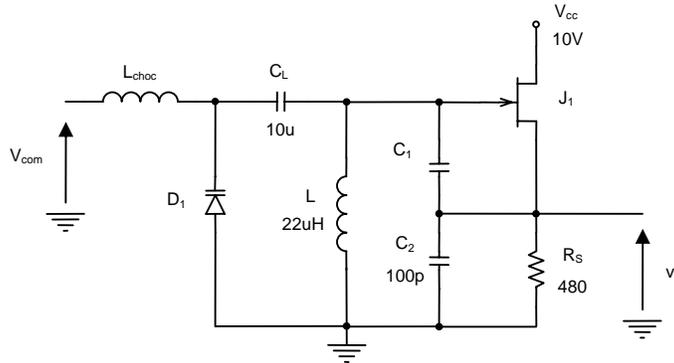
L'excursion de fréquence  $\Delta f$  est d'environ 269 kHz pour une tension de commande passant de 0.5 à 5 V, ce qui donne un transfert (supposé linéaire) du VCO

$$K_0 = \frac{\Delta f}{\Delta V_{com}} \cong 59.7 \text{ kHz/V}.$$

### Oscillateur Colpitts contrôlé en tension (VCO) à JFET drain commun

L'étude proposée concerne le circuit de la figure ci-dessous, le transistor JFET possédant les caractéristiques constructeur  $I_{DSS} = 8 \text{ mA}$ ,  $V_P = -4 \text{ V}$ .

La capacité  $C_V$  de la diode Varicap est comprise entre 2 et 10 pF pour une tension de polarisation de 0.5 à 5 V.



Compréhension du schéma

1. Donnez une description précise du circuit.

Etude du régime continu

2. Dessinez le schéma et déterminez les variables de polarisation du JFET.

Etude du régime dynamique aux faibles signaux

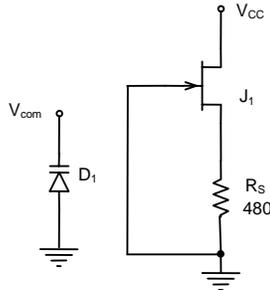
3. Déduisez la valeur du paramètre  $g_m$  du modèle du transistor ( $r_{ds}$ ,  $C_{gs}$ ,  $C_{gd}$  étant négligés).
4. Dessinez le schéma.
5. En régime sinusoïdal établi, écrivez les équations donnant les conditions d'entretien des oscillations.
6. Évaluez la capacité  $C_1$  du filtre, puis les limites du domaine des fréquences d'oscillation possibles par l'action de la tension continue  $V_{com}$ .
7. Déduisez la valeur du facteur de conversion tension-fréquence défini par  $K_0 = \Delta f / \Delta V_{com}$  en supposant un transfert linéaire.

## Corrigé

### 1. Description du circuit

La résistance  $R_S$  fixe le courant de polarisation du JFET et constitue l'impédance de charge du transistor (supposée de faible valeur par rapport à la charge extérieure du circuit). Une diode varicap est utilisée pour commander l'oscillateur. Connectée en parallèle avec le circuit  $L - C_1 - C_2$  (topologie Colpitts) du point de vue dynamique, elle est polarisée en inverse par la tension continue  $V_{com}$  de commande par le biais d'une inductance de très grande impédance en HF (circuit ouvert en HF et court-circuit en continu). La connexion de la diode avec le circuit  $L - C_1 - C_2$  est réalisée par une capacité de liaison  $C_L$  (court-circuit en HF et circuit ouvert en continu). Le système est bouclé entre source et grille (montage drain commun du JFET).

### 2. Schéma et variables de polarisation

$$\begin{cases} V_{CC} = R_S I_D + V_{DS} \\ V_{GS} = -R_S I_D \end{cases} \text{ et } I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2$$


$$\Rightarrow \frac{V_{GS}^2}{V_P^2} + \left(\frac{1}{I_{DSS} R_S} - \frac{2}{V_P}\right) V_{GS} + 1 = 0$$

$$V_{GS_0} = -1.5 \text{ V } (V_P < V_{GS_0} < 0), \quad I_{D_0} = \frac{-V_{GS_0}}{R_S} = 3.125 \text{ mA},$$

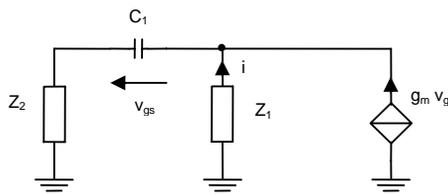
$$V_{DS_0} = V_{CC} - R_S I_{D_0} \cong 8.5 \text{ V}$$

La tension de commande  $V_{com}$  est appliquée directement aux bornes de la diode varicap car le condensateur  $C_L$  est équivalent à un circuit ouvert. La self, équivalente à un court-circuit, relie la grille du JFET à la masse.

### 3. Pente du JFET

$$g_m = -\frac{2}{V_P} \sqrt{I_{D_0} I_{DSS}} \cong 2.5 \text{ mA/V}$$

### 4. Schéma



avec  $Z_1(p) = \frac{R_S}{1 + R_S C_2 p}$  et  $Z_2(p) = \frac{Lp}{1 + LC_V p^2}$

( $C_V$  : capacité de la diode Varicap)

Le condensateur de liaison  $C_L$  est assimilé à un court-circuit à la fréquence de travail de l'oscillateur.

5. Conditions d'entretien des oscillations

$$\begin{cases} g_m V_{gs}(p) + C_1 p V_{gs}(p) + I(p) = 0 \\ Z_1(p)I(p) = V_{gs}(p) + Z_2(p)C_1 p V_{gs}(p) \end{cases} \Rightarrow g_m + \frac{1}{Z_1(p)} + \left[ \frac{Z_2(p)}{Z_1(p)} + 1 \right] C_1 p = 0$$

soit  $1 + g_m R_S + R_S(C_1 + C_2)p + \frac{LC_1 p^2}{1 + LC_V p^2} (1 + R_S C_2 p) = 0$

En régime sinusoïdal,  $p = j\omega \Rightarrow 1 + g_m R_S + \frac{LC_1 \omega^2}{LC_V \omega^2 - 1} + j\omega R_S \left( C_1 + C_2 + \frac{LC_1 C_2 \omega^2}{LC_V \omega^2 - 1} \right) = 0$

d'où  $\begin{cases} 1 + g_m R_S + \frac{LC_1 \omega^2}{LC_V \omega^2 - 1} = 0 & \text{(partie réelle)} \\ C_1 + C_2 + \frac{LC_1 C_2 \omega^2}{LC_V \omega^2 - 1} = 0 & \text{(partie imaginaire)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} g_m R_S = \frac{C_1}{C_2} \\ \omega_{osc} = \frac{1}{\sqrt{L \left( C_V + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right)}} \end{cases}$

Ici aussi, la self voit à ses bornes un condensateur équivalent de capacité  $C$  égale à  $C_V$  en parallèle sur  $C_1$  en série avec  $C_2$ , ce qui conduit à l'expression de la fréquence  $f_{osc}$ . Le rapport des tensions sur le réseau  $LC$  est  $C_2/C_1$ , ce qui nécessite un gain de l'amplificateur  $A_V = C_1/C_2$  (ou  $A_V = g_m R_S$ ) pour satisfaire les conditions de Barkhausen.

6. Evaluation de  $C_1$  et du domaine des fréquences d'oscillation

$$C_1 = g_m R_S C_2 = 120 \text{ pF}.$$

Fréquences extrêmes :  $f_{osc_{max}} = 4512424 \text{ Hz}$  ( $C_V = 2 \text{ pF}$ ),  $f_{osc_{min}} = 4223534 \text{ Hz}$  ( $C_V = 10 \text{ pF}$ ).

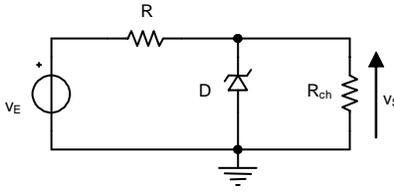
7. Evaluation de  $K_0$

L'excursion de fréquence  $\Delta f$  est d'environ 289 kHz pour une tension de commande passant de 0.5 à 5 V, ce qui donne un transfert (supposé linéaire) du VCO

$$K_0 = \frac{\Delta f}{\Delta V_{com}} \cong 64.2 \text{ kHz/V}.$$

## Stabilisation d'une tension par diode zener

L'étude porte sur le circuit à diode zener suivant.



La tension  $v_E(t) = V_{E_0} + v_e(t)$ ,  $v_e(t)$  étant l'ondulation résiduelle issue du filtrage, est appliquée à l'entrée du circuit. Une tension  $v_S(t) = V_{S_0} + v_s(t)$  est recueillie sur la charge.

Les résistances statique  $R_Z$  et dynamique  $r_z$  de la diode zener sont de valeur négligeable devant la résistance  $R$ .

Etude du régime continu

1. Donnez l'expression de la tension  $V_{S_0}$  aux bornes de la charge.
2. Ecrivez la condition pour que la stabilisation ait bien lieu (polarisation de la diode dans sa zone d'avalanche).
3. Ecrivez la condition pour que la puissance dissipée en régime permanent soit inférieure à la puissance maximale (données constructeur).

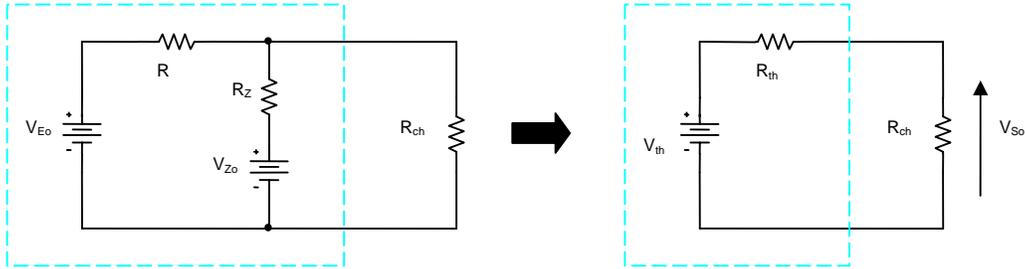
Etude du régime dynamique aux faibles signaux

4. Donnez l'expression de la tension  $v_s(t)$  aux bornes de la charge.
5. En supposant que  $R_{ch} \gg r_z$ , discutez de la stabilité en dehors des problèmes liés à la température et au vieillissement de la diode. On rappelle qu'une tension est stabilisée (et non régulée) quelle que soit la variation de la source (stabilisation amont) et quelle que soit la variation de la charge (stabilisation aval).

## Corrigé

Etude du régime continu

1. Expression de la tension aux bornes de la charge

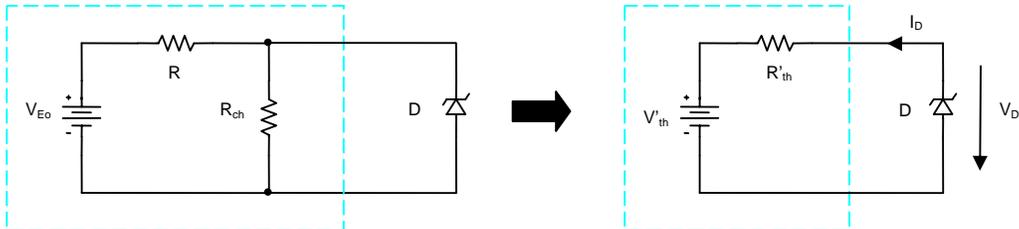


avec  $V_{th} = V_{E_o} \frac{R_Z}{R_Z + R} + V_{Z_o} \frac{R}{R + R_Z}$  et  $R_{th} = R // R_Z$

$\Rightarrow V_{S_o} = V_{th} \frac{R_{ch}}{R_{ch} + R_{th}} \cong \frac{R_{ch}}{R_{ch} + R_Z} \left( V_{E_o} \frac{R_Z}{R} + V_{Z_o} \right)$  avec  $R \gg R_Z$

2. Condition sur la réalisation de la stabilité

Pour que la stabilisation ait bien lieu, le point de fonctionnement de la diode doit se situer à l'intersection de la droite de charge et de la partie pratiquement verticale de sa caractéristique. Le circuit équivalent vu par la diode conduit à l'expression de cette droite de charge.



avec  $V'_{th} = V_{E_o} \frac{R_{ch}}{R_{ch} + R}$  et  $R'_{th} = R // R_{ch}$ , d'où la droite de charge  $I_D = -\frac{V_D}{R'_{th}} - \frac{V'_{th}}{R'_{th}}$

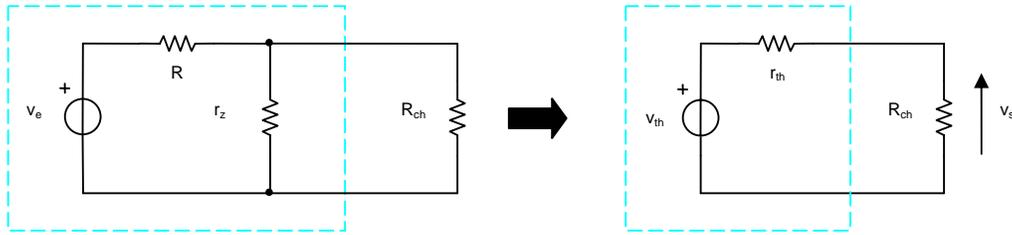
La condition s'écrit  $V'_{th} > V_{Z_o}$  ou encore  $V_{E_o} \frac{R_{ch}}{R_{ch} + R} > V_{Z_o}$ .

3. Condition sur la puissance dissipée dans la diode

La puissance dissipée dans la diode doit être nettement inférieure à la puissance maximale en régime permanent, soit  $V_{S_o} I_Z \ll P_{Z_{max}} = V_{S_o} I_{Z_{max}}$  (à partir des données constructeur).

Etude du régime dynamique aux faibles signaux

4. Expression de la tension aux bornes de la charge



avec  $v_{th} = v_e \frac{r_z}{r_z + R}$  et  $r_{th} = R // r_z \Rightarrow v_s = v_{th} \frac{R_{ch}}{R_{ch} + r_{th}}$

Puisque  $r_z \ll R \Rightarrow v_s \cong \frac{R_{ch}}{R_{ch} + r_z} \frac{r_z}{R} v_e$ .

5. Stabilité de la tension

En considérant de très faibles variations de  $v_e$  et  $R_{ch}$  par rapport aux valeurs nominales, on déduit les variations de  $v_s$  au premier ordre par

$$dv_s = \frac{\partial v_s}{\partial v_e} dv_e + \frac{\partial v_s}{\partial R_{ch}} dR_{ch}$$

avec  $\frac{dv_s}{dv_e} = \left[ \frac{\partial v_s}{\partial v_e} \right]_{R_{ch}=cte} = \frac{R_{ch}}{R_{ch} + r_z} \frac{r_z}{R}$  et  $\frac{dv_s}{dR_{ch}} = \left[ \frac{\partial v_s}{\partial R_{ch}} \right]_{v_e=cte} = \frac{r_z}{(R_{ch} + r_z)^2} \frac{r_z}{R} v_e$

$$\Rightarrow dv_s \cong \frac{r_z}{R} dv_e + \frac{r_z}{R_{ch}} v_s \frac{dR_{ch}}{R_{ch}} \quad (R_{ch} \gg r_z).$$

Si  $dv_e = 0$  (stabilisation aval)  $\rightarrow \frac{dv_s}{v_s} \cong \frac{r_z}{R_{ch}} \frac{dR_{ch}}{R_{ch}}$  soit  $\frac{dv_s}{v_s} \ll \frac{dR_{ch}}{R_{ch}}$  car  $r_z \ll R_{ch}$

Si  $dR_{ch} = 0$  (stabilisation amont)  $\rightarrow dv_s \cong \frac{r_z}{R} dv_e$  soit  $dv_s \ll dv_e$  car  $r_z \ll R$

En conclusion, la stabilisation est d'autant meilleure que la variation  $v_e(t)$  de la source  $v_E(t)$  est faible (bon filtrage), la résistance dynamique  $r_z$  de la diode zener est faible (caractéristique verticale), la résistance  $R$  de polarisation est grande (source de courant).

Remarquons que la tension zener est considérée comme parfaite dans ce problème ( $\Delta V_Z = 0$ ). Toutefois, pour être complet, il faudrait tenir compte du coefficient de température et de vieillissement de la diode ( $\Delta V_Z$  relativement faible) (voir cours « Les régulateurs de tension »).

### Circuits de stabilisation d'une tension par référence zener

Dans ce problème, les variations dues à la température et au vieillissement des composants ne seront pas prises en compte. Le dispositif de stabilisation en tension est représenté sous la forme du quadripôle suivant :



La tension de sortie  $V_S$  dépend donc des variations de la tension  $V_E$  et du courant continu soutiré  $I_S$ , soit  $V_S = f(V_E, I_S)$  et pour de faibles variations autour du point de fonctionnement, on peut écrire

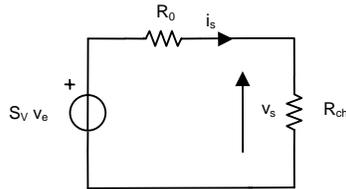
$$dV_S = \left[ \frac{\partial V_S}{\partial V_E} \right]_{I_S=I_{S_0}} dV_E + \left[ \frac{\partial V_S}{\partial I_S} \right]_{V_E=V_{E_0}} dI_S$$

avec  $v_s(t) = dV_S$ ,  $v_e(t) = dV_E$ ,  $i_s(t) = dI_S$  les variations dans le régime dynamique aux faibles signaux respectivement aux points de fonctionnement  $V_{S_0}$ ,  $V_{E_0}$ ,  $I_{S_0}$ .

Du régime dynamique  $v_s(t) = S_V v_e(t) - R_0 i_s(t)$ , on définit les performances  $S_V = \left[ \frac{v_s}{v_e} \right]_{i_s=0}$  facteur de

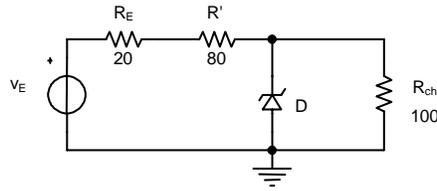
régulation (stabilité en amont),  $R_0 = - \left[ \frac{v_s}{i_s} \right]_{v_e=0}$  résistance de sortie (stabilité en aval), à partir du

schéma suivant



Trois dispositifs de stabilisation en tension, utilisant une référence de tension délivrée par une diode zener, sont proposés ici et conduisent à trois problèmes indépendants. Chacun des problèmes demande une étude du régime continu et une étude du régime dynamique aux faibles signaux en vue de déterminer  $S_V$  et  $R_0$ .

### Stabilisation par diode zener



Diode zener  $D \rightarrow \begin{cases} \text{statique} & R_Z \cong 0 \Omega, V_{Z_0} = 9 V \\ \text{dynamique} & r_Z = 5 \Omega \end{cases}, R = R_E + R'.$

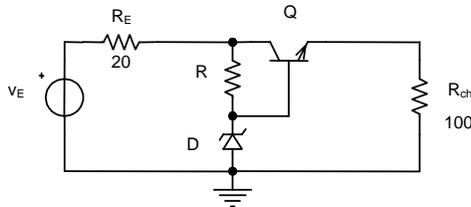
#### Etude du régime continu

1. Dessinez le schéma.
2. Déterminez le point de fonctionnement ( $I_{Z_0}, V_{Z_0}$ ) de la diode en fonction de  $V_E, R, V_{Z_0}, R_{ch}$ .
3. Évaluez  $I_{Z_0}$  pour  $V_E = 20 V$ , ainsi que la puissance dissipée  $P_Z$  dans la diode zener.
4. Expliquez en quelques mots la présence de la résistance  $R'$ .

#### Etude du régime dynamique aux faibles signaux

5. Dessinez le schéma.
6. Écrivez l'expression de la tension aux bornes de la résistance  $R_{ch}$  en fonction du courant qui la traverse et de la tension d'entrée  $v_e$ .
7. Déduisez les expressions des coefficients  $S_V$  et  $R_0$ , puis évaluez ces derniers.

### Stabilisation par transistor



Transistor  $Q \rightarrow \beta = 100, V_{BE} \cong 0.6 V \quad (\beta \gg 1)$

#### Etude du régime continu

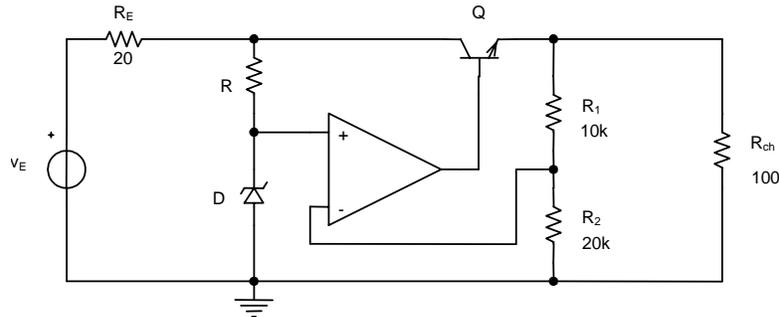
8. Dessinez le schéma.
9. Le point de fonctionnement de la diode demeurant inchangé, déterminez les valeurs de la tension  $V_S$  et du courant  $I_S$  en sortie.
10. Donnez l'expression de la résistance  $R$  et évaluez cette dernière pour  $V_E = 20 V$ .

#### Etude du régime dynamique aux faibles signaux

11. Dessinez le schéma.
12. Évaluez le paramètre  $r_{be}$  du modèle du transistor.

13. Ecrivez l'expression de la tension aux bornes de la résistance  $R_{ch}$  en fonction du courant qui la traverse et de la tension d'entrée  $v_e$ .
14. Déduisez les expressions des coefficients  $S_V$  et  $R_0$ , puis évaluez ces derniers.

### Stabilisation par contre-réaction



Amplificateur opérationnel  $\rightarrow A_d = 10^5, R_e = \infty, R_s = 0 \Omega$

#### Etude du régime continu

15. Dessinez le schéma.
16. Le point de fonctionnement de la diode demeurant toujours inchangé, calculez la tension de sortie  $V_S$ , le courant traversant le pont  $R_1 - R_2$  étant de valeur négligeable devant  $I_S$ .
17. Donnez l'expression de la résistance  $R$  et évaluez cette dernière pour  $V_E = 20 V$ .

#### Etude du régime dynamique aux faibles signaux

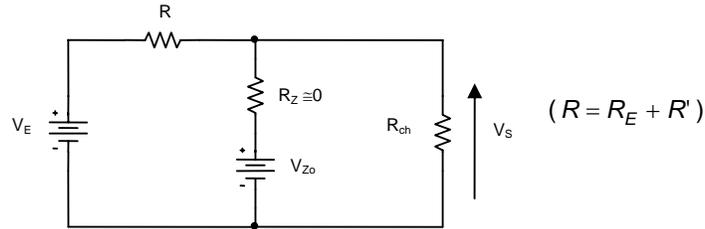
18. Dessinez le schéma.
19. Évaluez le paramètre  $r_{be}$  du modèle du transistor.
20. Ecrivez l'expression de la tension aux bornes de la résistance  $R_{ch}$  en fonction du courant qui la traverse et de la tension d'entrée  $v_e$ .
21. Déduisez les expressions des coefficients  $S_V$  et  $R_0$ , puis évaluez ces derniers.

## Corrigé

### Stabilisation par diode zener

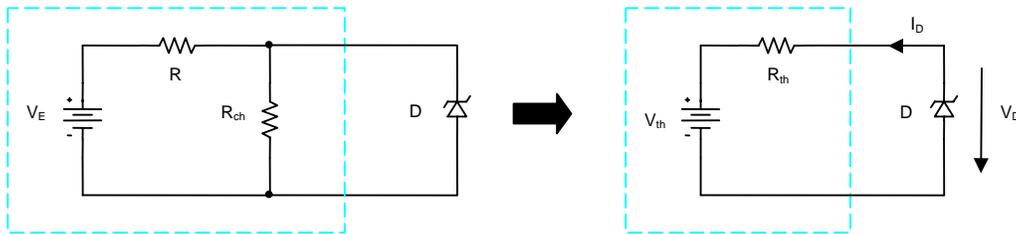
Etude du régime continu

#### 1. Schéma



#### 2. Détermination du point de fonctionnement de la diode

Pour que la stabilisation ait bien lieu, le point de fonctionnement de la diode doit se situer à l'intersection de la droite de charge et de la partie pratiquement verticale de sa caractéristique. Le circuit équivalent vu par la diode conduit à l'expression de cette droite de charge.



avec  $V_{th} = V_E \frac{R_{ch}}{R_{ch} + R}$  et  $R_{th} = R // R_{ch}$ , d'où la droite de charge  $I_D = -\frac{V_D}{R_{th}} - \frac{V_{th}}{R_{th}}$ .

Les coordonnées du point de repos sont alors  $V_{D_o} = -V_{Z_o}$ ,  $I_{D_o} = \frac{V_{Z_o} - V_{th}}{R_{th}}$ .

#### 3. Evaluation des variables statiques

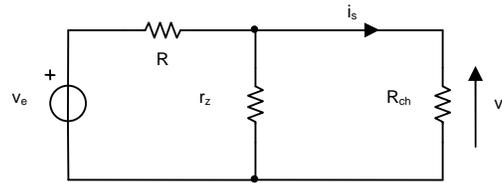
$I_{Z_o} = -I_{D_o} = 20 \text{ mA}$  et la puissance dissipée dans la diode est  $P_Z = V_{Z_o} I_{Z_o} = 180 \text{ mW}$ .

#### 4. Présence de la résistance R

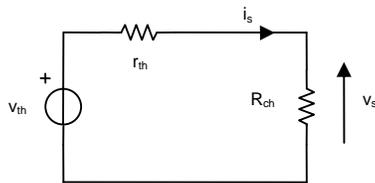
En l'absence de la résistance R ( $R = R_E$ ), le courant  $I_{Z_o}$  traversant la diode serait de  $460 \text{ mA}$  et la puissance dissipée de  $4.14 \text{ W}$ , valeur excessive conduisant à la destruction du composant.

Etude du régime dynamique aux faibles signaux

5. Schéma



6. Relation de  $v_s(v_e, i_s)$



avec  $v_{th} = v_e \frac{r_z}{r_z + R}$  et  $r_{th} = R // r_z$

$$\Rightarrow v_s = \frac{r_z}{R + r_z} v_e - \frac{R r_z}{R + r_z} i_s$$

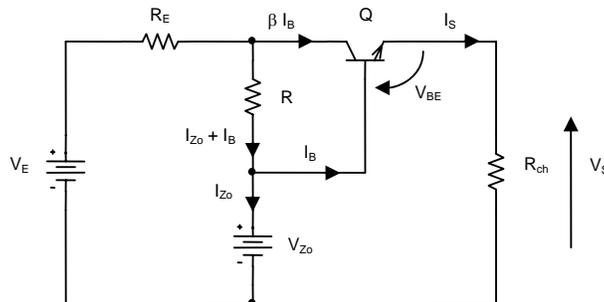
7. Evaluation des coefficients  $S_V$  et  $R_0$

$$S_V = \frac{r_z}{R + r_z} \cong 48 \cdot 10^{-3}, R_0 = \frac{R r_z}{R + r_z} \cong 4.76 \Omega.$$

**Stabilisation par transistor**

Etude du régime continu

8. Schéma



9. Evaluation de  $I_S$  et  $V_S$

Le point de fonctionnement de la diode est inchangé ( $V_{Z_o} = 9 V$ ,  $I_{Z_o} = 20 mA$ ).

$$\text{Circuit} \rightarrow \begin{cases} V_E = R_E(\beta I_B + I_{Z_o} + I_B) + R(I_{Z_o} + I_B) + V_{Z_o} \\ V_{Z_o} = V_{BE} + V_S \\ V_S = R_{ch} I_S \\ I_S = (\beta + 1) I_B \end{cases} \quad (\text{système à 4 inconnues } I_B, I_S, V_S, R)$$

Des trois dernières équations, on tire

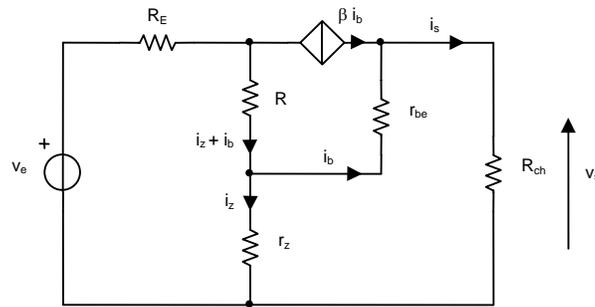
$$V_S = V_{Z_o} - V_{BE_o} \cong 8.4 \text{ V}, \quad I_S = \frac{V_S}{R_{ch}} \cong 84 \text{ mA}, \quad I_{B_o} \cong \frac{I_S}{\beta} \cong 0.84 \text{ mA}.$$

10. Evaluation de la résistance  $R$

La première équation du système donne  $R = \frac{V_E - V_{Z_o} - R_E(I_{Z_o} + I_S)}{I_{Z_o} + I_{B_o}} \cong 428 \Omega$ .

Etude du régime dynamique aux faibles signaux

11. Schéma



12. Evaluation du paramètre  $r_{be}$

$$r_{be} = \frac{U_T}{I_{B_o}} \cong 30 \Omega.$$

13. Relation de  $v_s(v_e, i_s)$

$$\text{Circuit} \rightarrow \begin{cases} v_e = R_E(i_z + i_s) + R(i_z + i_b) + r_z i_z \\ v_s = r_z i_z - r_{be} i_b \\ i_s = (\beta + 1) i_b \end{cases} \quad (\text{système à 3 inconnues } i_b, i_z, v_s(i_s, v_e))$$

En éliminant successivement  $i_b$  et  $i_z$ , on obtient la relation souhaitée.

$$\begin{cases} v_e = (R_E + R + r_z) i_z + \left( R_E + \frac{R}{\beta + 1} \right) i_s \\ v_s = r_z i_z - \frac{r_{be}}{\beta + 1} i_s \end{cases} \Rightarrow v_s \cong \frac{r_z}{R_E + R + r_z} v_e - \left[ \frac{r_{be}}{\beta} + \left( R_E + \frac{R}{\beta} \right) \frac{r_z}{R_E + R + r_z} \right] i_s$$

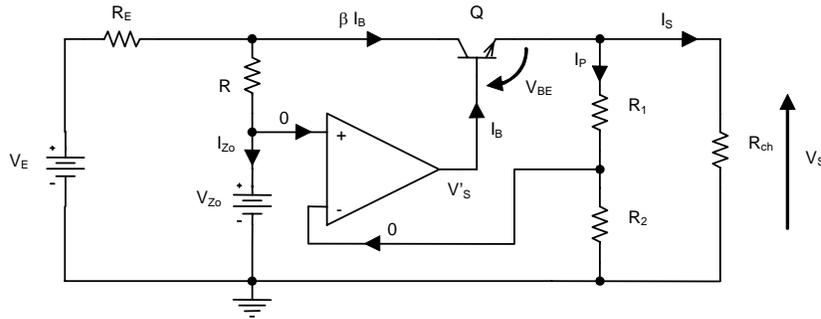
14. Evaluation des coefficients  $S_V$  et  $R_0$

$$S_V = \frac{r_z}{R_E + R + r_z} \cong 1110^{-3}, R_0 \cong \frac{r_{be}}{\beta} + \left( R_E + \frac{R}{\beta} \right) \frac{r_z}{R_E + R + r_z} \cong 0.57 \Omega.$$

**Stabilisation par contre-réaction**

Etude du régime continu

15. Schéma



16. Evaluation de  $I_S$  et  $V_S$

Le point de fonctionnement de la diode est inchangé ( $V_{Z_0} = 9 V$ ,  $I_{Z_0} = 20 mA$ ).

$$\text{Circuit} \rightarrow \begin{cases} V^+ = V_{Z_0} \\ V^- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_S \\ V_E = R_E (\beta I_B + I_{Z_0}) + R I_{Z_0} + V_{Z_0} \\ V'_S = A_d (V^+ - V^-) = V_{BE} + V_S \\ V_S = R_{ch} I_S \\ I_S = (\beta + 1) I_B + I_P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_E \cong R_E (I_S + I_{Z_0}) + R I_{Z_0} + V_{Z_0} \\ A_d \left( V_{Z_0} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_S \right) = V_{BE} + V_S \\ V_S = R_{ch} I_S \end{cases}$$

La deuxième équation donne  $V_S = \frac{A_d V_{Z_0} - V_{BE_0}}{1 + A_d \frac{R_2}{R_1 + R_2}} \cong V_{Z_0} \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right) \cong 13.5 V.$

La troisième équation donne  $I_S = \frac{V_S}{R_{ch}} \cong 135 mA.$

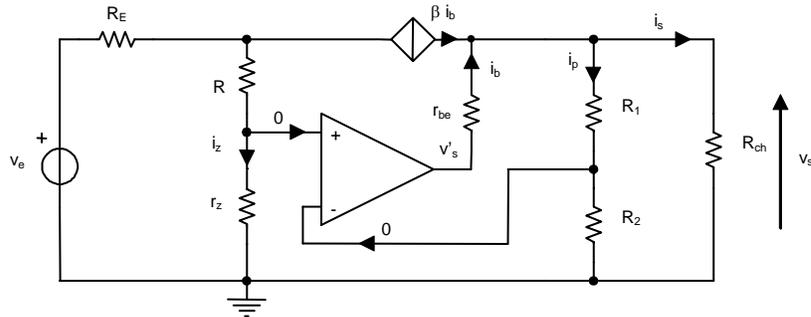
Le courant de polarisation  $I_{B_0} \cong \frac{I_S}{\beta} \cong 1.35 mA.$

17. Evaluation de la résistance  $R$

La première équation donne  $R \cong \frac{V_E - V_{Z_0} - R_E (I_S + I_{Z_0})}{I_{Z_0}} \cong 395 \Omega.$

Etude du régime dynamique aux faibles signaux

18. Schéma



19. Evaluation du paramètre  $r_{be}$

$$r_{be} = \frac{U_T}{I_{B_0}} \cong 18.5 \Omega .$$

20. Relation de  $v_s(v_e, i_s)$

$$\text{Circuit} \rightarrow \begin{cases} v_e = R_E(i_z + \beta i_b) + (R + r_z)i_z \\ v'_s = r_{be}i_b + v_s = A_d \left( r_z i_z - \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_s \right) \\ i_s \cong (\beta + 1)i_b \cong \beta i_b \end{cases}$$

En éliminant successivement  $i_b$  et  $i_z$ , on obtient la relation souhaitée.

$$\begin{cases} v_e \cong R_E i_s + (R_E + R + r_z) i_z \\ \frac{r_{be}}{\beta} i_s + v_s \cong A_d \left( r_z i_z - \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_s \right) \end{cases} \text{ ou encore } \begin{cases} i_z \cong \frac{v_e}{R_E + R + r_z} - \frac{R_E}{R_E + R + r_z} i_s \\ v_s \left( 1 + A_d \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \cong A_d r_z i_z - \frac{r_{be}}{\beta} i_s \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_s \left( 1 + A_d \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \cong A_d \frac{r_z}{R_E + R + r_z} v_e - \left( \frac{r_{be}}{\beta} + A_d \frac{r_z R_E}{R_E + R + r_z} \right) i_s$$

21. Evaluation des coefficients  $S_V$  et  $R_0$

$$S_V = \frac{A_d}{1 + A_d \frac{R_2}{R_1 + R_2}} \frac{r_z}{R_E + R + r_z} \cong \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right) \frac{r_z}{R_E + R + r_z} \cong 17.8 \cdot 10^{-3}$$

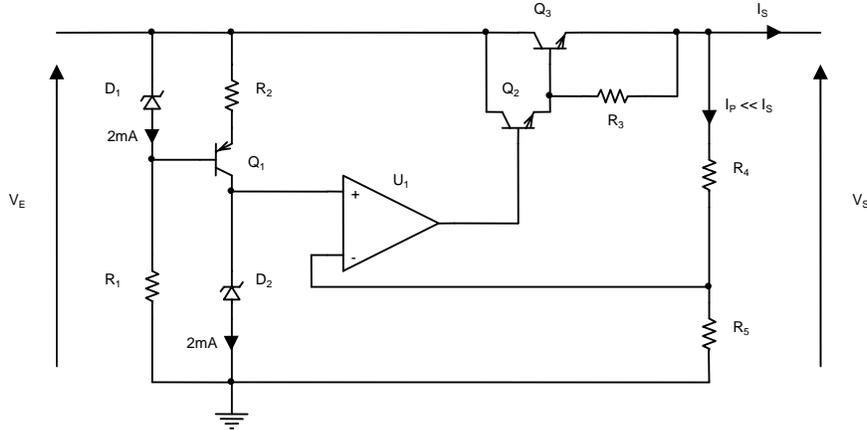
$$R_0 = \frac{A_d}{1 + A_d \frac{R_2}{R_1 + R_2}} \left( \frac{r_{be}}{\beta A_d} + \frac{r_z R_E}{R_E + R + r_z} \right) \cong \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right) \frac{r_z R_E}{R_E + R + r_z} \cong 0.36 \Omega .$$

## Régulateur de tension 15 V / 2 A

L'alimentation régulée de la figure ci-dessous doit répondre au cahier des charges suivant :

$$V_S = 15 \text{ V}, I_S \leq 2 \text{ A}$$

La tension d'entrée  $v_E(t)$  non régulée présente une valeur moyenne  $V_E = 25 \text{ V}$ . Les transistors sont caractérisés par  $\beta_1 = 100$ ,  $\beta_2 = 50$ ,  $\beta_3 = 20$ . L'amplificateur différentiel de tension  $U_1$  est supposé idéal.



L'étude de ce montage s'effectue en régime continu

1. Sachant que l'amplificateur différentiel de tension peut fournir un courant de sortie maximum de  $20 \text{ mA}$ , démontez l'obligation d'utiliser un ballast Darlington (on ne tiendra pas compte ici du courant dans la résistance  $R_3$ ).
2. Évaluez la puissance critique dissipée par  $Q_3$  (court-circuit en sortie).
3. Évaluez la résistance  $R_3$  suivant le critère de déviation du  $1/10^{\text{ème}}$  du courant maximum de base de  $Q_3$ .
4. La tension de référence est obtenue par un montage utilisant deux diodes zener polarisées chacune par un courant de  $2 \text{ mA}$  et telles que  $V_{Z_1} = 10 \text{ V}$  et  $V_{Z_2} = 5 \text{ V}$ . Évaluez les résistances  $R_1$  et  $R_2$ .
5. Déterminez les valeurs des résistances  $R_4$  et  $R_5$  du pont pour satisfaire le cahier des charges (prendre  $I_P = 1 \text{ mA}$ ).

## Corrigé

### 1. Utilisation d'un ballast Darlington

Il n'est pas nécessaire de tenir compte du courant dérivé par la résistance  $R_3$  puisqu'un ordre de grandeur du courant de base de  $Q_2$  est recherché lorsque  $I_{S_{\max}}$  est demandé.

$$I_{B_3_{\max}} \cong \frac{I_{S_{\max}}}{\beta_3} = 100 \text{ mA}, \text{ valeur de courant que ne peut produire } U_1 \text{ (20 mA maximum)}$$

$$I_{B_2_{\max}} \cong \frac{I_{B_3_{\max}}}{\beta_2} = 2 \text{ mA}, \text{ valeur inférieure à 20 mA.}$$

### 2. Puissance critique dissipée par $Q_3$

Le transistor  $Q_3$  dissipe une puissance maximale  $P_{Q_3} \cong V_{CE_3} I_{C_3} \cong (V_E - V_S) I_{S_{\max}} = 20 \text{ W}$ , sans compter les conditions de court-circuit en sortie qui entraîne  $V_{CE_3_{\max}} = 25 \text{ V}$ . Si  $Q_3$  doit fonctionner en toute sécurité, la puissance dissipée en continu dans le pire cas doit être faible devant sa puissance totale maximale (donnée constructeur), ce qui à employer un transistor dont le gain en courant  $\beta_{\min}$  est de l'ordre de 20. Un montage Darlington est alors nécessaire.

### 3. Evaluation de la résistance $R_3$

$$V_{BE_3} \cong R_3 \frac{I_{B_3_{\max}}}{10} \Rightarrow R_3 \cong 60 \Omega$$

### 4. Evaluation des résistances $R_1$ et $R_2$

$$R_1 = \frac{V_E - V_{Z_1}}{I_1} \cong 7.5 \text{ k}\Omega \quad (I_{B_1} \ll 2 \text{ mA}) \text{ et } R_2 = \frac{V_{Z_1} - V_{EB_1}}{I_{E_1}} \cong 4.7 \text{ k}\Omega \quad (I^+ = 0, \beta_1 \gg 1)$$

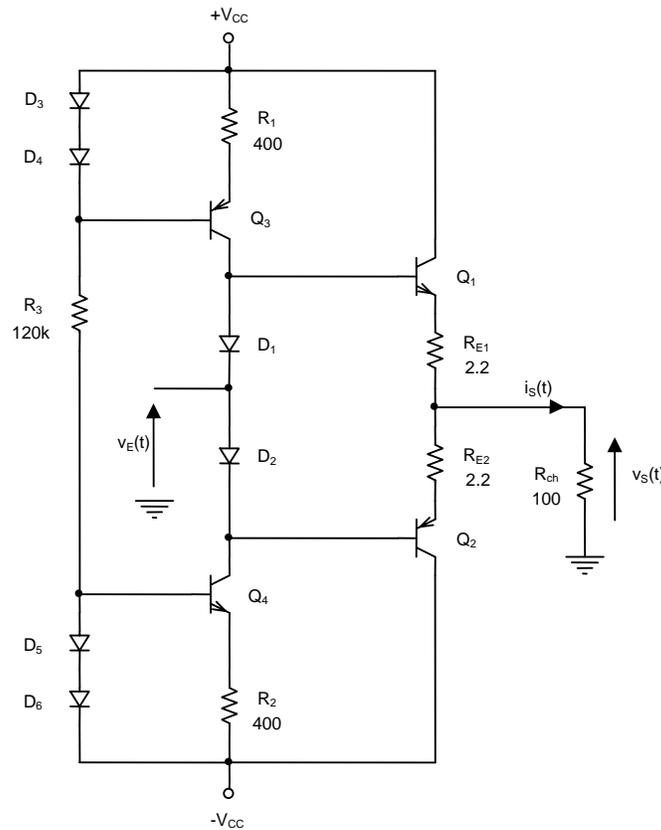
### 5. Evaluation des résistances $R_4$ et $R_5$

$$\begin{cases} V_{Z_2} = \frac{R_5}{R_4 + R_5} V_S & (V^+ = V^-) \\ V_S = (R_4 + R_5) I_P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_5 = \frac{V_{Z_2}}{I_P} = 5 \text{ k}\Omega \\ R_4 = \frac{V_S - V_{Z_2}}{I_P} = 10 \text{ k}\Omega \end{cases}$$

### Etage de puissance push-pull série avec sources de Widlar

L'étude porte sur le régime pseudo-continu de l'étage terminal de puissance de la figure ci-dessous, le but étant d'évaluer le rendement maximal. Une étude complémentaire détermine les caractéristiques du montage aux faibles signaux.

Les paires  $Q_1$ - $Q_2$  de gain en courant  $\beta = 100$ , et  $Q_3$ - $Q_4$  de gain en courant  $\beta' = 250$ , sont des transistors supposés technologiquement parfaitement complémentaires dont l'effet d'Early est négligé ( $V_A = \infty$ ). Les diodes  $D_1$ - $D_2$  et  $D_3$ - $D_4$ - $D_5$ - $D_6$  sont identiques. La valeur de la tension aux bornes d'une diode ou d'une jonction base-émetteur de transistor sera de l'ordre de 0.6 V, quelque soit le courant qui traverse le composant (même si ce courant est très faible). L'alimentation symétrique fournit des tensions  $V_{CC} = \pm 15$  V et le montage fonctionne en classe AB tel que  $I_{C_{1o}} = I_{C_{2o}} = 10$  mA.



#### Compréhension du schéma

1. Donnez une brève description du circuit et expliquez, en quelques mots, son fonctionnement lors d'une attaque par un signal sinusoïdal.

#### Etude du régime continu

2. Dessinez le schéma.
3. Déterminez les potentiels de nœuds et les courants circulant dans les branches du montage et rapportez ces valeurs sur le schéma.
4. Évaluez la puissance fournie par les alimentations.

## Etude du régime pseudo- continu

La tension d'attaque du montage est augmentée jusqu'à une valeur telle que la tension de sortie approche la limite de l'écrêtage.

5. Dessinez le schéma.
6. Évaluez la tension et le courant de sortie dans le cas où le transistor  $Q_3$  est voisin de la saturation ( $V_{EC_3} \cong 0.2 \text{ V}$ ).
7. Déterminez les potentiels de nœuds et les courants circulant dans les branches du montage.
8. Dans un contexte sinusoïdal de l'attaque, tracez les variations en fonction du temps de la tension  $V_{CE}$  des transistors  $Q_3$  ou  $Q_4$ , du courant traversant les diodes  $D_1$  ou  $D_2$ , du courant de base des transistors  $Q_1$  ou  $Q_2$  et du courant de sortie.
9. Évaluez le rendement maximum du montage.

## Etude du régime dynamique aux faibles signaux

10. Dessinez le schéma dans le cas d'une variation de tension positive de  $v_e(t)$  en tenant compte de la présence des résistances  $r_d$  des diodes et  $z_0$  des sources de courant.

Le montage est attaqué par un générateur de résistance  $r_g = 100 \Omega$ . Les influences des résistances des diodes et des sources sont négligées ( $r_d = 0, z_0 = \infty$ ) et le paramètre  $r_{be_1}$  est évalué à  $80 \Omega$ .

11. Évaluez la résistance d'entrée  $R_e$ , le gain en tension  $A_v = v_s/v_e$  et la résistance de sortie  $R_s$  vue par la charge.

## Corrigé

### Compréhension du schéma

#### 1. Description

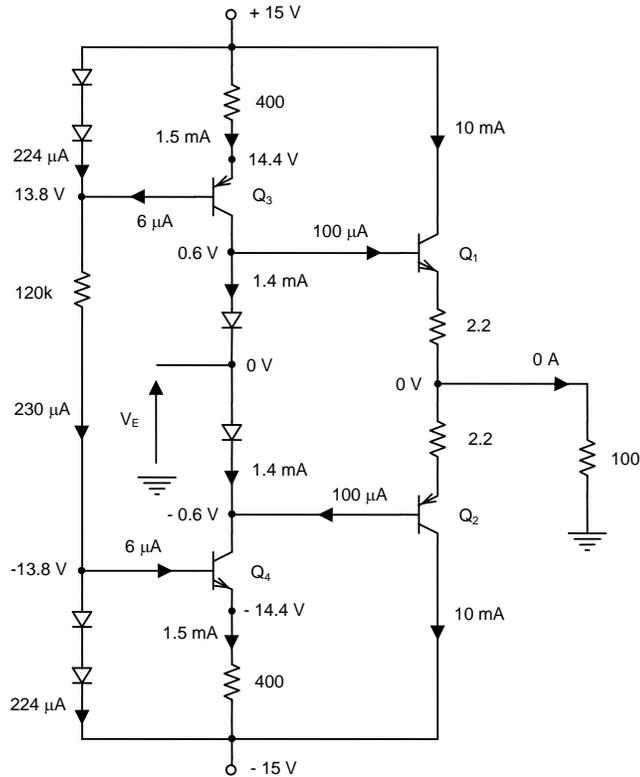
Le schéma se compose d'un circuit de polarisation qui alimente un étage push-pull série débitant un courant dans la charge.

- L'étage push-pull, constitué des transistors complémentaires  $Q_1$  et  $Q_2$  montés chacun en émetteur suiveur, doit fournir une grande excursion de tension en sortie et avoir une faible résistance de sortie vis-à-vis de la charge  $R_{ch}$  (attaque en tension). Les résistances  $R_{E_1}$  et  $R_{E_2}$  servent à améliorer la stabilité thermique du montage et leur valeur doit rester faible par rapport à la valeur de la charge. La tension de polarisation entre les bases déterminera la classe de fonctionnement.
- La polarisation s'effectue grâce aux sources de courant de type Widlar réglées par les résistances  $R_1$  et  $R_2$ . Au repos, la majorité du courant issu de ces sources parcourt la paire de diodes  $D_1$  et  $D_2$  connectées en série, produisant une translation de tension continue d'environ 1.2 V et le faible courant restant constitue le courant de base de  $Q_1$  et  $Q_2$  (caractéristiques des jonctions des diodes et transistors différentes). La distorsion de croisement est pratiquement éliminée en concédant une légère conduction des transistors de sortie au repos. La classe de fonctionnement est AB.

Lorsque le signal d'entrée devient positif,  $Q_1$  se comporte comme une source de courant alimentant la charge et  $Q_2$  se bloque et inversement pour un signal d'entrée négatif. Pour un signal sinusoïdal, chaque transistor ne conduit donc que durant à peu près une demi période.

Etude du régime continu

2. Schéma



3. Calcul des courants et tensions

Aucune source dynamique n'étant appliquée à l'entrée du circuit,  $V_E = 0$ .

$$I_{R_3} = \frac{2V_{CC} - 4V_D}{R_3} \cong 230 \mu A \text{ avec } V_D \cong 0.6 V.$$

$$I_{R_1} = \frac{V_D}{R_1} \cong 1.5 mA \text{ avec } V_{EB} \cong 0.6 V \text{ (de même } I_{R_2} \cong 1.5 mA).$$

Les sources de courant produisent  $I_0 \cong 1.5 mA$  car  $I_{C_{3_0}} \cong I_{R_1}$  et  $I_{C_{4_0}} \cong I_{R_2}$ .

$$I_{D_3 D_4} \cong I_{R_3} - \frac{I_{C_{3_0}}}{\beta'} \cong 224 \mu A$$

Les valeurs des potentiels et courants sont indiqués sur le schéma ci-dessus.

4. Calcul de la puissance fournie

Par symétrie, chacune des alimentations fournit au montage le même courant

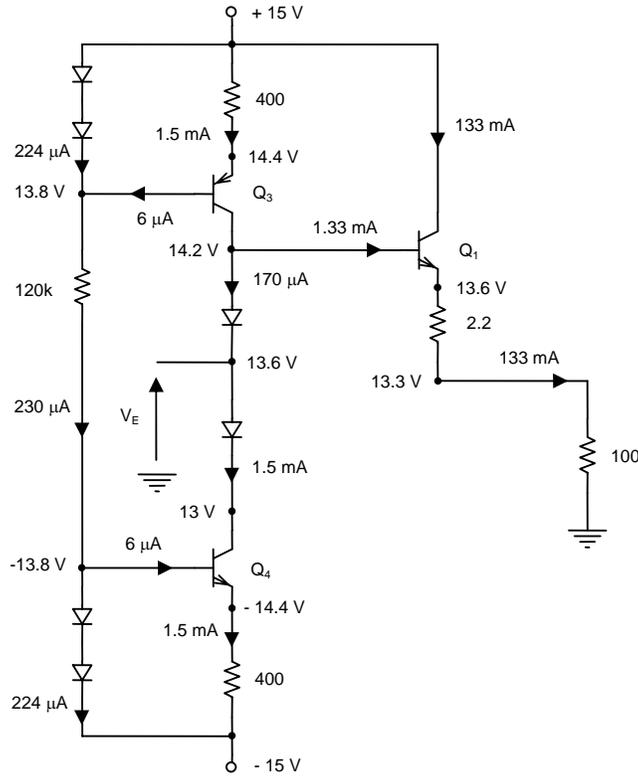
$$I_{CC}^+ = I_{C_{1_0}} + I_{R_1} + I_{D_3 D_4} \cong 11.7 mA \text{ (ou } I_{CC}^- = I_{C_{2_0}} + I_{R_2} + I_{D_5 D_6})$$

$$P_{fournie} = 2V_{CC} (I_{CC}^+ + I_{CC}^-) \cong 352 mW$$

Etude du régime pseudo-continu

En considérant la valeur crête  $V_{e_{max}}$  de l'alternance positive de la tension sinusoïdale  $v_E(t)$ , le transistor  $Q_2$  est bloqué et la tension crête de sortie  $V_S$  est maximale (limite de l'écrêtage).

5. Schéma



6. Calcul des valeurs maximales des tension et courant de sortie

Le transistor  $Q_3$  est au voisin de la saturation,

$$\begin{cases} V_{CC} \cong V_D + V_{EC_{3sat}} + V_{BE_1} + (R_{E_1} + R_{ch})I_{S_{max}} \\ V_{S_{max}} = R_{ch}I_{S_{max}} \end{cases} \Rightarrow I_{S_{max}} \cong 133 \text{ mA} \text{ et } V_{S_{max}} \cong 13.3 \text{ V}$$

Il faut noter que  $Q_3$  ne délivrera un courant  $I_0$  constant (effet Early négligé) que si la tension  $V_{EC_3}$  est supérieure ou voisine de  $V_{EC_{sat}}$ .

7. Calcul des courants et tensions

$$I_{B_{1max}} \cong \frac{I_{S_{max}}}{\beta} \cong 1.33 \text{ mA}, \quad I_{D_1} = I_0 - I_{B_{1max}} \cong 170 \mu\text{A}.$$

Les valeurs des potentiels et courants sont indiqués ci-dessus.

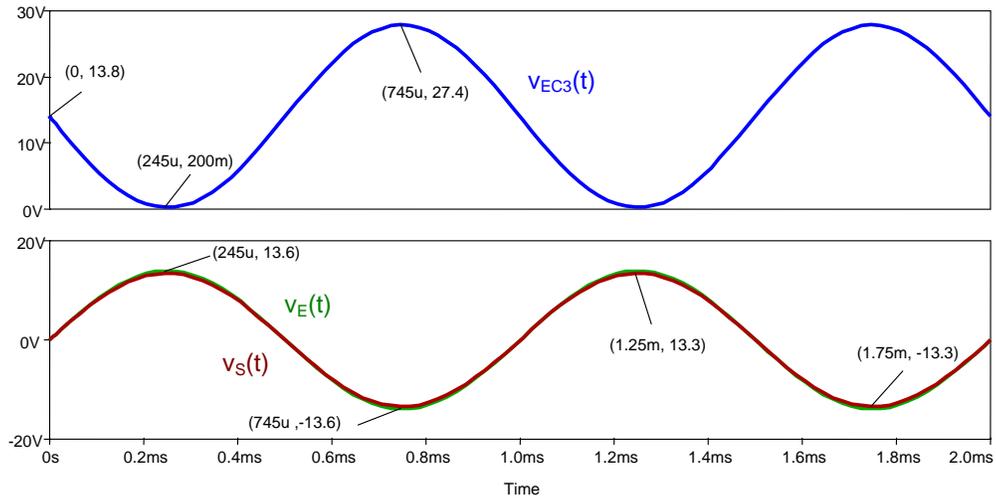
Le courant traversant la diode  $D_1$  étant relativement faible, la tension à ses bornes est surestimée par l'hypothèse du problème ( $0.5 \text{ V} < V_{D_1} < 0.6 \text{ V}$ ). Il serait peut-être concevable d'augmenter la valeur de  $I_0$  afin d'obtenir une polarisation plus correcte des diodes  $D_1$  et  $D_2$  au détriment du rendement.

Il est aussi à remarquer que la tension  $-V_{CC}$  fournit uniquement les courants d'alimentation de la source de Wildar  $Q_4 - R_2$  et qu'une tension de 0.3 V est perdue aux bornes de la résistance  $R_{E_1}$  ( $V_{E_{max}} \cong 13.6$  V). Le gain en tension du montage est donc  $V_{S_{max}}/V_{E_{max}} \cong 0.98$ .

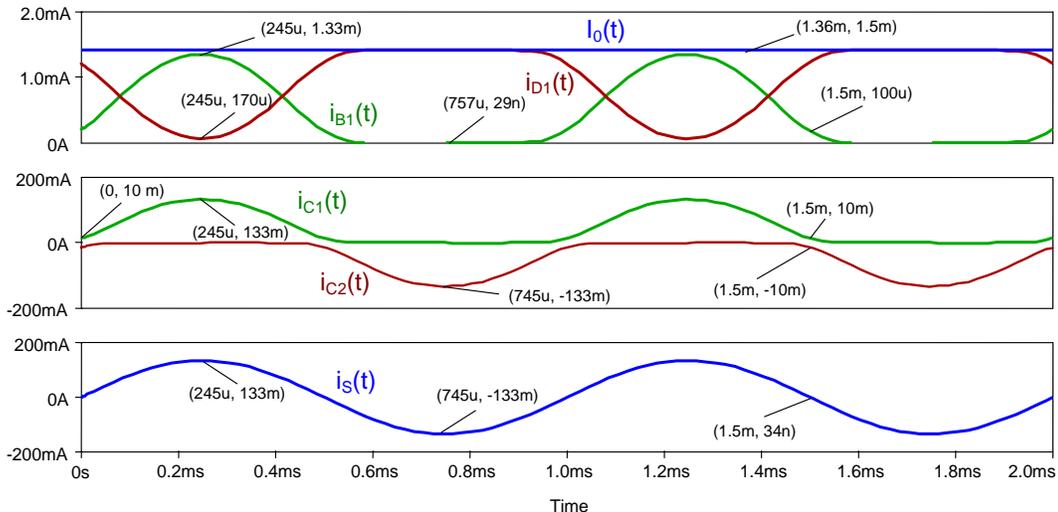
8. Détermination des variations sinusoïdales

L'étude de la polarisation fournit les valeurs à  $t = 0, T/2, T$ . L'étude précédente apporte les valeurs maximales obtenues à  $t = T/4$  ainsi qu'à  $t = 3T/4$  par la symétrie complémentaire du montage, lorsque le signal sinusoïdal d'attaque passe respectivement par les valeurs crête maximale et minimale.

Au sein des chronogrammes, le signal sinusoïdal est de fréquence 1 kHz (période 1 ms).



La tension  $v_{EC}(t)$  de  $Q_3$  varie de 0.2 V ( $\geq V_{EC_{sat}}$ ) à 27.4 V en valeurs extrêmes, de valeur moyenne  $V_{EC_0} = 13.8$  V et d'amplitude crête  $V_{ec} = 13.6$  V. Les tensions maximales d'entrée et de sortie diffèrent de 0.3 V (présence des résistances de stabilisation en température) puisque ces calculs ont été obtenus en supposant que les jonctions de composants présentaient 0.6 V malgré des courants et caractéristiques différentes. En continu, le potentiel de sortie est nul par le fait que les composants du circuit sont parfaitement complémentaires et identiques.



Quant aux variations des courants, les courants collecteurs de  $Q_1$  ou  $Q_2$ , à l'image de leurs courants de base, correspondent à un signal monoalterné dû à la classe AB. Sur un faible temps par rapport à la période, l'angle de conduction est supérieur à  $\pi$  et la distorsion de croisement n'apparaît aucunement dans l'évolution de  $i_S(t)$ , les caractéristiques non linéaires de  $Q_1$  et  $Q_2$  étant identiques. L'évolution du courant dans la diode  $D_1$  est à l'inverse de l'évolution du courant de base de  $Q_1$  puisque leur somme est pratiquement constante à  $I_0$ .

9. Calcul du rendement maximum

Le calcul s'effectue pour une dynamique maximale aux bornes de la charge. La puissance utile

est alors 
$$P_{utile_{max}} = \frac{(V_{s_{max}}/\sqrt{2})^2}{R_{ch}} \cong 0.885 W \text{ (efficace).}$$

L'alimentation  $+V_{CC}$  fournit le faible courant parcourant les diodes  $D_3 - D_4$ , le courant d'émetteur de  $Q_3$  (courants constants sur la période) et la valeur moyenne du courant monoalterné de collecteur de  $Q_1$  d'amplitude crête  $I_s$  (courant variable existant uniquement sur la première demi-période),

soit  $I_{CC}^+ = I_{D_3 D_4} + I_0 + I_{C_1_{moyen}} \cong 44.06 mA$  avec  $I_{C_1_{moyen}} \cong \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi I_s \sin \theta d\theta = \frac{I_s}{\pi}$  ( $\theta = \omega t$ ,  $I_s = I_{s_{max}}$ )

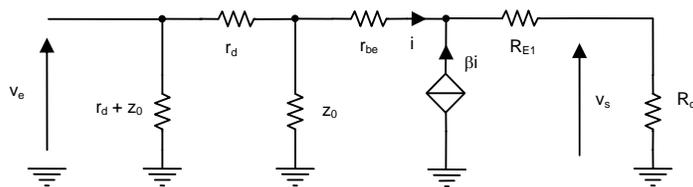
Vu la symétrie du montage, l'alimentation  $-V_{CC}$  fournit la même quantité de courant, soit

$I_{CC}^- = I_{D_5 D_6} + I_0 + I_{C_2_{moyen}}$ , d'où  $P_{fournie_{max}} = V_{CC} (I_{CC}^+ + I_{CC}^-) \cong 1.32 W \Rightarrow \eta_{max} = \frac{P_{utile_{max}}}{P_{fournie_{max}}} \cong 0.67$ .

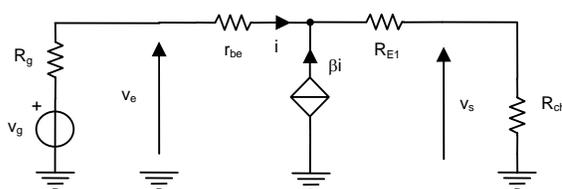
Ce rendement paraît très honorable pour cette structure. Il est à noter un point de détail dans le calcul de la valeur moyenne des courants de collecteur des transistors de sortie, effectué plus haut entre 0 et  $\pi$ . En effet, ce calcul sous-estime très légèrement la valeur moyenne du vrai signal d'angle de conduction supérieur à  $\pi$  (propre à la classe AB).

Etude du régime dynamique aux faibles signaux

10. Schéma



11. Evaluation des caractéristiques



Résistance d'entrée

$R_e = r_{be} + (\beta + 1)(R_{E1} + R_{ch}) \cong 10.4 k\Omega$

Gain en tension

$A_v = \frac{v_s}{v_e} = \frac{(\beta + 1)R_{ch}}{r_{be} + (\beta + 1)(R_{E1} + R_{ch})} \cong 0.97$

Résistance de sortie vue par la charge

$R_s = \frac{r_g + r_{be}}{\beta + 1} + R_{E1} \cong 4 \Omega$ .

(performances d'un étage collecteur commun)

### Push-pull série piloté par amplificateur de tension intégré et contre-réaction

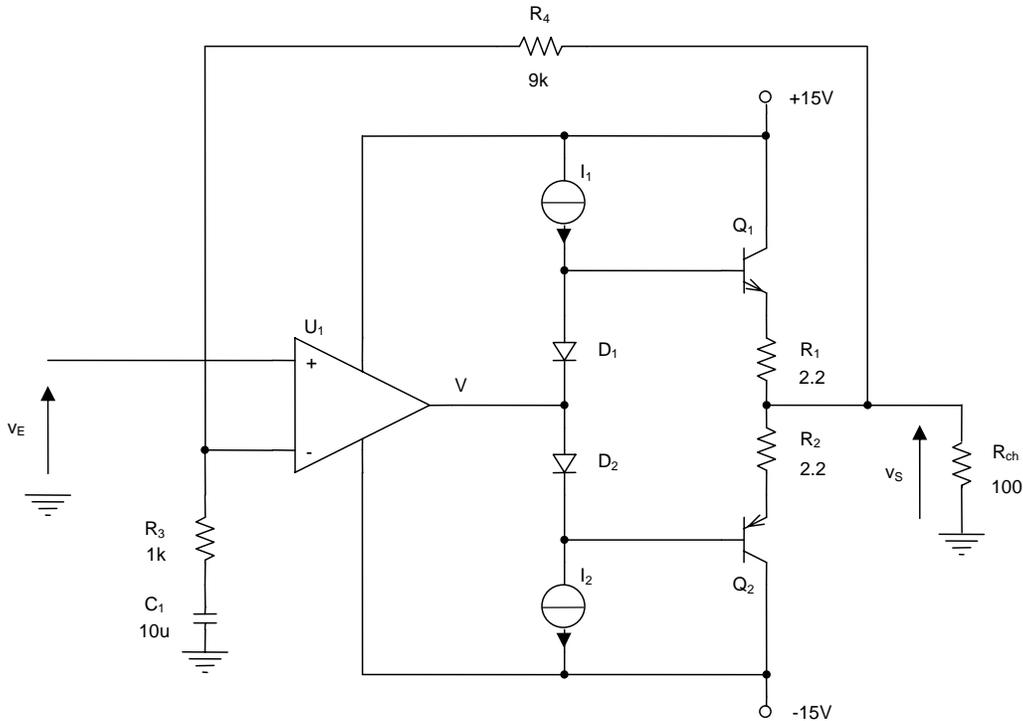
L'étude porte sur l'amplificateur de puissance représenté à la figure ci-dessous. Cette étude est effectuée en régime dynamique aux faibles signaux en tenant compte des paramètres suivants :

$U_1 \rightarrow R_d = 1\text{ M}\Omega, R_s = 100\ \Omega$  et fonction de transfert  $\frac{A_d}{1 + \tau p}$  avec  $A_d = 10^5$  et  $f_h = \frac{1}{2\pi\tau} = 10\text{ Hz}$

$Q_1, Q_2 \rightarrow \beta = 100, r_{be} = 80\ \Omega, r_{ce} = \infty, C_{be}, C_{bc}$  de valeurs négligeables

$D_1, D_2 \rightarrow r_d \cong 0\ \Omega$

$I_1, I_2 \rightarrow z_0$  très grand



#### Compréhension du montage

1. Expliquez brièvement ce montage et précisez le type de contre-réaction et la classe de fonctionnement.
2. Dessinez le montage sous forme de schémas-blocs faisant apparaître la chaîne directe  $G(p)$  et la chaîne de retour  $B(p)$ .

#### Etude du régime dynamique aux fréquences moyennes

3. Caractérisez la chaîne directe ( $Z_e, Z_s$  vue par la charge,  $A_v$ ) et de la chaîne de retour.
4. Caractérisez le montage en boucle fermée ( $Z'_e, Z'_s$  vue par la charge,  $A'_v$ ) en vérifiant les conditions d'adaptation d'impédances.
5. Si un signal parasite  $v_p$  de  $1\text{ V}_{pp}$  s'ajoute au signal  $v$  issu de l'amplificateur  $U_1$ , exprimez la tension de sortie  $v_s$  en fonction des tensions  $v_e$  et  $v_p$ . Interprétez ce résultat.

Etude du régime dynamique aux fréquences hautes et basses

6. Calculez la fréquence de coupure haute.
7. Dessinez le schéma équivalent aux basses fréquences et calculez la fréquence de coupure basse.
8. Tracez la réponse en fréquence du gain en tension dans le plan de Bode.
9. Déterminez les expressions des impédances d'entrée et de sortie en fonction de la fréquence et interprétez les résultats.
10. Pour un signal d'entrée en forme d'échelon, déterminez le temps de montée du signal de sortie, temps défini entre 10 et 90 %.

**Corrigé**

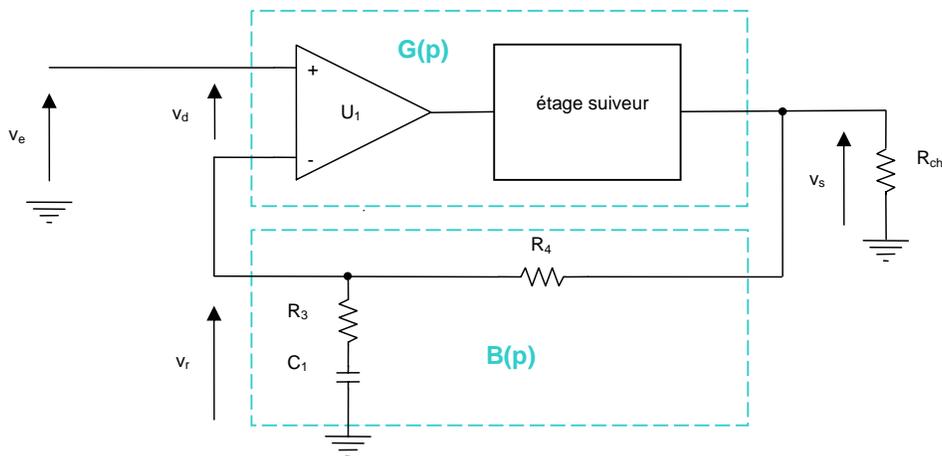
Compréhension du montage

1. Explication

Le circuit est un système asservi tel que la chaîne directe se compose d'un amplificateur différentiel de tension  $U_1$  pilotant un étage push-pull série et la chaîne de retour d'un atténuateur résistif. La configuration étant série/parallèle, le circuit subit une contre-réaction tension/tension.

- L'étage push-pull, suiveur de tension, présente une translation de tension entre les bases des transistors  $Q_1$  et  $Q_2$ , produite par deux diodes  $D_1$  et  $D_2$  montées en série. Cette translation définit un fonctionnement en classe B/AB. Les sources de courant doivent, potentiellement, fournir les courants de polarisation des diodes et les courants de base permettant d'atteindre le niveau de saturation de la tension de sortie. Les résistances  $R_1$  et  $R_2$  améliore le comportement thermique de l'étage de puissance (stabilisation par résistance d'émetteur).
- Le circuit de retour fixe le gain en tension de l'ensemble contre-réactionné car la chaîne directe possède un fort gain en tension par le biais de l'amplificateur  $U_1$ .
- La contre-réaction est totale en régime continu. En effet, le condensateur  $C_1$  étant assimilé à un circuit ouvert et l'entrée du montage étant connectée à la masse, l'asservissement maintient le potentiel continu de sortie à 0 V. En régime dynamique, la contre-réaction est partielle, fixée par le pont résistif car le condensateur est assimilé à un court-circuit dans le domaine des fréquences de travail.

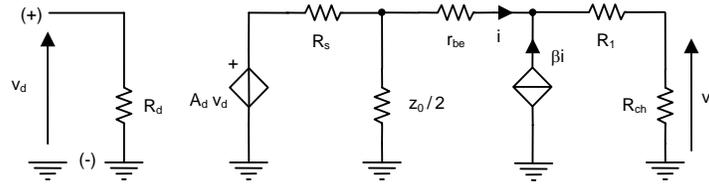
2. Schéma



Etude du régime dynamique aux fréquences moyennes

L'adaptation sur la charge étant supposée réalisée (ici condition de circuit ouvert en sortie ou encore  $R_{ch} \rightarrow \infty$ ), nous caractérisons chaque bloc de façon indépendante, puis le montage contre-réactionné en validant les conditions d'adaptation des blocs (voir cours « La contre-réaction »).

3. Caractérisation des chaînes directe et de retour



Pour la chaîne directe, l'entrée (-) de l'amplificateur différentiel de tension  $U_1$  est à la masse, les deux sources de courant sont en parallèle ( $z_0/2 \gg R_s$ ) et  $R_{ch} \rightarrow \infty$ .

$$\begin{cases} A_d v_d \cong (R_s + r_{be})i + (\beta + 1)(R_1 + R_{ch})i \\ v_s = (\beta + 1)R_{ch} i \end{cases} \Rightarrow A_v = \frac{v_s}{v_d} \cong \frac{A_d(\beta + 1)R_{ch}}{R_s + r_{be} + (\beta + 1)(R_1 + R_{ch})} \cong A_d = 10^5$$

Le calcul de la résistance de sortie du dipôle se fait en éteignant la tension d'entrée ( $v_d = 0$ )

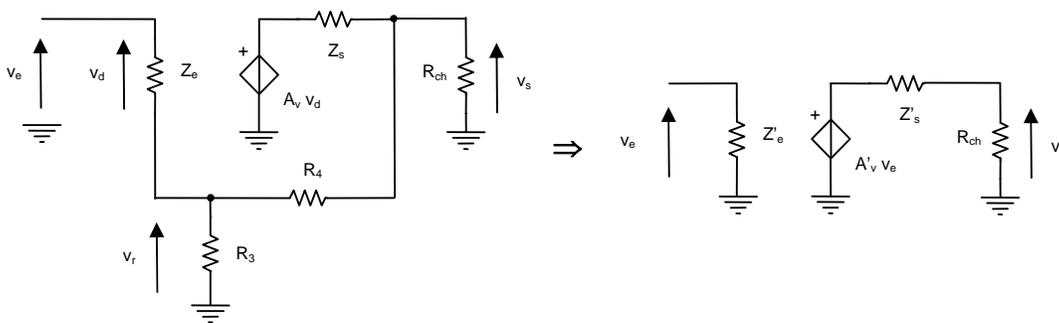
$$\begin{cases} i_0 + (\beta + 1)i = 0 \\ v_0 \cong -(R_s + r_{be})i - (\beta + 1)R_1 i \end{cases} \Rightarrow Z_s = \frac{v_0}{i_0} \cong R_1 + \frac{R_s + r_{be}}{\beta + 1} \cong 4 \Omega \text{ et } Z_e = R_d = 1 M\Omega$$

La chaîne de retour est un quadripôle résistif supposé attaqué en tension  $v_s$ , non chargé, et de tension de sortie  $v_r$ , le condensateur  $C_1$  étant assimilé à un court-circuit, soit  $\frac{v_r}{v_s} = \frac{R_3}{R_3 + R_4} = \lambda$ .

4. Caractérisation du montage en boucle fermée

La théorie de la contre-réaction réclame la connaissance du facteur  $1 + G(p)B(p)$ , soit, aux fréquences moyennes,  $1 + A_d \lambda \cong 10^4$  avec  $G \equiv A_v \cong A_d$  et  $B \equiv \lambda$ .

Le gain est alors  $A'_v = A_d / (1 + A_d \lambda) \cong 10$ , la résistance d'entrée est  $Z'_e = Z_e (1 + A_d \lambda) \cong 10^{10} \Omega$  (topologie série) et la résistance de sortie  $Z'_s = Z_s / (1 + A_d \lambda) \cong 0.4 m\Omega$  (topologie parallèle).

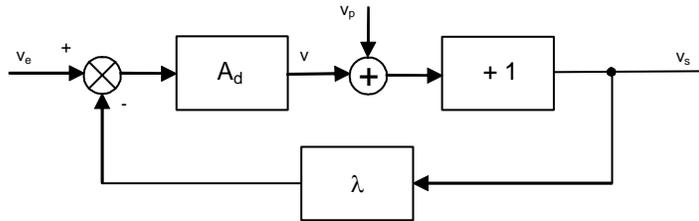


Le quadripôle de retour est attaqué tel que  $Z_s \ll R_3 + R_4$  et  $Z_e \gg R_3 // (R_4 + Z_s)$  ne charge pas la sortie ( $Z_s \ll R_{ch}$ ). Les conditions d'adaptation en tension sont donc satisfaites.

La tension de sortie en charge est alors  $v_s = \frac{R_{ch}}{R_{ch} + Z_s} A'_V v_e \cong A'_V v_e$  puisque  $Z_s \ll R_{ch}$ , ce qui correspond bien à une attaque en tension de la charge (condition de circuit ouvert en sortie).

5. Influence d'un signal parasite

Le signal parasite  $v_p$  s'ajoute au signal  $v$  issu de l'amplificateur  $U_1$ .



$$\begin{cases} v_s = v_p + v \\ v = A_d(v_e - \lambda v_s) \end{cases} \Rightarrow v_s = \frac{1}{1 + A_d \lambda} v_p + \frac{A_d}{1 + A_d \lambda} v_e, \text{ mais } A_d \lambda \gg 1 \Rightarrow v_s \cong \frac{v_p}{A_d \lambda} + \frac{v_e}{\lambda}$$

En sortie, la composante issue de la perturbation est divisée par le gain  $A_d$  de l'amplificateur différentiel par rapport à la composante du signal d'entrée. Pour  $v_p = 1 V_{pp}$ ,  $100 \mu V$  viennent s'ajouter au transfert de tension.

Etude du régime dynamique aux fréquences hautes et basses

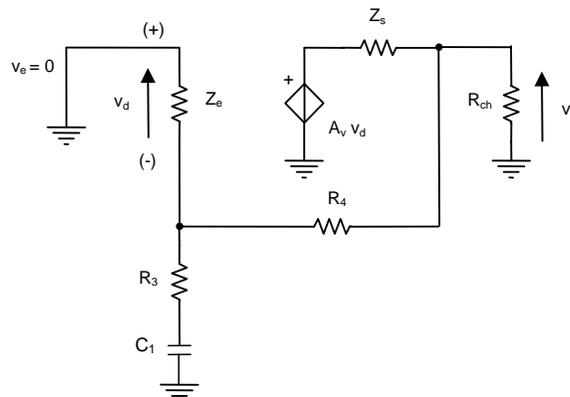
6. Calcul de la fréquence de coupure haute

Le système en boucle fermée s'écrit  $H(j\omega) = \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega)B(j\omega)}$  avec  $G(j\omega) = \frac{A_d}{1 + j\frac{\omega}{\omega_h}}$  et  $B = \lambda$ , ce

qui donne  $H(j\omega) = \frac{A_d}{1 + A_d \lambda} \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_h}}$  avec  $\omega_h' = (1 + A_d \lambda)\omega_h$  (voir cours « La contre-réaction »).

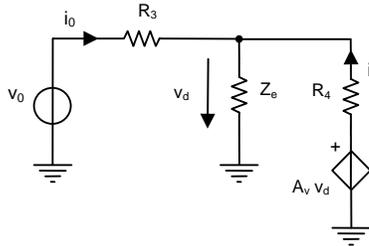
La contre-réaction augmente la fréquence de coupure haute  $f_h' \cong 100 \text{ kHz}$  ( $f_h = 10 \text{ Hz}$ ).

7. Calcul de la fréquence de coupure basse



Le système est du premier ordre puisque le circuit comporte un seul condensateur. Le pôle de la fonction de transfert est trouvé à partir de la constante de temps  $C_1 R_{eq}$ , avec  $R_{eq}$  résistance équivalente du dipôle vue aux bornes du condensateur.

Pour ce calcul, remarquons que la branche composée de la source liée et de la résistance  $R_4$  possède la tension  $v_d$  à ses bornes après avoir constaté que  $Z_s \ll R_{ch}$  (Thévenin).



$$v_d \cong -A_v v_d + R_4 i \Rightarrow \frac{v_d}{i} \cong \frac{R_4}{1 + A_v}$$

$$\text{d'où } R_{eq} = \frac{v_0}{i_0} \cong R_3 + Z_e // \frac{R_4}{1 + A_v} \cong R_3.$$

La fréquence de coupure basse est  $f_b \cong \frac{1}{2\pi R_3 C_1} \cong 15.9 \text{ Hz}$ , valeur très acceptable puisque le gain en tension de la chaîne directe, fonction de la fréquence, n'a pratiquement pas varié ( $\cong 10^5$ ).

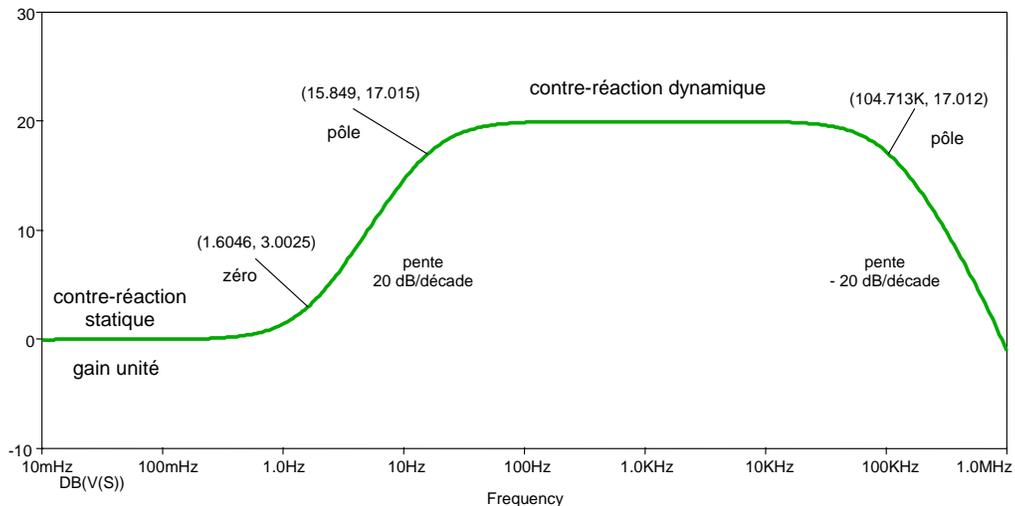
La fonction de transfert en tension peut s'annuler par la présence du même condensateur. En effet, si la tension de sortie  $v_s$  est nulle,  $C_1$  voit à ses bornes les résistances  $R_3$  et  $R_4 // Z_e$  en série et la valeur de la fréquence de coupure relative au zéro est  $f_z \cong \frac{1}{2\pi (R_3 + R_4) C_1} \cong 1.59 \text{ Hz}$ .

La fonction de transfert est de la forme 
$$H(p) = \frac{1 + \frac{p}{\omega_z}}{1 + \frac{p}{\omega_c}} = \frac{1 + (R_3 + R_4) C_1 p}{1 + R_3 C_1 p} \quad (p = j\omega).$$

Pour  $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow H(j\omega) \cong \frac{R_3 + R_4}{R_3} = 10 \text{ (20 dB)}$

Pour  $\omega \rightarrow 0 \Rightarrow H(j\omega) \cong 1 \text{ (0 dB)}$

8. Tracé du gain en tension



9. Expressions et tracés des impédances

En négligeant l'effet dû au condensateur  $C_1$  (effet aux basses fréquences),

$$Z'_e(j\omega) = Z_e \left( 1 + \frac{A_d \lambda}{1 + j\omega\tau} \right) = Z_e (1 + A_d \lambda) \frac{1 + j\omega \frac{\tau}{1 + A_d \lambda}}{1 + j\omega\tau} = Z'_e \frac{1 + j \frac{\omega}{\omega_h}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_h}}$$

$\omega \rightarrow 0, Z'_e \cong 10^{10} \Omega$  (200 dB, boucle fermée),  $\omega \rightarrow \infty, Z'_e \cong 10^6 \Omega$  (120 dB, boucle ouverte)

$$Z'_s(p) = \frac{Z_s}{1 + \frac{A_d \lambda}{1 + j\omega\tau}} = \frac{Z_s}{1 + A_d \lambda} \frac{1 + j\omega\tau}{1 + j\omega \frac{\tau}{1 + A_d \lambda}} \cong Z'_s \frac{1 + j \frac{\omega}{\omega_h}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_h}}$$

$\omega \rightarrow 0, Z'_s \cong 0.4 \text{ m}\Omega$  (- 68 dB, boucle fermée),  $\omega \rightarrow \infty, Z'_s \cong 4 \Omega$  (12 dB, boucle ouverte)

Les pôles et zéros sont positionnés aux valeurs 10 Hz et 100 kHz. Ces résultats indiquent que les impédances évoluent rapidement à partir de la fréquence de coupure de la chaîne directe.

10. Evaluation du temps de montée

La réponse d'un système du premier ordre à un échelon de tension d'amplitude  $V$  s'écrit

$$v_S(t) = V \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \text{ avec } \tau \text{ constante de temps du système aux faibles signaux.}$$

$$\begin{cases} v_S(t_1) = 0.1 V \rightarrow t_1 = \tau \text{Ln} \frac{10}{9} \\ v_S(t_2) = 0.9 V \rightarrow t_2 = \tau \text{Ln} 10 \end{cases} \Rightarrow t_r = t_2 - t_1 = \tau \text{Ln} 9$$

soit  $t_r \cong 2.2 \tau$  ou  $t_r \cong \frac{2.2}{\omega_h}$  ou encore  $t_r \cong \frac{0.35}{f_h}$  ( $f_h$  fréquence de coupure haute).

Ici, le passe-bas du premier ordre présente une fréquence de coupure haute  $f'_h \cong 100 \text{ kHz}$  et le temps de montée s'écrit  $t'_r \cong \frac{0.35}{f'_h} = \frac{0.35}{(1 + \lambda A_d) f_h} \cong \frac{t_r}{\lambda A_d}$  et s'évalue à  $3.5 \mu\text{s}$  ( $t_r$  temps de montée de la chaîne directe).

Ainsi, en réponse à un échelon de tension en entrée, le temps de montée est amélioré par la contre-réaction d'autant mieux que  $\lambda$  est grand ou encore le gain en boucle fermée  $A'_v \cong 1/\lambda$  est faible.

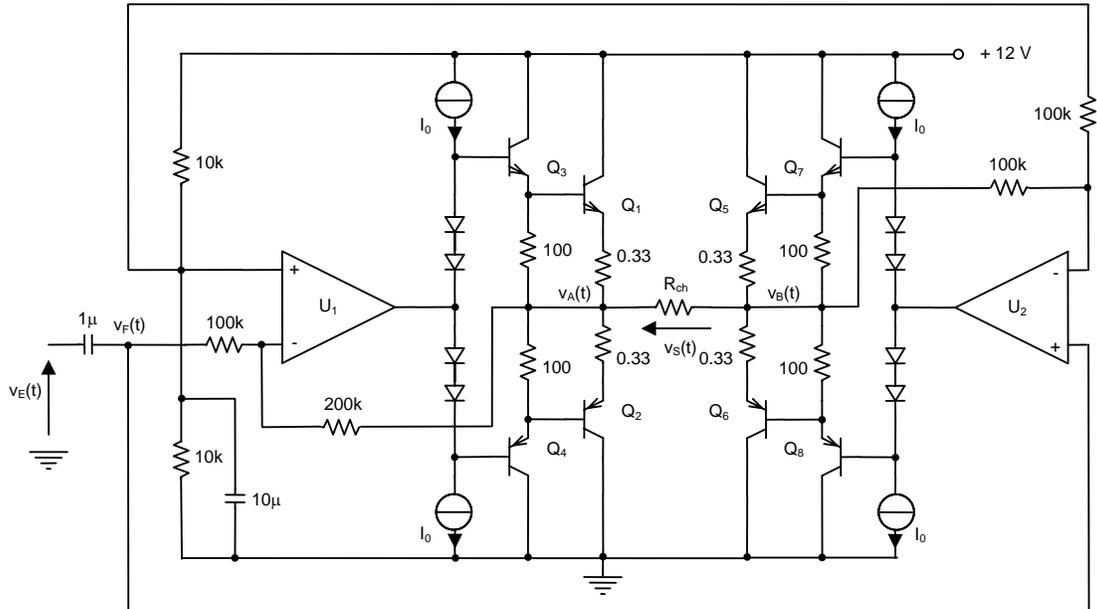
### Etage de puissance push-pull série en pont

L'étude porte sur l'étage amplificateur de puissance ponté en pont dont le schéma de principe est représenté à la figure ci-dessous.

Les transistors de sortie ( $Q_1, Q_2, Q_5, Q_6$ ) possèdent un gain  $\beta$  de 50 et les précédents ( $Q_3, Q_4, Q_7, Q_8$ ) un gain  $\beta'$  de 100. Les sources de courant  $I_0$  sont constituées par des miroirs élémentaires dont les transistors ont un gain en courant très élevé devant l'unité. Dans chacune de ces trois catégories, les transistors sont supposés technologiquement parfaitement identiques ou complémentaires. Les amplificateurs de tension ( $U_1, U_2$ ) sont supposés idéaux et les diodes identiques.

La valeur de la tension aux bornes d'une diode ou d'une jonction base-émetteur de transistor sera de l'ordre de 0.6 V, quelque soit le courant qui traverse le composant (même si ce courant est relativement faible). Les courants traversant les résistances de 100  $\Omega$  seront négligés dans les calculs.

L'alimentation fournit une tension  $V_{CC} = 12\text{ V}$  et la charge  $R_{ch}$  est de valeur 4  $\Omega$ .



#### Compréhension du schéma

1. Donnez une description précise du circuit.

#### Etude du régime continu

2. Dessinez le schéma et indiquez les potentiels de nœuds en considérant la polarisation des étages de puissance en classe B.

### Etude du régime pseudo-continu

Une tension sinusoïdale  $v_E(t)$  est appliquée en entrée. Sa valeur crête est réglée de façon à obtenir une dynamique de sortie maximale correspondant à la limite de l'écrêtage. Dans cette situation, le courant minimum de polarisation des diodes est pris à la valeur d'environ  $600 \mu\text{A}$  et les transistors des sources  $I_0$  sont au voisinage de la saturation ( $|V_{CE_{sat}}| \cong 0.2 \text{ V}$ ).

3. Dessinez le schéma.
4. Calculez les valeurs crête des signaux  $v_S(t)$ ,  $v_A(t)$ ,  $v_B(t)$ ,  $v_E(t)$  et tracez les chronogrammes.
5. Évaluez le rendement maximum du montage.

### Etude du régime dynamique aux fréquences moyennes

Chaque étage de puissance possède un gain en tension voisin de l'unité, une résistance d'entrée importante devant la résistance de sortie de l'amplificateur intégré et une résistance de sortie faible devant la charge.

6. Dessinez le schéma.
7. Évaluez le transfert en tension  $A_v = v_s/v_e$  du montage.

## Corrigé

### Compréhension du schéma

#### 1. Description

Le condensateur de liaison ( $1 \mu\text{F}$ ) isole l'entrée du continu et le condensateur de découplage ( $10 \mu\text{F}$ ) permet la connexion de l'entrée non inverseuse de  $U_1$  à la masse dans le domaine des fréquences de travail (découplage du pont  $10 \text{ k}\Omega/10 \text{ k}\Omega$ ). Ainsi  $U_1$  est monté en amplificateur inverseur et  $U_2$  en amplificateur non inverseur. Ces amplificateurs pilotent chacun un étage suiveur push-pull série à Darlington simples dont les sorties sont connectées à la charge. L'ensemble constitue un montage de puissance monté en pont (structure en H) alimenté par une tension unique de  $12 \text{ V}$ . Le diviseur de tension  $10 \text{ k}\Omega/10 \text{ k}\Omega$  impose un point de repos des amplificateurs de tension et de puissance à la moitié de la tension d'alimentation de manière à profiter du maximum d'excursion de la tension de sortie sur la charge.

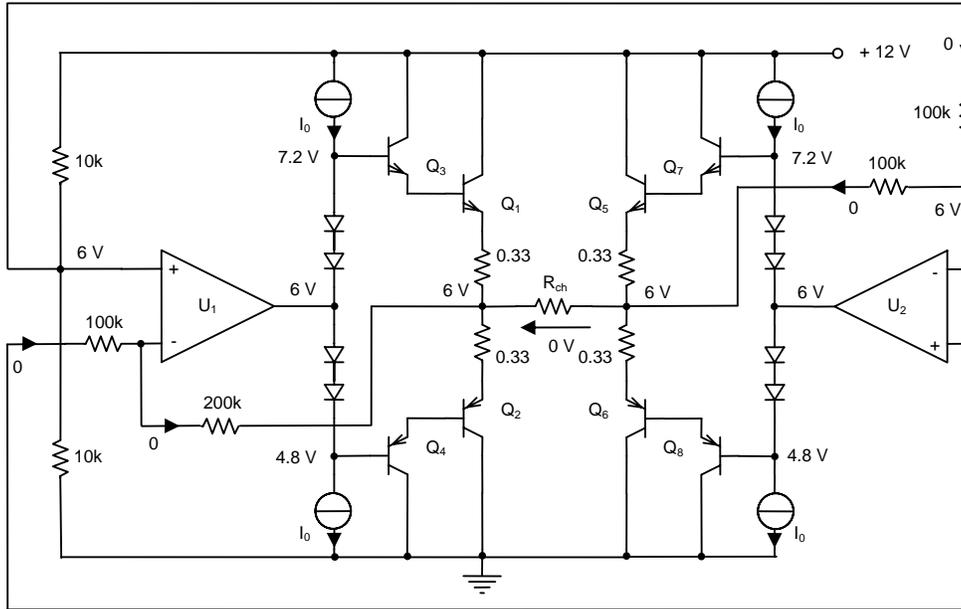
Quatre diodes compensent les seuils de conduction des jonctions des transistors et définissent une classe B/AB. Les résistances de  $0.33 \Omega$ , valeur faible devant celle de la charge, servent à la stabilité en température des transistors de sortie. Les résistances de  $100 \Omega$  améliorent également cette stabilité par dérivation du courant de fuite des Darlington. Les sources de courant  $I_0$  fourniront le courant de polarisation des diodes et le courant maximum de base des Darlington nécessaire à l'obtention de la dynamique maximale en sortie.

### Etude du régime continu

#### 2. Schéma avec valeurs des potentiels de noeuds

Les amplificateurs de tension étant supposés parfaits, aucun courant ne circule dans la résistance de  $100 \text{ k}\Omega$  connectée à la borne non inverseuse de  $U_2$ . De ce fait, les potentiels d'entrée des deux amplificateurs sont au même niveau. Aucun courant ne circule dans la résistance de  $100 \text{ k}\Omega$  connectée à la borne non inverseuse de  $U_1$  puisque la différence de potentiels aux bornes de celle-ci est nulle. Ainsi, il n'y a pas de courant traversant les résistances de retour de  $U_1$  ( $200 \text{ k}\Omega$ )

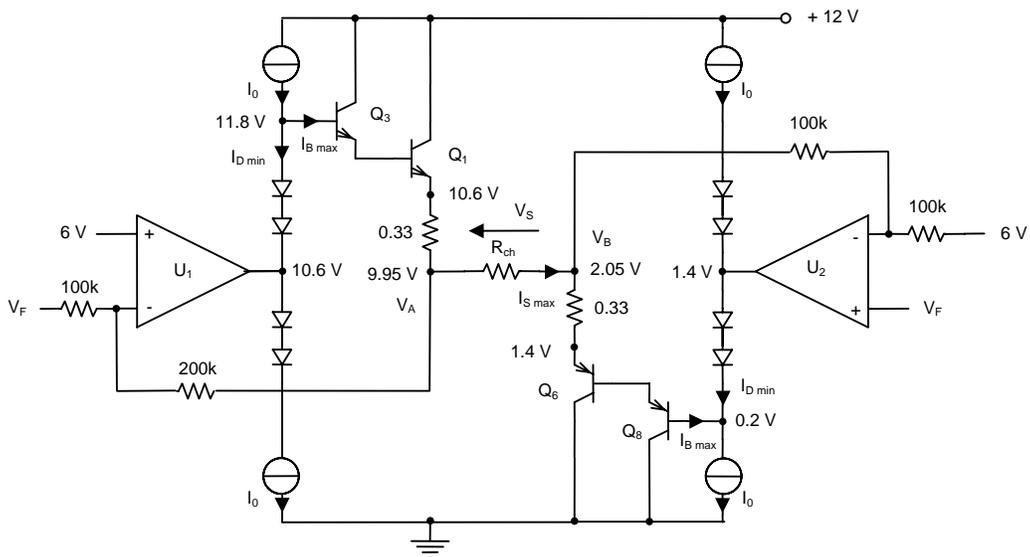
et  $U_2$  ( $100\text{ k}\Omega$ ). Le pont de résistances de  $10\text{ k}\Omega$  fixe les potentiels d'entrée des amplificateurs de tension à la moitié de la tension d'alimentation, soit  $6\text{ V}$ . Les potentiels  $V_A$  et  $V_B$  étant aussi à  $6\text{ V}$ ,  $V_S = 0$ . Les diodes et les jonctions en direct des transistors produisent une translation de tension de  $0.6\text{ V}$ .



Etude du régime pseudo-continu

Considérons la demi période pendant laquelle les transistors  $Q_1, Q_3, Q_6, Q_8$  conduisent,  $Q_2, Q_5, Q_4, Q_7$  étant à l'état bloqué. Le schéma est alors le suivant.

3. Schéma



4. Calcul des valeurs crête maximales des tensions et tracés

Les transistors des miroirs de courant sont au voisinage de la saturation et délivreront un courant  $I_0$  constant (effet Early négligé) tant que leur tension  $|V_{CE}| > |V_{CE_{sat}}|$ .

$$V_{CC} = V_{EC_{sat}(PNP)} + V_{BE_3} + V_{BE_1} + (2R_E + R_{ch})I_{S_{max}} + V_{EB_6} + V_{EB_3} + V_{CE_{sat}(NPN)} \Rightarrow I_{S_{max}} \cong 1.974 \text{ A}.$$

$$V_{S_{max}} = R_{ch} I_{S_{max}} \cong 7.9 \text{ V} \text{ valeur maximale autour de la tension au repos } 0 \text{ V, soit } V_s \cong 7.9 V_{crête}.$$

$$V_{A_{max}} = V_{CC} - V_{EC_{sat}(PNP)} - V_{BE_3} - V_{BE_1} + R_E I_{S_{max}} \cong 9.95 \text{ V},$$

$$V_{B_{max}} = V_{CE_{sat}(NPN)} + V_{EB_6} - V_{EB_3} + R_E I_{S_{max}} \cong 2.05 \text{ V}$$

écarts maximaux par rapport à la tension au repos 6 V, soit  $V_a = V_b \cong 3.95 V_{crête}$ .

Les courants circulant dans les branches de contre-réaction des amplificateurs de tension sont de valeurs négligeables devant celui traversant la charge, mais importants comparés aux courants d'entrée de ces amplificateurs (supposés nuls).

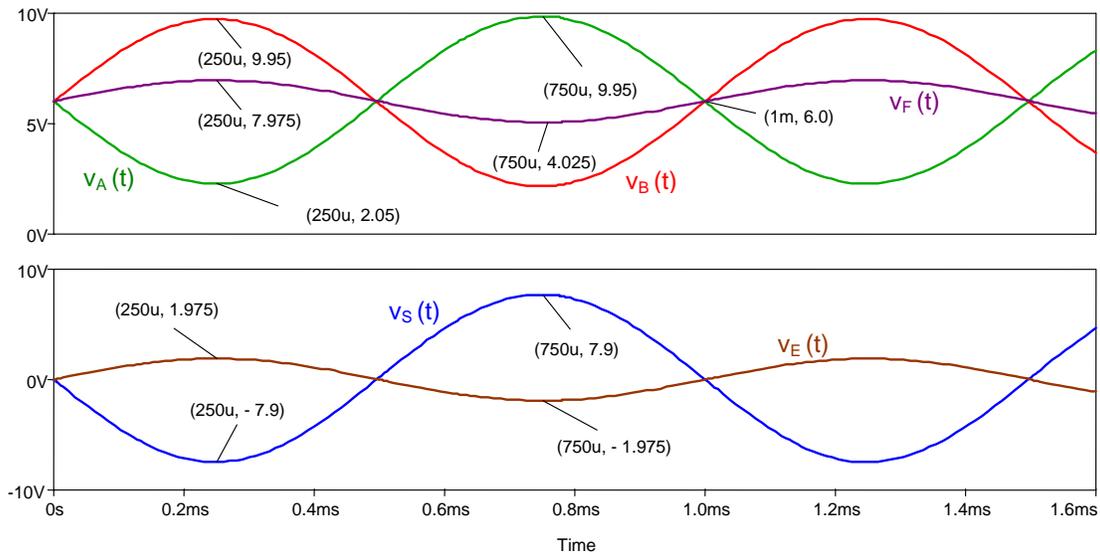
$$\text{Pour } U_1, V^+ = V^- = \frac{2}{3}V_F + \frac{1}{3}V_A = 6 \text{ V} \Rightarrow V_F = 4.025 \text{ V}$$

$$\text{Pour } U_2, V_F = V^- = \frac{1}{2}(V_B + 6) = 4.025 \text{ V}$$

écart maximum par rapport à la tension au repos 6 V, soit  $V_f = 1.975 V_{crête}$ .

La présence du condensateur de liaison en entrée translate ce signal autour de 0 V (isolation du continu), soit  $V_{E_{max}} = V_F - 6 = -1.975 \text{ V}$ .  $V_e \cong 1.975 V_{crête}$  est donc la valeur de l'amplitude de la tension sinusoïdale d'entrée à ne pas dépasser avant écrêtage du signal de sortie.

Ce montage en pont présente un transfert en tension  $V_{S_{max}}/V_{E_{max}} = -4$ , ce qui quadruple la puissance en sortie par rapport au montage traditionnel.



Au sein des chronogrammes, le signal sinusoïdal est de fréquence 1 kHz (période 1 ms).

5. Calcul du rendement maximum

Puissance maximale en sortie  $P_{utile_{max}} = \frac{(V_s/\sqrt{2})^2}{R_{ch}} \cong 7.8 W$  avec  $V_s$  amplitude crête maximale.

Puissance fournie par l'alimentation sur une période

L'alimentation fournit les courants de polarisation des miroirs du haut du schéma (chacun des transistors d'un miroir consomme un courant constant  $I_0$ ), ainsi que les courants de collecteur de  $Q_1, Q_3, Q_5$  et  $Q_7$ , de forme sinusoïdale mono alternée dont les valeurs moyennes s'écrivent

$I_{C_{1\ moy}} = I_{C_{5\ moy}} \cong \frac{I_s}{\pi} \cong 628 mA$  et  $I_{C_{3\ moy}} = I_{C_{7\ moy}} \cong \frac{I_s}{\pi \beta} \cong 12.6 mA$  ( $I_s$  amplitude crête maximale),

d'où  $I_{CC} = 2I_{0\ (miroir)} + 2I_{0\ (miroir)} + I_{C_{1\ moy}} + I_{C_{3\ moy}} + I_{C_{5\ moy}} + I_{C_{7\ moy}}$ .

Le courant constant  $I_0$  doit être supérieur au courant de base maximum de  $Q_3$  de façon à polariser les diodes dans ce cas extrême. Pour cela, l'hypothèse propose  $I_{D_{min}} \cong 0.6 mA$  et donc

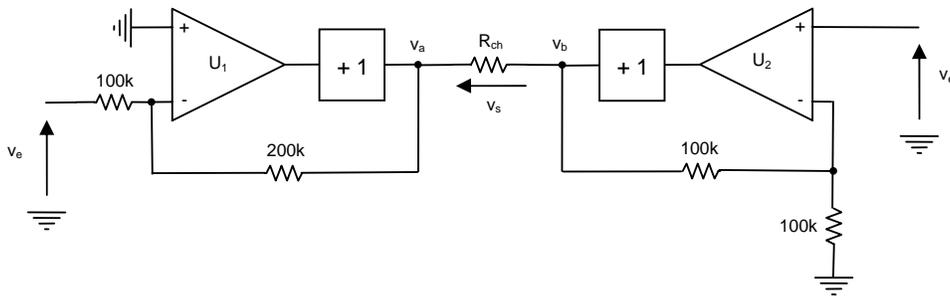
$I_0 = I_{D_{min}} + I_{B_{3\ max}} \cong 1 mA$  avec  $I_{B_{3\ max}} \cong 0.4 mA$ .

$P_{fournie_{max}} = I_{CC} V_{CC} \cong 15.42 W$ ,  $\eta_{max} \cong 0.506$ .

Ce calcul correspond au rendement de l'étage terminal. Le montage proposé montre une consommation supplémentaire de courants due au pont de polarisation générale  $10 k\Omega/10 k\Omega$  (0.6 mA) et aux amplificateurs de tension. La consommation est essentiellement définie par le courant moyen des transistors de puissance  $Q_1, Q_2, Q_5, Q_6$ .

Régime dynamique aux faibles signaux

6. Schéma

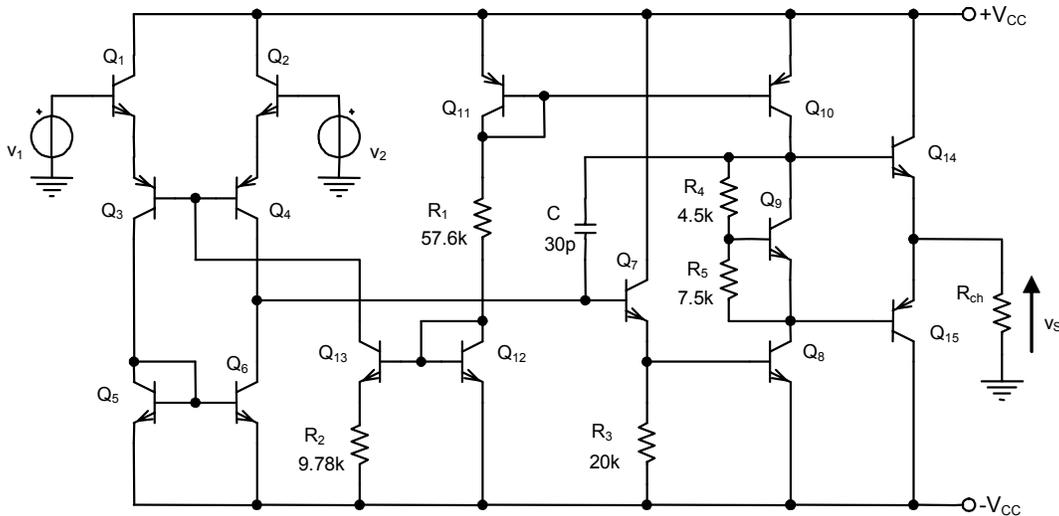


7. Evaluation du gain en tension

Les adaptations en tension étant réalisées, les tensions à vide ( $R_{ch} = \infty$ ), en sortie des montages inverseur et non inverseur, sont respectivement  $v_a \cong -2 v_e$  et  $v_b \cong 2 v_e$ . Les contre-réactions tension/courant et tension/tension produisent une très faible résistance de sortie (topologies parallèles), ce qui permet d'écrire  $v_s = v_a - v_b \cong -4 v_e$ . Ce résultat est évidemment identique à celui trouvé dans l'étude du régime pseudo-continu.

### Amplificateur de tension (inspiré du LM741 de National Semiconductor)

On considère le circuit intégré de la figure ci-dessous. Le but est de caractériser l'amplificateur de tension, puis d'évaluer le produit gain bande passante au sein d'une étude aux faibles signaux. Tous les transistors de type NPN sont supposés identiques ( $\beta = 250, V_{A_{NPN}} = 100V$ ). Pour les transistors de type PNP,  $Q_3, Q_4$  identiques ( $\beta' = 5, V_{A_{PNP}}$  très grand),  $Q_{10}, Q_{11}, Q_{15}$  identiques ( $\beta = 250, V_{A_{PNP}} = 50V$ ). L'alimentation symétrique du montage est telle que  $V_{CC} = 15V$  et la résistance de charge se situe hors puce.



#### Compréhension du schéma

1. Donnez une description précise du circuit.

#### Etude du régime continu

2. Déterminez les courants de collecteur de  $Q_{10}$  et  $Q_{13}$ .
3. Évaluez la tension entre les bases de  $Q_{14}$  et  $Q_{15}$ , puis concluez sur la classe de fonctionnement du dernier étage.
4. Dessinez le montage dans son régime.
5. Calculez les courants de collecteur de  $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7, Q_8$  et  $Q_9$ .

#### Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

6. Évaluez les paramètres  $r_{be}$  et  $r_{ce}$  des modèles des transistors.
7. Évaluez les résistances dynamiques présentées par les étages de polarisation  $Q_{10} - Q_{11} - R_1 - Q_{12} - Q_{13} - R_2$  ( $z_{10}, z_{13}$ ), par l'ensemble  $Q_9 - R_4 - R_5$  entre bases de  $Q_{14} - Q_{15}$  ( $z_9$ ), ainsi que les éléments de la caractérisation de l'ensemble  $Q_5 - Q_6$  ( $z_e, z_s, A_i$ ).
8. Dessinez le montage dans son régime.
9. Caractérissez le montage en régime purement différentiel ( $A_d, Z_d, Z_s$ ).
10. Caractérissez le montage en régime de mode commun ( $A_c, Z_c$ ).
11. Déduisez le taux de réjection de mode commun.
12. Caractérissez l'étage de gain en tension  $Q_7 - Q_8$  ( $A_v, Z_e, Z_s$ ).

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences hautes)

13. Calculez la fréquence de coupure haute du montage, les transistors étant sous leur schéma aux fréquences moyennes. Justifiez ce résultat, puis évaluez le produit gain bande du circuit.

Etude du régime pseudo-continu

14. Ecrivez les expressions des transferts  $I_{C_3}(V_D)$ ,  $I_{C_4}(V_D)$  et  $I(V_D)$  de l'étage différentiel avec  $I$  courant de court-circuit en sortie de l'étage. Tracez ces fonctions.
15. Démontrez qu'en considérant la zone linéaire des transferts, on retrouve l'expression du transfert en tension à vide de l'étage différentiel obtenu lors de l'étude en régime dynamique aux faibles signaux. Ecrivez l'expression de la conductance de transfert  $i(v_d)$ .

## Corrigé

### Compréhension du schéma

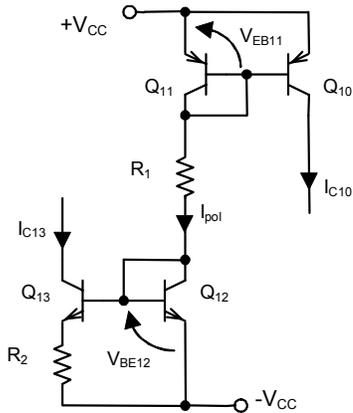
#### 1. Description

Le schéma se compose d'un circuit de polarisation, d'un amplificateur différentiel, d'un étage de gain en tension et d'un étage de sortie push-pull.

- Le circuit de polarisation est composé d'une source de Widlar  $Q_{12}$ - $Q_{13}$ - $R_2$  et d'un miroir de courant élémentaire  $Q_{10}$ - $Q_{11}$  polarisant respectivement l'étage différentiel par le point commun des bases de  $Q_3$ - $Q_4$  et l'émetteur commun  $Q_8$ . Les courants de ces sources sont réglés par la résistance  $R_1$ .
- L'étage différentiel est un amplificateur cascode, permettant d'obtenir une bande passante plus élevée que le montage traditionnel à comportement émetteur commun. Les collecteurs communs  $Q_1$  et  $Q_2$  sont suivis de bases communes  $Q_3$  et  $Q_4$  dont la charge dynamique du point commun des bases est la source de Widlar et la charge dynamique des collecteurs est un miroir de courant  $Q_5$ - $Q_6$ . Le choix de la source de Widlar est, d'une part, de polariser l'étage d'entrée à très faible courant (effet lentille au lieu d'un effet miroir) et, d'autre part, de présenter une charge dynamique très importante en vue de minimiser au mieux l'amplification de mode commun. La présence du miroir permet de doubler le courant dynamique traversant la résistance interne de cette source, donc de doubler la valeur du gain différentiel en tension (condition à vide). Il est à remarquer que la sortie de l'étage est alors asymétrique.
- L'étage de gain en tension, nécessaire pour obtenir un gain global de quelques centaines de mille, est composé d'un collecteur commun  $Q_7$  suivi par un émetteur commun  $Q_8$  dont la forte charge dynamique est le miroir de courant  $Q_{10}$ - $Q_{11}$ . Le rôle du collecteur commun est d'améliorer le transfert en tension entre l'étage différentiel de forte résistance de sortie (amplificateur à conductance de transfert) et l'étage émetteur commun de relativement faible résistance d'entrée.
- L'étage de sortie est un étage push-pull série à émetteur suiveur complémentaire, car  $Q_{14}$  et  $Q_{15}$  sont des transistors de type opposé et montés en collecteur commun. Le rôle de cet étage en régime dynamique est d'abaisser la résistance dynamique en sortie du circuit afin de satisfaire l'adaptation en tension vis-à-vis de la charge, tout en produisant un courant notable dans cette dernière. De plus, cette structure permet une dynamique maximale en sortie par rapport aux tensions d'alimentation. En régime continu, le point commun de sortie des émetteurs doit être au potentiel 0 V en absence de dynamique, ainsi pas de courant traversant la charge, donc décalage de tension nul (réalisable par une contre-réaction totale tension-tension statique).
- La structure  $Q_9$ - $R_4$ - $R_5$  est un multiplicateur de  $V_{BE}$  polarisé par le courant du miroir  $Q_{10}$ - $Q_{11}$ . Son rôle consiste à produire une translation de tension continue entre les bases de  $Q_{14}$  et  $Q_{15}$  dont la valeur définit la classe de fonctionnement de l'étage push-pull (A, AB, B). Pour ce type de circuit intégré, la classe B est recommandée afin de dissiper un minimum d'énergie au repos d'une part, et d'autre part, de minimiser la distorsion de croisement que produirait l'étage de sortie sans cette translation. La distorsion restante sera fortement réduite par l'effet de contre-réaction dû à la présence d'éléments extérieurs au circuit.
- La capacité intégrée  $C$  est une capacité de compensation par effet Miller sur l'étage de gain, requise pour rétrécir la bande passante de l'amplificateur afin que ce dernier soit inconditionnellement stable. De ce fait, les applications de ce circuit intégré appartiennent au domaine de l'amplification linéaire basses fréquences, donc non utilisable en fonctionnement en commutation par manque de rapidité dû au phénomène de triangulation (slew rate).

Etude du régime continu

2. Courants issus des sources



Courant de référence

$$I_{pol} = \frac{2V_{CC} - V_{EB11} - V_{BE12o}}{R_1} \cong 500 \mu A$$

Miroir de courant  $I_{C10o} \cong I_{pol} \cong 500 \mu A$

Source de Widlar  $\frac{R_2}{U_T} I_{C13o} \cong \ln\left(\frac{I_{pol}}{I_{C13o}}\right)$   
(équation transcendante)

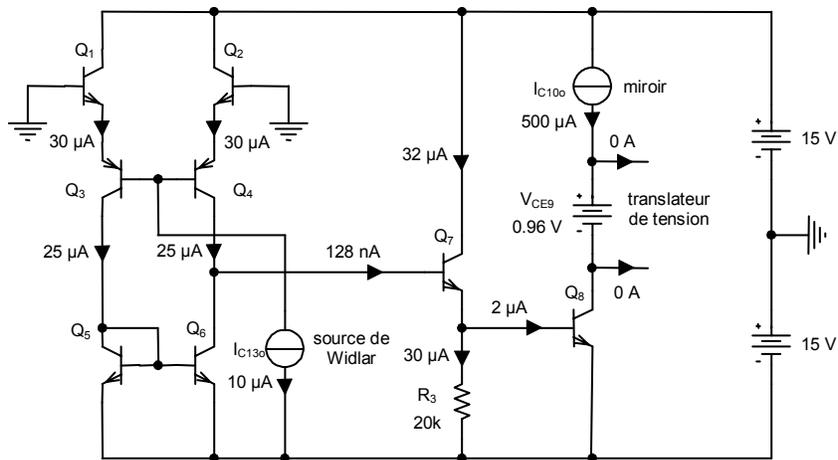
d'où  $I_{C13o} \cong 10 \mu A$

3. Multiplicateur de  $V_{BE}$

$$V_{CE9} = V_{BE9} \left(1 + \frac{R_4}{R_5}\right) \cong 0.96 V$$

La valeur numérique trouvée permet de préciser la classe du push-pull série, ici classe B. En effet, cette tension compense les seuils de conduction des deux jonctions base-émetteur des transistors  $Q_{14}$  et  $Q_{15}$  (deux fois 0.5 V) et les valeurs de leurs courants de base ne sont pas significatifs (absence de l'étage push-pull au sein du schéma en régime continu).

4. Schéma

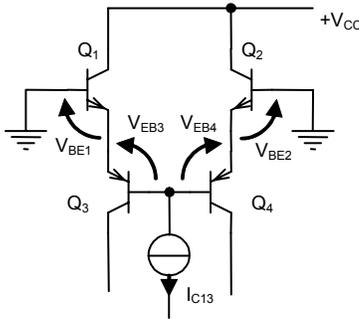


Les sources dynamiques sont éteintes ( $v_1 = v_2 = 0$ ). Les étages de polarisation sont remplacés par leur équivalent statique, à savoir des sources de courant ( $I_{C10o}$ ,  $I_{C13o}$ ) et de tension  $V_{CE9o}$ . Les deux alimentations continues  $V_{CC}$  sont évidemment présentes. Attention, le miroir de courant  $Q_5 - Q_6$ , représenté sous sa forme originelle, reconduit le courant issu du collecteur de  $Q_3$  à sa sortie,

mais n'est pas, pour autant, un étage de polarisation. L'étude du pseudo-continu permettra de mieux saisir son rôle.

5. Calcul des courants collecteurs

Pour l'étage différentiel



$$\begin{cases} \text{équations du circuit} \\ \left\{ \begin{aligned} V_{BE1} - V_{BE2} &= V_{EB4} - V_{EB3} \\ I_{E1} &= I_{E3} \\ I_{E2} &= I_{E4} \\ I_{C13} &= I_{B3} + I_{B4} \end{aligned} \right. \\ \\ \text{équations technologiques} \\ \left\{ \begin{aligned} Q1 \equiv Q2 &\rightarrow \frac{I_{E1}}{I_{E2}} \cong e^{\frac{V_{BE1} - V_{BE2}}{U_T}} \\ Q3 \equiv Q4 &\rightarrow \frac{I_{E3}}{I_{E4}} \cong e^{\frac{V_{EB3} - V_{EB4}}{U_T}} \end{aligned} \right. \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{I_{E1}}{I_{E2}} = \frac{I_{E4}}{I_{E3}} \Rightarrow I_{E1o} = I_{E2o} \text{ et } I_{E3o} = I_{E4o}, \text{ d'où } I_{C3o} = I_{C4o} = \frac{\beta'}{2} I_{C13o} = 25 \mu A, I_{C1o} = I_{C2o} \cong 30 \mu A$$

Pour l'étage de gain  $I_{C8o} = I_{C10o} \cong 500 \mu A$  et  $I_{E7o} = \frac{V_{BE8o}}{R3} + I_{B8o} \cong I_{C7o} \cong 32 \mu A$

Pour le multiplicateur de  $V_{BE}$ ,  $I_{C10o} = I_{C9o} + I_{B9o} + \frac{V_{BE9o}}{R5} \Rightarrow I_{C9o} = \frac{\beta}{\beta + 1} \left( I_{C10o} - \frac{V_{BE9o}}{R5} \right) \cong 418 \mu A$

Pour la charge de l'étage différentiel :

équations technologiques  $Q5 \equiv Q6 \Rightarrow I_{C5} \cong I_{C6}$  car  $V_{BE5} = V_{BE6}$  en négligeant l'effet Early.

équations des nœuds  $\begin{cases} I_{C3} = I_{B5} + I_{B6} + I_{C5} \\ I_{C4} = I_{B7} + I_{C6} \end{cases}$

$I_{B5} + I_{B6} \ll I_{C5}$  et  $I_{B7} \ll I_{C6} \Rightarrow I_{C5o} = I_{C6o} \cong I_{C4o} = 25 \mu A$

Un équilibrage de l'étage peut être nécessaire car  $I_{B5o} + I_{B6o} \neq I_{B7o}$  (voir la structure du 741).

Etude du régime dynamique (faibles signaux)

6. Paramètres des modèles

$r_{be} = \frac{U_T}{I_{Co}} \beta$ ,  $r_{ce} \cong \frac{V_A}{I_{Co}}$  d'où  $r_{be1,2} \cong 209 \text{ k}\Omega$ ,  $r_{ce1,2} \cong 3.34 \text{ M}\Omega$ ,  $r_{be3,4} \cong 5 \text{ k}\Omega$ ,  $r_{ce3,4} \cong \infty$ ,

$r_{be5,6} \cong 250 \text{ k}\Omega$ ,  $r_{ce5,6} \cong 4 \text{ M}\Omega$ ,  $r_{be7} \cong 196 \text{ k}\Omega$ ,  $r_{ce7} \cong 3.14 \text{ M}\Omega$ ,  $r_{be8} \cong 12.5 \text{ k}\Omega$ ,  $r_{ce8} \cong 200 \text{ k}\Omega$ ,

$r_{be9} \cong 15 \text{ k}\Omega$ ,  $r_{ce9} \cong 239 \text{ k}\Omega$ ,  $r_{ce10} \cong 100 \text{ k}\Omega$ ,  $r_{be13} \cong 625 \text{ k}\Omega$ ,  $r_{ce13} \cong 10 \text{ M}\Omega$

7. Eléments dynamiques demandés

Les étages de polarisation sont équivalents à des charges dynamiques

$$z_{10} = r_{ce_{10}} = 100 \text{ k}\Omega \text{ (miroir élémentaire)}, \quad z_{13} \cong r_{ce_{13}} \left( 1 + \frac{\beta R_2}{R_2 + r_{be_{13}}} \right) \cong 48.5 \text{ M}\Omega \text{ (Widlar)}$$

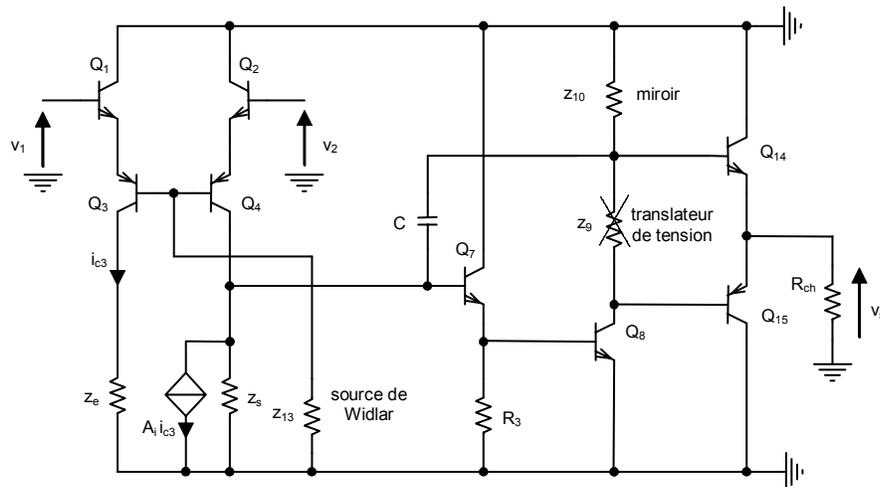
Le miroir de courant, chargeant l'étage différentiel, est équivalent à un quadripôle de transfert en courant dont les paramètres valent

$$z_e = \frac{r_{be_5}}{\beta + 2} \cong 992 \text{ }\Omega, \quad z_s = r_{ce_6} = 4 \text{ M}\Omega, \quad A_i = \frac{\beta}{\beta + 2} \cong 0.992$$

Le translateur de tension est équivalent à une résistance  $z_9$  de valeur négligeable devant la charge  $z_{10}$  mise en série au niveau du collecteur de  $Q_8$ .

$$z_9 \cong \frac{R_4 + R_5 // r_{be_9}}{1 + g_{m_9} (R_5 // r_{be_9})} \cong 112 \text{ }\Omega$$

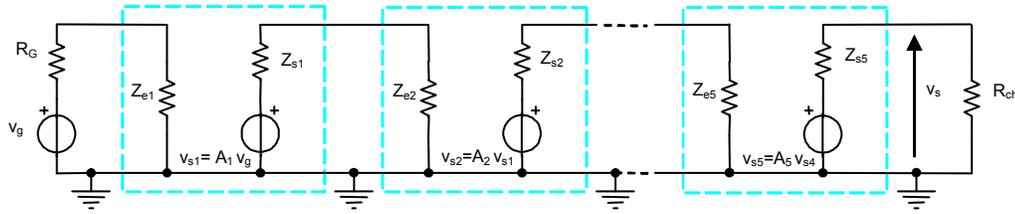
8. Schéma en régime dynamique



Les résistances dynamiques des sources d'alimentations sont négligeables (voir cours « Les régulateurs de tension »). La résistance dynamique produite par le translateur de tension continu est négligeable devant la charge équivalente du miroir mise en série  $z_9 \ll z_{10}$  et les potentiels des bases de  $Q_{14}, Q_{15}$  sont quasiment identiques. Le miroir de courant  $Q_5 - Q_6$  sera représenté par un quadripôle de transfert en courant, puisque le courant dynamique issu du collecteur de  $Q_3$  est reconduit en sortie à la précision du miroir. Le condensateur  $C$  aura un rôle à jouer uniquement lors de l'étude aux fréquences hautes.

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

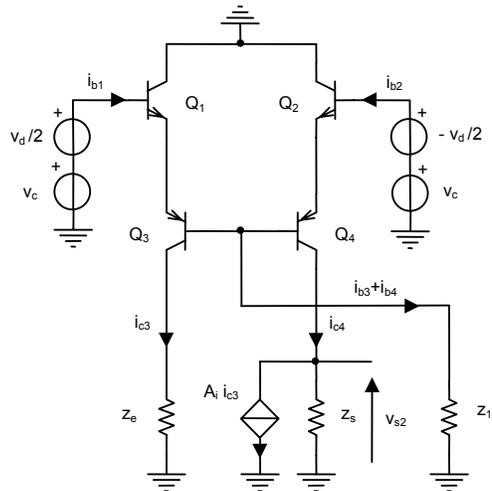
L'étude met en oeuvre deux étapes, à savoir le calcul du transfert en tension à vide et la résistance de sortie du circuit, puis le calcul de la résistance d'entrée du circuit comprenant cinq étages par l'application du théorème de Thévenin (voir annexe « Méthode de travail pour la caractérisation d'un circuit complexe »).



L'étage différentiel étant de structure relativement complexe, la méthode du demi-schéma est utilisée (voir annexe « Méthode de travail pour la caractérisation linéaire d'un étage différentiel »).

Le circuit étant linéaire, deux régimes sont étudiés séparément par application du théorème de superposition en effectuant deux étapes :

- ① l'étude du régime différentiel issu d'une attaque symétrique ( $\pm v_d/2$ ), les sources de mode commun étant éteintes ( $v_c = 0$ ), permettant de caractériser les performances  $A_d, Z_d, Z_s$ ,
- ② l'étude du régime de mode commun issu d'une attaque parallèle ( $+v_c$ ), les sources différentielles étant éteintes ( $v_d = 0$ ), permettant de caractériser les performances  $A_c, Z_c$ .

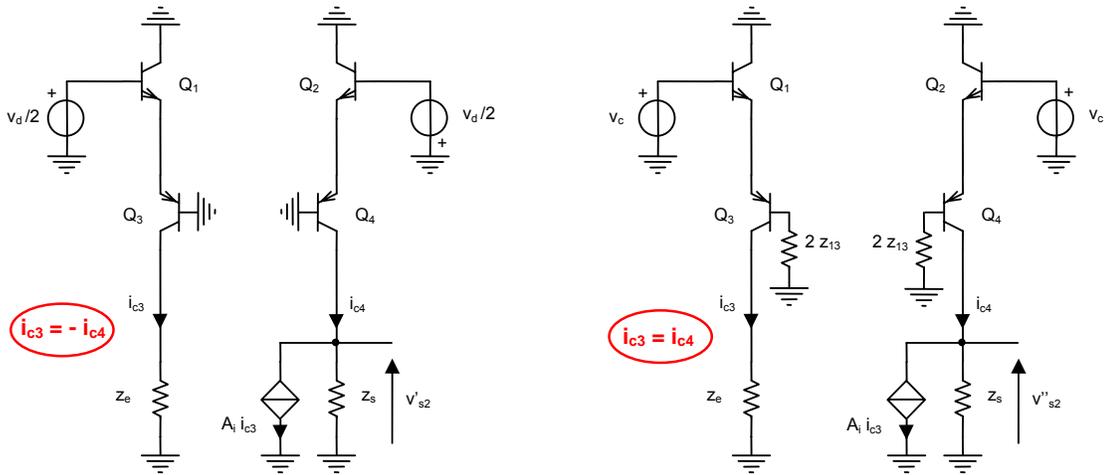


$$v_1 = \frac{v_1 - v_2}{2} + \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{v_d}{2} + v_c$$

$$v_2 = -\frac{v_1 - v_2}{2} + \frac{v_1 + v_2}{2} = -\frac{v_d}{2} + v_c$$

Les transistors  $Q_1, Q_2$  d'une part et  $Q_3, Q_4$  d'autre part, étant supposés technologiquement identiques, les courants d'entrées se retrouvent, à une même proportionnalité près, sommés dans la résistance commune de base  $z_{13}$ . Si les courants sont issus d'une attaque en tension symétrique ( $i_{b1} = -i_{b2}$ ), il ne passe aucun courant dans  $z_{13}$  et les bases de  $Q_3$  et  $Q_4$  sont à la masse. Si les courants sont issus d'une attaque en tension parallèle ( $i_{b1} = i_{b2}$ ), le courant dans  $z_{13}$  est égal à  $2i_b$ , en posant  $i_{b3} = i_{b4} = i_b$ , et la résistance vue par le courant de base de  $Q_3$  ou  $Q_4$  est  $2z_{13}$ .

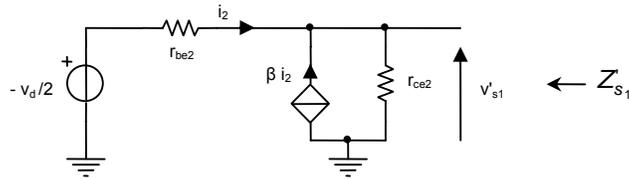
Pour chacune des études, le choix du demi-schéma de droite s'impose, puisqu'il propose la sortie vers l'étage de gain.



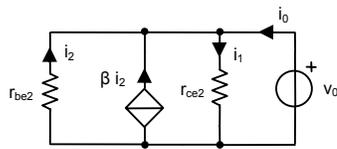
9. Caractérisation en régime différentiel

Première étape : calcul du gain en tension et de la résistance de sortie du circuit, l'attaque étant une source de tension  $-v_d/2$ .

Etage collecteur commun  $Q_2$

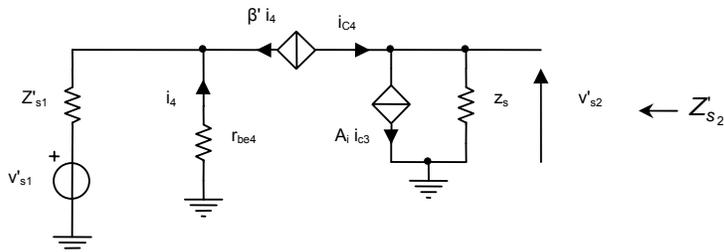


$$A'_1 = \frac{v'_{s1}}{-v_d/2} = \frac{r_{ce2}(\beta + 1)}{r_{be2} + r_{ce2}(\beta + 1)} \cong 1$$



$$\begin{cases} i_0 + (\beta + 1)i_2 = i_1 \\ v_0 = -r_{be2}i_2 \\ v_0 = r_{ce2}i_1 \end{cases} \Rightarrow Z_{s1} = r_{ce2} // \frac{r_{be2}}{\beta + 1} \cong \frac{r_{be2}}{\beta + 1} \cong 833 \Omega$$

Etage base commune  $Q_4$



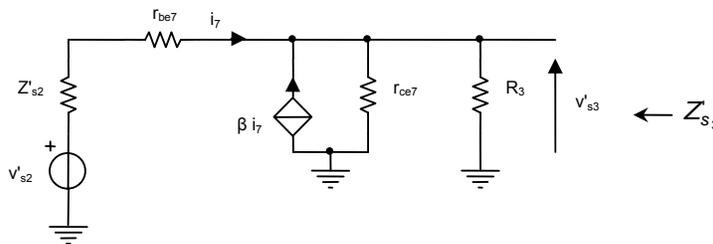
$$\begin{cases} v'_{s_1} = -[r_{be_4} + (\beta'+1)Z'_{s_1}]i_4 \\ v'_{s_2} = z_s(i_{c_4} - A_i i_{c_3}) \text{ avec } i_{c_4} = -i_{c_3} = -\beta' i_4 \end{cases}$$

$$A'_2 = \frac{v'_{s_2}}{v'_{s_1}} = \frac{2\beta' z_s}{r_{be_4} + (\beta'+1)Z'_{s_1}} \frac{\beta+1}{\beta+2} \cong \frac{2\beta' z_s}{r_{be_4} + (\beta'+1)Z'_{s_1}} \cong 3985, Z_{s_2} = z_s = 4 \text{ M}\Omega$$

Pour évaluer  $Z_{s_2}$ , les deux sources de tensions indépendantes à l'intérieur du dipôle sont éteintes ( $\pm v_d/2$ ). Pour le demi-schéma de droite représenté ici, la source  $v'_{s_1} = A'_1(-v_d/2)$  étant égale à zéro, le courant  $i_4$  est inexistant et  $i_{c_4} = 0$ . Un même raisonnement sur le demi-schéma de gauche conduit à  $i_{c_3} = 0$ . Les sources liées  $\beta' i_4$  et  $A_i i_{c_3}$  ne débitant aucun courant, le courant  $i_0$ , produit par la source de tension  $v_0$  appliquée à l'entrée du dipôle, traverse intégralement la résistance  $z_s$ .

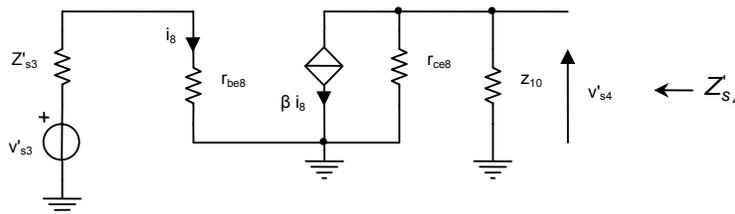
Pour l'étage de gain en tension, l'attaque est produite par l'équivalent de Thévenin de l'étage différentiel.

Etage collecteur commun  $Q_7$



$$A'_3 = \frac{v'_{s_3}}{v'_{s_2}} = \frac{(\beta+1)(R_3 \parallel r_{ce_7})}{Z_{s_2} + r_{be_7} + (\beta+1)(R_3 \parallel r_{ce_7})} \cong 0.543, Z_{s_3} = r_{ce_7} \parallel R_3 \parallel \frac{Z_{s_2} + r_{be_7}}{\beta+1} \cong 9080 \Omega$$

Etage émetteur commun  $Q_8$



$$A'_4 = \frac{v'_{s_4}}{v'_{s_3}} = -\frac{\beta(r_{ce_8} \parallel z_{10})}{r_{be_8} + Z'_{s_3}} \cong -772, Z_{s_4} = r_{ce_8} \parallel z_{10} \cong 66.7 \text{ k}\Omega$$

Pour l'étage push-pull série, les transistors, montés en collecteur commun, travaillent à forts signaux alternativement pendant une demi période,  $Q_{14}$  amplifiant le signal positif pendant que  $Q_{15}$  est bloqué, puis inversement. Pour l'étude dynamique, on utilisera la caractéristique linéaire par morceaux de la diode base-émetteur à la place de la fonction exponentielle afin d'obtenir une valeur approchée de  $r_{be_{14}}$  et  $r_{be_{15}}$  (valeur relativement faible). Chaque transistor produit un gain en

courant égal à  $-(\beta+1)$  pendant sa durée de conduction. Le transfert en tension et la résistance de sortie sont évalués sans la charge, toujours étage non chargé.

Etage collecteur commun  $Q_{14}$  (ou  $Q_{15}$ )  $\rightarrow$  
$$\begin{cases} A'_5 = \frac{v'_{s_5}}{v'_{s_4}} = \frac{(\beta+1)r_{ce14}}{Z_{s_4} + r_{be7} + (\beta+1)r_{ce14}} \cong 1 \\ Z_{s_5} = r_{ce14} \parallel \frac{Z_{s_4} + r_{be7}}{\beta+1} \cong \frac{Z_{s_4}}{\beta+1} \cong 266 \Omega \end{cases}$$

Le gain en tension de la chaîne non chargée par  $R_{ch}$  s'écrit

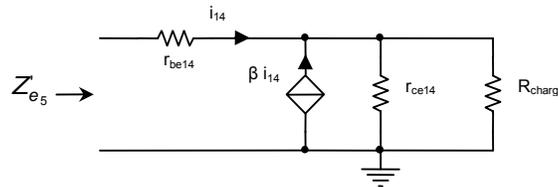
$$\frac{v'_{s_5}}{-v_d/2} = \frac{v'_{s_5}}{v'_{s_4}} \frac{v'_{s_4}}{v'_{s_3}} \frac{v'_{s_3}}{v'_{s_2}} \frac{v'_{s_2}}{v'_{s_1}} \frac{v'_{s_1}}{-v_d/2} = A'_5 A'_4 A'_3 A'_2 A'_1$$

Le gain différentiel en tension et la résistance de sortie du circuit intégré sont définis par

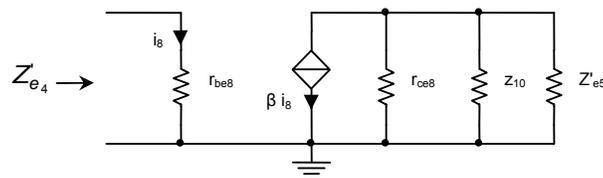
$$A_d = \frac{v'_{s_5}}{v_d} = -\frac{A'_1 A'_2 A'_3 A'_4 A'_5}{2} \cong 835000 \text{ (118.4 dB)}, \quad Z_s = Z_{s_5} \cong 266 \Omega .$$

Deuxième étape : calcul de la résistance d'entrée

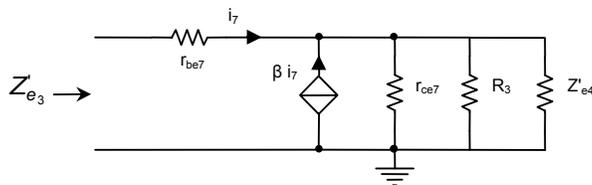
Pour l'étage push-pull série, la résistance d'entrée  $Z_{e_5} \cong \beta R_{ch} \cong 2.5 M\Omega$  est très importante.



Pour l'étage de gain en tension, l'émetteur commun présente la diode d'entrée de  $Q_8$  vue de sa base, soit  $Z_{e_4} = r_{be8}$

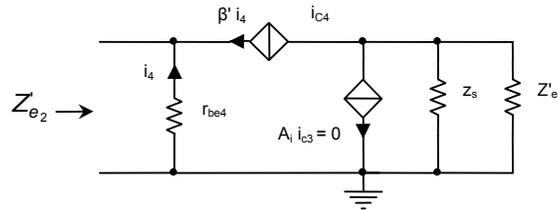


et le collecteur commun  $Z_{e_3} = r_{be7} + (\beta+1)(r_{ce7} \parallel R_3 \parallel Z_{e_4}) \cong 2.12 M\Omega .$

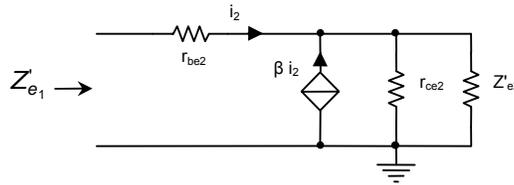


Pour l'étage cascode, le base commune présente la diode d'entrée de  $Q_4$  vue de son émetteur,

soit  $Z'_{e2} = \frac{r_{be4}}{\beta'+1} \cong 833 \Omega$ .



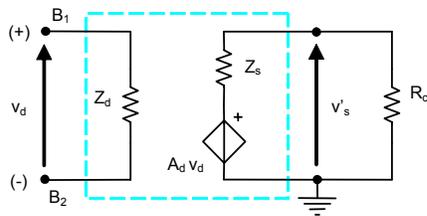
et le collecteur commun  $Z'_{e1} = r_{be2} + (\beta + 1) \left( r_{ce2} \parallel \frac{r_{be4}}{\beta'+1} \right) \cong r_{be2} + (\beta + 1) \frac{r_{be4}}{\beta'+1} \cong 418 \text{ k}\Omega$ .



La résistance  $Z'_{e1}$  étant vue par la source de tension  $v_d/2$ , la résistance différentielle d'entrée vue par la source  $v_d$  est

$$Z_d = 2Z'_{e1} \cong 4 r_{be2} \cong 836 \text{ k}\Omega \quad \text{car } (\beta + 1) \frac{r_{be4}}{\beta'+1} = \frac{\beta + 1}{\beta'+1} \frac{U_T}{I_{B_{40}}} = (\beta + 1) \frac{U_T}{I_{E_{40}}} = (\beta + 1) \frac{U_T}{I_{E_{20}}} = \frac{U_T}{I_{B_{20}}} = r_{be2}$$

La représentation de l'amplificateur intégré de tension dans son régime purement différentiel est une source de tension contrôlée par la tension différentielle appliquée sur la branche contrôlante supportant  $Z_d$ .



En constatant l'orientation de la tension  $v_d$  et la valeur algébrique du transfert ( $A_d > 0$ ), il en découle que les entrées en base de  $Q_1$  et de  $Q_2$  correspondent respectivement aux bornes non inverseuse et inverseuse de l'amplificateur. Enfin, la tension en charge  $v_s$  découle de l'adaptation en tension, c'est-à-dire

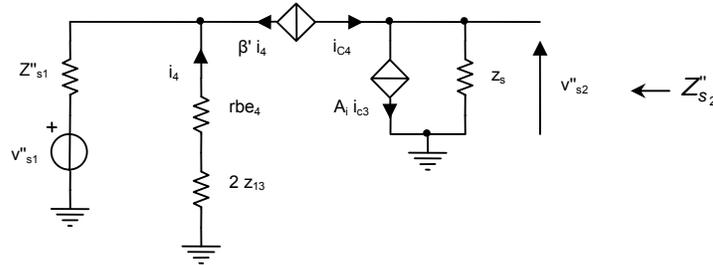
$$v_s = \frac{R_{ch}}{Z_s + R_{ch}} A_d v_d \cong A_d v_d \quad \text{car } Z_s \ll R_{ch}$$

10. Caractérisation en régime de mode commun

Première étape : calcul du gain en tension et de la résistance de sortie, l'attaque étant une source de tension  $v_c$ .

Pour l'étage collecteur commun, mêmes résultats avec les notations  $A_1'' = \frac{V_{s1}''}{V_c} (\equiv A_1')$  et  $Z_{s1}'' \equiv Z_{s1}'$

Pour l'étage pseudo-base commune



$$\begin{cases} v_{s1}'' = -[(\beta'+1)Z_{s1}'' + r_{be4} + 2Z_{13}]i_4 \\ v_{s1}'' = z_s(i_{c4} - A_1 i_{c3}) \text{ avec } i_{c3} = i_{c4} = -\beta' i_4 \end{cases}$$

$$A_2'' = \frac{v_{s2}''}{v_{s1}''} = \frac{\beta' z_s}{r_{be4} + (\beta'+1)Z_{s1}'' + 2Z_{13}} \frac{2}{\beta+2} \cong \frac{\beta' z_s}{(\beta+2)Z_{13}} \cong 1.64 \cdot 10^{-3}, \quad Z_{s2}'' = z_s = 4 \text{ M}\Omega$$

Pour l'étage de gain en tension et l'étage push-pull, les résultats analytiques sont identiques à ceux trouvés lors de l'étude du régime différentiel avec les notations  $A_i'' = \frac{V_{s_i}''}{V_{s_{i-1}}''} \equiv A_i'$  et  $Z_{s_i}''$  pour  $i = 3$  à  $5$ .

Le gain s'écrit  $\frac{V_{s5}''}{V_c} = A_5'' A_4'' A_3'' A_2'' A_1'' = A_c \cong -0.69$ , gain en tension en régime de mode commun et la résistance de sortie du montage est  $Z_s = Z_{s5}'' \equiv Z_{s5}'$ .

Deuxième étape : calcul de la résistance d'entrée

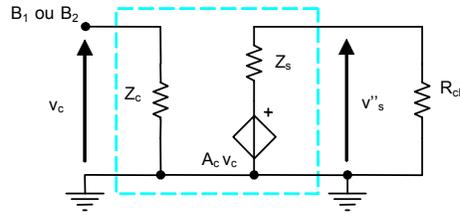
Pour les étages push-pull et gain en tension, les résistances d'entrée demeurent inchangées  $Z_{e5}'' \equiv Z_{e5}', Z_{e4}'' \equiv Z_{e4}', Z_{e3}'' \equiv Z_{e3}'$ .

Pour l'étage cascode, le schéma du base commune à charges réparties est modifié par la présence de la résistance  $2Z_{13}$  en série avec la résistance  $r_{be4}$ , ce qui conduit à remplacer  $r_{be4}$  par  $r_{be4} + 2Z_{13}$  dans les expressions analytiques

$$\text{soit } Z_{e2}'' = \frac{r_{be4} + 2Z_{13}}{\beta'+1} \text{ et } Z_{e1}'' = r_{be2} + (\beta+1) \left( r_{ce2} \parallel \frac{r_{be4} + 2Z_{13}}{\beta'+1} \right).$$

La résistance de mode commun, vue par la source de tension  $v_c$  dans le contexte du demi-schéma, est donc  $Z_c = Z_{e1}'' \cong 688 \text{ M}\Omega$ .

La représentation de l'amplificateur intégré de tension dans son régime de mode commun est une source de tension contrôlée par la tension de mode commun appliquée sur la branche contrôlante supportant  $Z_c$ , schéma vu des bases de  $Q_1$  ou  $Q_2$ .



11. Taux de réjection de mode commun

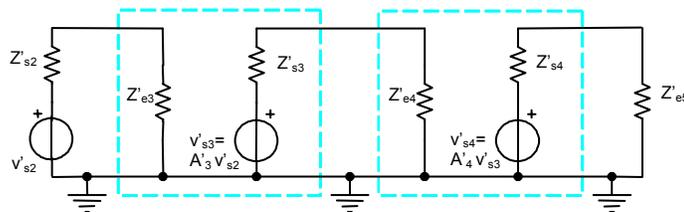
Les gains de transfert en tension sont  $A_d = \frac{v'_{s5}}{v_d} = -\frac{A'_1 A'_2 A'_3 A'_4 A'_5}{2}$  et  $A_c = \frac{v''_{s5}}{v_c} = A''_1 A''_2 A''_3 A''_4 A''_5$ .

La tension obtenue en fin de chaîne est la somme des tensions de sortie à vide issues des deux régimes (théorème de superposition), soit  $v_{s5} = v'_{s5} + v''_{s5} = A_d v_d + A_c v_c$  et la qualité de l'amplification différentielle par rapport à l'amplification du mode commun est exprimée par la valeur du taux de réjection de mode commun  $T_{RMC} = \left| \frac{A_d}{A_c} \right| = \left| \frac{A'_2}{2A''_2} \right|$ , soit 122 dB. Il est évident que ce  $T_{RMC}$  est produit par l'étage différentiel, comme le prouve son expression analytique.

La valeur trouvée est trop élevée pour un amplificateur de ce type. Le fait d'avoir négligé le paramètre  $r_{ce}$  des modèles de  $Q_3$  et  $Q_4$  augmente la valeur de  $A_d$  et diminue celle de  $A_c$ , ce qui explique cette performance.

12. Caractérisation de l'étage de gain

On considère le quadripôle caractérisant l'étage de gain en tension  $Q_7, Q_8$ , attaqué par l'équivalent de Thévenin de l'étage différentiel et chargé par la résistance d'entrée de l'étage push-pull  $Z'_{e5}$  étant très importante devant  $Z'_{s4}$ .

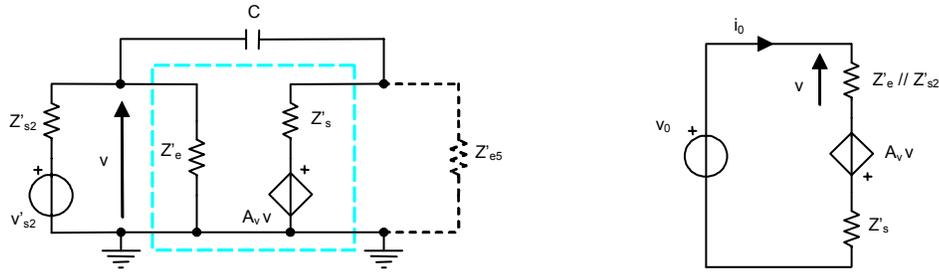


Le gain de transfert en tension  $A_v$  aux fréquences moyennes (absence de C) doit être exprimé en terme de source liée à la tension  $v$  de la branche contrôlante supportant  $Z'_{e3}$  afin de respecter la modélisation du quadripôle (voir cours « La caractérisation d'un amplificateur linéaire »). La caractérisation de l'étage devient alors :

$$Z_e = Z'_{e3} \cong 2.12 \text{ M}\Omega, Z_s = Z'_{s4} \cong 66.7 \text{ k}\Omega \ll Z'_{e5} \cong 2.5 \text{ M}\Omega, A_v = \left( 1 + \frac{Z'_{s2}}{Z'_{e3}} \right) A'_3 A'_4 \cong -1209$$

13. Evaluation de la fréquence de coupure haute (fréquences hautes)

La caractérisation de l'étage de gain va permettre une approche rapide du comportement en fréquence du circuit. Sous l'hypothèse d'obtenir la fréquence de coupure à -3 dB uniquement par la présence du condensateur C, le schéma équivalent du système est alors du premier ordre (un seul condensateur).



Le condensateur voit à ses bornes une résistance (dipôle de Thévenin)

$$R_C^0 = Z_s + (Z_{s2} // Z_e)(1 - A_v) \cong 1680 \text{ M}\Omega \Rightarrow f_h = \frac{1}{2\pi R_C^0 C} \cong 3.16 \text{ Hz}$$

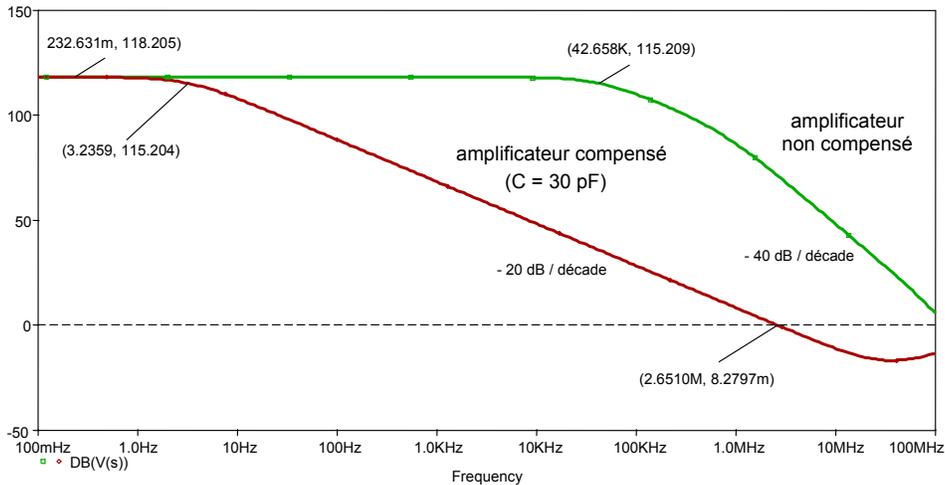
La constante de temps produisant la fréquence trouvée est de valeur énorme devant la somme de toutes les constantes de temps à vide produites par les capacités parasites des transistors et l'application de la méthode du pôle dominant donne (voir « Annexes ») :

$$f_1 \cong \frac{1}{2\pi a_1} \cong f_h \text{ avec } a_1 = R_C^0 C + \sum_{i=1}^{15} R_{be_i}^0 C_{be_i} + \sum_{i=1}^{15} R_{bc_i}^0 C_{bc_i} \cong R_C^0 C$$

L'amplificateur de tension différentielle se comporte comme un circuit du premier ordre de gain en

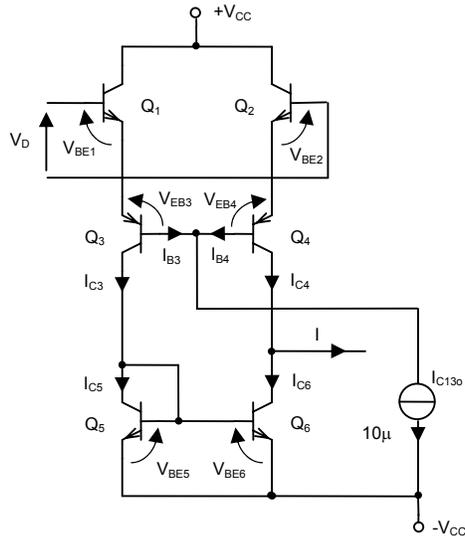
boucle ouverte  $G(p) = \frac{A_d}{1 + j \frac{f}{f_h}}$  avec  $A_d \cong 118 \text{ dB}$  et  $f_h \cong 3.16 \text{ Hz}$ .

La faible fréquence de coupure haute permet d'atteindre un gain unité avec une pente de  $-20 \text{ dB}$  par décade dans le plan de Bode. Cette compensation rend le circuit inconditionnellement stable. Le produit gain en tension (en unités et non en dB) fréquence de coupure haute (propriété d'un système du premier ordre) permet de chiffrer la fréquence de transition  $f_t = A_d f_h \cong 2.64 \text{ MHz}$ .



Si la capacité  $C$  de compensation était absente, l'influence conjuguée du montage émetteur commun  $Q_8$  (voir le problème « Réponse en fréquence d'un émetteur commun »), et du montage base commune  $Q_4$  cumulant sur sa forte charge de collecteur les capacités parasites du miroir et de l'entrée de  $Q_7$ , produirait la fréquence de coupure haute. La présence de ces pôles rend le système instable comme le montre la simulation.

Etude du régime pseudo continu



14. Expressions des transferts courant / tension

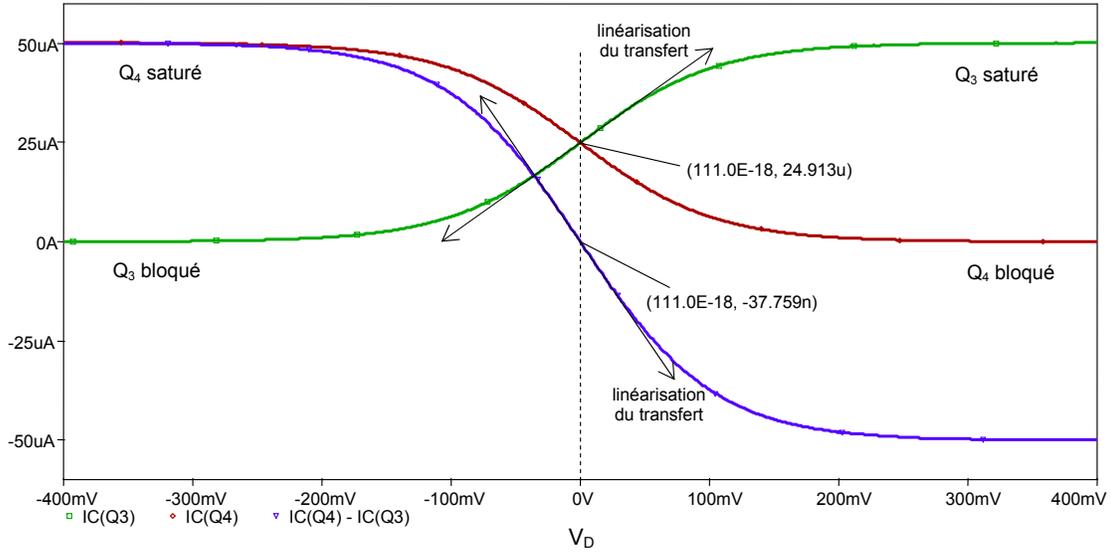
$$\left\{ \begin{array}{l} Q_1 \equiv Q_2 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_{E_1} \cong (\beta + 1) I_{BS} e^{\frac{V_{BE_1}}{U_T}} \\ I_{E_2} \cong (\beta + 1) I_{BS} e^{\frac{V_{BE_2}}{U_T}} \end{array} \right. \\ \\ Q_3 \equiv Q_4 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_{E_3} \cong (\beta' + 1) I'_{BS} e^{\frac{V_{EB_3}}{U_T}} \\ I_{E_4} \cong (\beta' + 1) I'_{BS} e^{\frac{V_{EB_4}}{U_T}} \end{array} \right. \quad \text{(technologie)} \\ \\ Q_5 \equiv Q_6 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_{C_5} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_5}}{U_T}} \\ I_{C_6} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_6}}{U_T}} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} V_D = V_{BE_1} + V_{EB_3} - V_{EB_4} - V_{BE_2} \\ I_{E_1} = I_{E_3} \\ I_{E_2} = I_{E_4} \\ I_{C_{130}} = I_{B_3} + I_{B_4} \\ V_{BE_5} = V_{BE_6} \\ I_{C_3} \cong I_{C_5} \\ I = I_{C_4} - I_{C_6} \end{array} \right. \quad \text{(circuit)}$$

A partir des quatre premières équations du circuit, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{E_1} = I_{E_3} \\ I_{E_2} = I_{E_4} \\ V_D = U_T \left( \ln \frac{I_{E_1}}{I_{E_2}} + \ln \frac{I_{E_3}}{I_{E_4}} \right) \\ \beta' I_{C_{130}} = I_{C_3} + I_{C_4} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{I_{E_3}}{I_{E_4}} = e^{\frac{V_D}{2U_T}} = \frac{I_{C_3}}{I_{C_4}} \\ \beta' I_{C_{130}} = I_{C_3} + I_{C_4} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_{C_3} \cong \frac{\beta' I_{C_{130}}}{1 + e^{-\frac{V_D}{2U_T}}} \\ I_{C_4} \cong \frac{\beta' I_{C_{130}}}{1 + e^{\frac{V_D}{2U_T}}} \end{array} \right.$$

et à l'aide des trois dernières

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{C_5} = I_{C_6} \\ I \cong I_{C_4} - I_{C_3} \end{array} \right. \Rightarrow I \cong \frac{\beta' I_{C_{130}}}{1 + e^{\frac{V_D}{2U_T}}} - \frac{\beta' I_{C_{130}}}{1 + e^{-\frac{V_D}{2U_T}}} = -\beta' I_{C_{130}} \operatorname{th} \frac{V_D}{4U_T} \quad \text{avec } \beta' I_{C_{130}} = 50 \mu A$$



15. Retour à l'étude dynamique aux faibles signaux

Expression de  $v'_{s_2}/v_d$  (tension à vide)

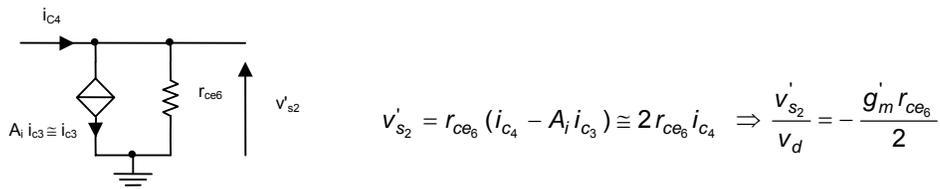
La polarisation est obtenue pour  $V_D = 0$ , soit  $I_{C_{3o}} = I_{C_{4o}} = \frac{\beta' I_{C_{13o}}}{2}$ .

Les pentes des transfert au point de polarisation sont telles que

$$\left[ \frac{dI_{C_3}}{dV_D} \right]_{V_D=0} = \left[ \frac{\beta' I_{C_{13o}} \frac{e^{-\frac{V_D}{2U_T}}}{2U_T}}{\left(1 + e^{-\frac{V_D}{2U_T}}\right)^2} \right]_{V_D=0} = \frac{\beta' I_{C_{13o}}}{8U_T} = \frac{i_{C_3}}{v_d} \quad \text{et} \quad \frac{i_{C_4}}{v_d} = -\frac{\beta' I_{C_{13o}}}{8U_T}$$

$$i_{C_3} = -i_{C_4} = \frac{\beta' I_{C_{13o}}}{8U_T} v_d = \frac{I_{C_{4o}}}{4U_T} v_d = \frac{g'_m}{4} v_d$$

Le transfert en tension de l'étage différentiel  $v'_{s_2}/v_d$  à vide s'écrit



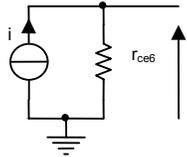
La relation obtenue dans l'étude du régime dynamique purement différentiel aux faibles signaux est rapportée ci-dessous

$$\frac{v'_{s_2}}{v_d} = -\frac{A_1 A_2}{2} \cong -\frac{\beta' r_{ce6}}{r_{be4} + (\beta'+1) \frac{r_{be2}}{\beta+1}} \quad \text{avec} \quad \frac{r_{be2}}{\beta+1} = \frac{U_T}{(\beta+1)I_{B_{2o}}} = \frac{U_T}{I_{E_{2o}}} = \frac{U_T}{I_{E_{4o}}} = \frac{U_T}{(\beta'+1)I_{B_{4o}}} = \frac{r_{be4}}{(\beta'+1)}$$

ce qui conduit au même résultat.

Expression de  $i/v_d$  (courant de court-circuit)

$$I \cong -\beta' I_{C_{13_0}} \operatorname{th} \frac{V_D}{4U_T} \text{ pour } v_d(t) \ll 4U_T \Rightarrow \operatorname{th} \left( \frac{v_d}{4U_T} \right) \cong \frac{v_d}{4U_T}$$



$$\frac{i}{v_d} = -\frac{\beta' I_{C_{13_0}}}{4U_T} = -\frac{g'_m}{2} \text{ (ou encore } i \cong i_{C_4} - i_{C_3} \text{)}$$

## Amplificateur de tension TL071 (technologie BiFet)

La figure 1 représente le schéma électrique simplifié du circuit intégré TL071 de Texas Instruments. Les étages de polarisation sont présentés sur la forme de sources de courant  $I_1$  et  $I_2$  dont la conception est détaillée à la figure 2. Les types de transistors sont supposés technologiquement identiques et possèdent les caractéristiques (effet Early négligé)

$$\beta = 250 (\gg 1), |V_{BE_0}| \cong 0.6 \text{ V (JBT) et } I_{DSS} = 200 \mu\text{A}, V_P = 3 \text{ V (JFET)}.$$

L'étude porte ici sur le régime continu.

Compréhension du schéma (figure 1)

1. Donnez une description précise du circuit. Prouvez que ce dernier est bien un amplificateur de tension.
2. Montrez que les bornes « in + » et « in - » correspondent respectivement aux entrées non inverseuse et inverseuse du circuit.

Conception du circuit de polarisation (figure 2)

3. Évaluez les résistances  $R_6$  et  $R_7$  afin d'obtenir les courants  $I_1$  et  $I_2$  de l'ordre de  $160 \mu\text{A}$  et de  $250 \mu\text{A}$  respectivement.
4. Trouvez la relation donnant la valeur minimale des tensions d'alimentation  $V_{CC}$  en fonction de la tension de pincement  $V_P$  du JFET et de la tension zener  $V_Z$  de la diode  $D_1$ , ceci en maintenant le courant de drain de  $J_3$  inchangé.

Etude du régime continu

Le circuit est alimenté par deux sources symétriques de tension  $V_{CC} = \pm 15 \text{ V}$  et les entrées sont connectées à la masse. L'étage push-pull consomme alors des courants  $I_{C_8} = I_{C_9} = 25 \mu\text{A}$ .

5. Dessinez le schéma et indiquez dessus toutes les variables de polarisation. Constatez que le choix de la topologie du miroir chargeant valeur l'étage différentiel, conduit à un meilleur équilibrage de la polarisation de ce dernier.
6. Évaluez le courant continu d'alimentation  $I_{CC}$  du circuit sans charge ( $V_{out} = 0$ ) et déduisez la puissance dissipée.

Etude du régime pseudo-continu

Une tension continue est appliquée à l'entrée de l'amplificateur telle que  $V_{in+} = V_D$  et  $V_{in-} = 0$  (masse), la sortie étant chargée par une résistance  $R_{ch} = 2 \text{ k}\Omega$ .

7. Déterminez le domaine des valeurs de  $V_D$  produisant un courant maximal de drain pour l'étage différentiel.
8. Pour  $V_D = \pm 5 \text{ V}$ , évaluez les courants et potentiels de nœuds du schéma en précisant l'état des transistors.



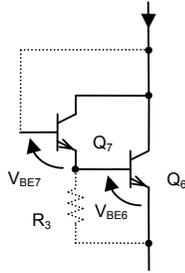
## Corrigé

### Compréhension du schéma

#### 1. Description

Le schéma se compose d'un circuit de polarisation, d'un étage différentiel associé à un transfert dynamique de courant et d'un étage de tension.

- Le circuit de polarisation doit produire les courants  $I_1$  et  $I_2$  alimentant respectivement un étage différentiel et un étage de tension. Sa conception (figure 2) fait apparaître un répéteur de courant, association d'une source de Widlar  $Q_{10}-Q_{12}-R_6$  et d'un miroir de courant élémentaire  $Q_{11}-Q_{12}$ , dont le courant de référence est fourni par le circuit  $Q_{13}-R_7-D_1-J_3$  (explication plus loin).
- L'étage différentiel  $J_1-J_2$  est à comportement source commune (canal P), attaquant en courant un miroir  $Q_1-Q_2-Q_3-R_1$  à transistors NPN. L'effet miroir a pour but de doubler le transfert en courant de l'étage en régime dynamique aux faibles signaux.
- L'étage de tension utilise un montage émetteur commun  $Q_5$ , adapté par le montage collecteur commun  $Q_4$  en amont pour un meilleur transfert de tension et par un étage push-pull série  $Q_8-Q_9$  en aval pour une sortie à amplitude optimale et basse résistance (montage suiveur complémentaire). Les résistances  $R_4$  et  $R_5$ , de faible valeur, limitent le courant de sortie.



- L'étage push-pull est polarisé en classe B/AB par le translateur de tension  $Q_6-Q_7-R_3$ . Ce translateur est constitué d'une paire de Darlington avec le premier transistor monté en diode et d'une résistance déviant une partie du courant de base du second transistor. L'intérêt par rapport à deux transistors montés en diode réside dans une occupation de surface moindre pour la paire Darlington. Le décalage en tension est de l'ordre de  $2V_{BE}$ .

Nous sommes donc en présence d'un amplificateur de tension de résistance d'entrée différentielle très importante (JFET) et de faible résistance de sortie.

#### 2. Entrées non inverseuse et inverseuse

Appliquons une tension alternative à l'entrée de l'étage différentiel, la grille de  $J_1$  étant à la masse et intéressons-nous à la phase du signal recueilli en sortie des étages successifs. L'étage source commune  $J_2$  inverse la phase, l'étage collecteur commun  $Q_4$  la conserve, l'étage émetteur commun  $Q_5$  inverse à nouveau la phase et l'étage push-pull suiveur  $Q_8-Q_9$  la conserve. La tension de sortie est donc en phase avec la tension d'entrée et la borne non inverseuse est bien la grille de  $J_2$ .

### Conception du circuit de polarisation

#### 3. Evaluation des résistances $R_6$ et $R_7$

Le répéteur de courant utilise un effet miroir ( $Q_{11}-Q_{12}$ ) tel que  $I_2 \cong I_{C_{13}}$ , ainsi qu'un effet lentille

( $Q_{10}-Q_{12}-R_6$ ) tel que  $I_{C_{13}} \cong I_1 e^{\frac{R_6 I_1}{U_T}}$  (voir cours).

$$\text{Or } I_{E_{13}} = \frac{V_Z - V_{BE_{13}}}{R_7} \cong I_{C_{13}} \Rightarrow R_7 \cong \frac{V_Z - V_{BE_{13}}}{I_2} = 20 \text{ k}\Omega \text{ et } R_6 \cong \frac{U_T}{I_1} \ln \frac{I_2}{I_1} \cong 70 \Omega.$$

4. Valeur minimale de la tension  $V_{CC}$

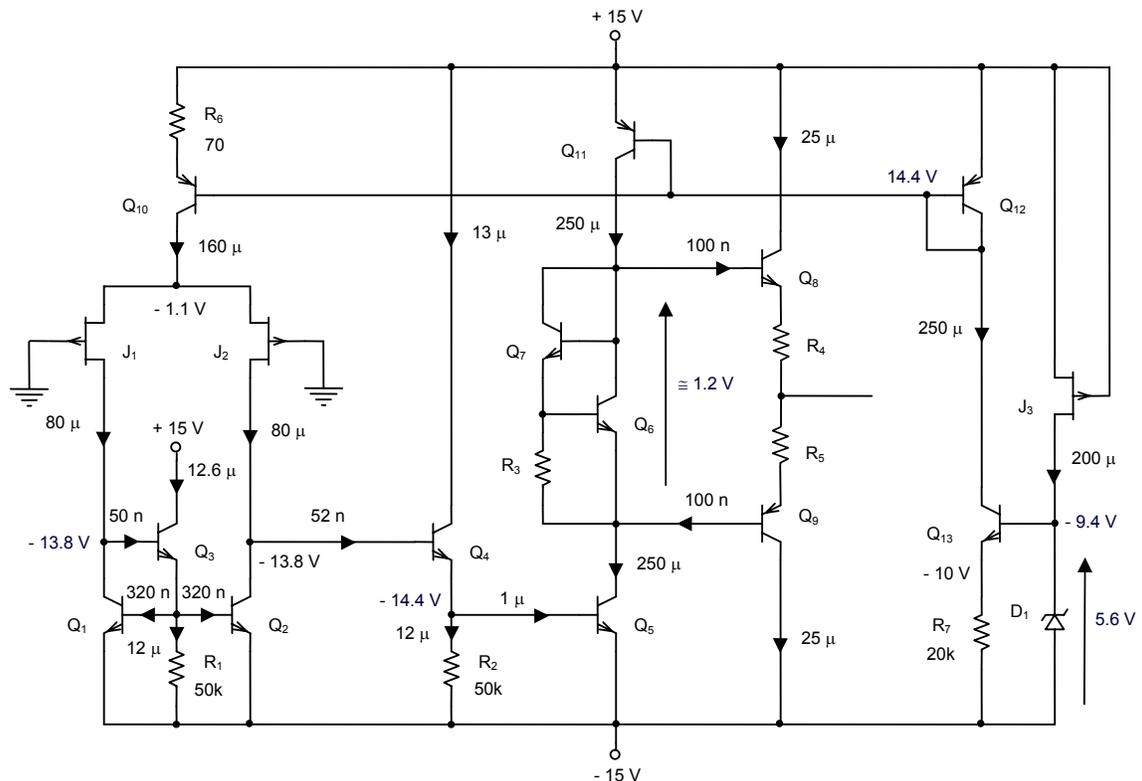
Le modèle de comportement des JFET canal P est donné par l'équation  $I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2$  avec les tensions  $V_{GS}$  et  $V_P > 0$  et telles que  $0 \leq V_{GS} \leq V_P$ .

Puisque  $V_{GS_3} = 0$ , alors  $I_{D_3} = I_{DSS}$ , courant de polarisation de la diode zener. Le transistor  $J_3$  fournit ce courant à condition de se situer dans sa zone de saturation, c'est-à-dire  $-V_{DS_3} \geq V_P$ . Or

$$2V_{CC} = V_Z - V_{DS_3} \Rightarrow 2V_{CC} - V_Z \geq V_P \text{ d'où } V_{CC} \geq \frac{V_P + V_Z}{2}.$$

L'intérêt de ce système est de proposer un choix de l'alimentation symétrique  $\pm V_{CC}$  tout en conservant la même polarisation du circuit intégré à condition que  $V_{CC} \geq 4.3 \text{ V}$ .

Etude du régime continu



5. Evaluation des variables de polarisation

Pour l'étage différentiel ( $J_1 \cong J_2$ ),

$$J_1 \equiv J_2 \rightarrow \begin{cases} I_{D_1} = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS_1}}{V_P}\right)^2 \\ I_{D_2} = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS_2}}{V_P}\right)^2 \end{cases} \text{ et } V_{GS_1} - V_{GS_2} = 0 \text{ (topologie)}$$

$$\Rightarrow I_{D_1} = I_{D_2} = \frac{I_1}{2} = 80 \mu A \text{ et } V_{GS_1} = V_{GS_2} = V_P \left(1 - \sqrt{\frac{I_{D_{1,2}}}{I_{DSS}}}\right) \cong 1.1 V.$$

$$Q_1 \equiv Q_2 \rightarrow \begin{cases} I_{C_1} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_1}}{U_T}} \\ I_{C_2} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_2}}{U_T}} \end{cases} \text{ et } V_{BE_1} - V_{BE_2} = 0 \text{ (topologie)} \Rightarrow I_{B_1} = I_{B_2} \text{ et } I_{C_1} = I_{C_2} \text{ avec leurs}$$

potentiels de collecteur à  $2V_{BE}$  au dessus de  $-V_{CC}$ , soit  $-13.8 V$ .

L'équilibrage statique de l'étage impose alors que  $I_{B_3} = I_{B_4}$  avec des transistors supposés identiques ( $\beta \gg 1$ ), puisque  $I_{D_1} = I_{C_1} + I_{B_3}$  et  $I_{D_2} = I_{C_2} + I_{B_4}$ .

La topologie du miroir permet d'approcher cet équilibre puisque

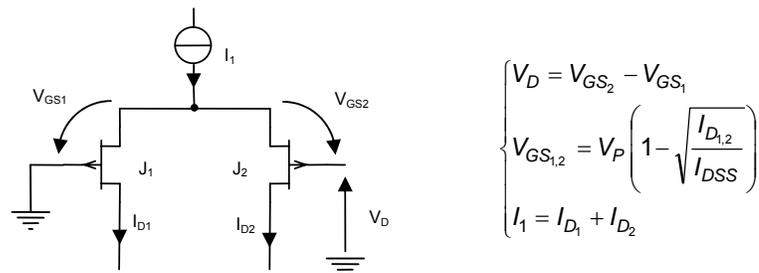
$$I_{E_3} = I_{B_1} + I_{B_2} + \frac{V_{BE_1}}{R_1} \cong \frac{I_1}{\beta} + \frac{V_{BE_1}}{R} \text{ et } I_{E_4} = \frac{I_2}{\beta} + \frac{V_{BE_5}}{R} \text{ avec } R = R_1 = R_2.$$

$$\text{Comme } \frac{I_1}{\beta} \text{ et } \frac{I_2}{\beta} \ll \frac{V_{BE}}{R} \cong 12 \mu A \Rightarrow I_{E_3} \cong I_{E_4}, \text{ donc } I_{B_3} \cong I_{B_4}.$$

6. Calcul de la consommation du circuit

L'alimentation au dessus de la masse fournit  $I_{CC}^+ = I_{E_{10}} + I_{C_4} + I_{C_{11}} + I_{C_8} + I_{E_{12}} + I_{D_1} \cong 898 \mu A$ . De même, l'alimentation sous la masse fournit  $I_{CC}^- = I_{E_1} + I_{E_2} + I_{R_1} + I_{R_2} + I_{E_5} + I_{C_9} + I_{E_{13}} + I_Z \cong 909 \mu A$ . d'où  $I_{CC} = I_{CC}^+ + I_{CC}^- \cong 1.8 mA$  et  $P_{continue} = 2V_{CC} I_{CC} \cong 54 mW$ .

7. Détermination du domaine de  $V_D$



Le courant de drain d'un transistor est maximal lorsque l'autre transistor ne produit aucun courant.

Si  $J_1$  est bloqué,  $I_{D_1} = 0$  pour  $V_{GS_1} \geq V_P$  et  $I_{D_2} = I_1$  avec  $V_{GS_2} = V_P \left(1 - \sqrt{\frac{I_1}{I_{DSS}}}\right) \cong 0.32 V$  tel que

$$0 \leq V_{GS_2} < V_P, \text{ d'où } V_D \leq -V_P \sqrt{\frac{I_1}{I_{DSS}}}.$$

Si  $J_2$  est bloqué,  $I_{D_2} = 0$  pour  $V_{GS_2} \geq V_P$  et  $I_{D_1} = I_1$  avec  $V_{GS_1} = V_P \left( 1 - \sqrt{\frac{I_1}{I_{DSS}}} \right) \cong 0.32 \text{ V}$  tel que

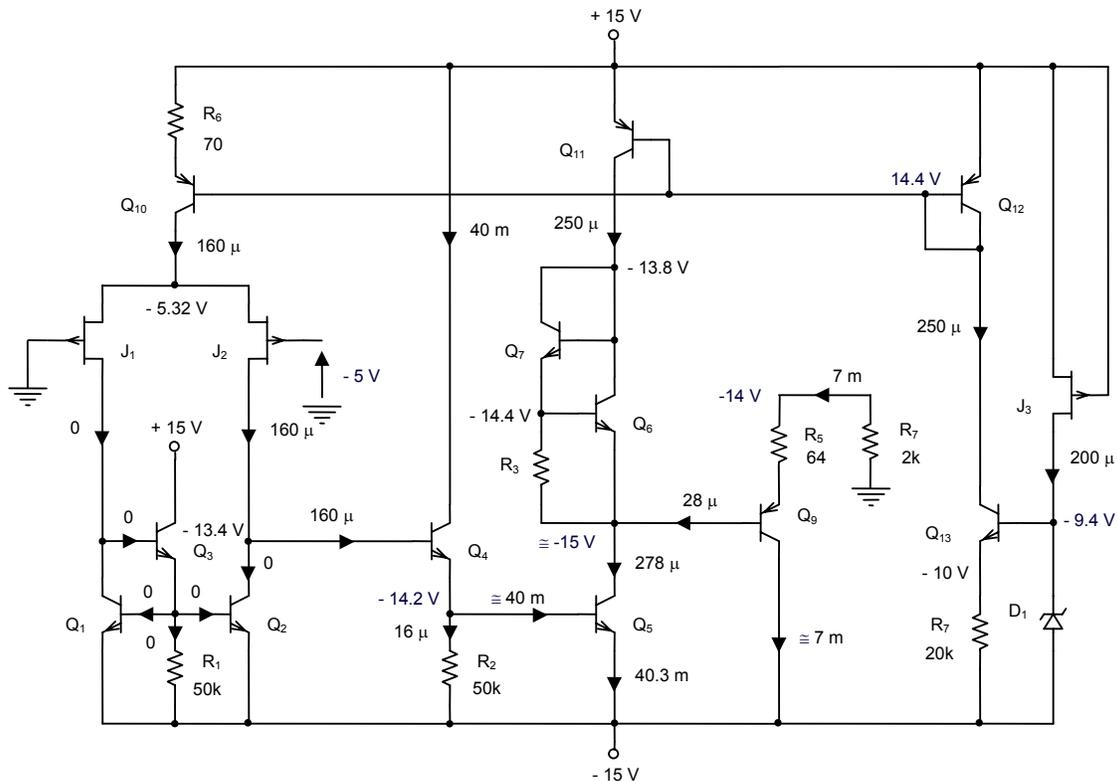
$$0 \leq V_{GS_1} < V_P, \text{ d'où } V_D \geq V_P \sqrt{\frac{I_1}{I_{DSS}}}.$$

Le domaine des tensions est donc  $|V_D| \geq 2.68 \text{ V}$ .

8. Evaluation des courants et potentiels de nœuds pour  $V_D = \pm 5 \text{ V}$

Comme  $|V_D| > 2.68 \text{ V}$ , l'étage différentiel présente un transistor JFET bloqué, l'autre transistor fournissant un courant de drain de  $160 \mu\text{A}$  associé à une tension grille-source de  $0.32 \text{ V}$  (voir l'étude précédente).

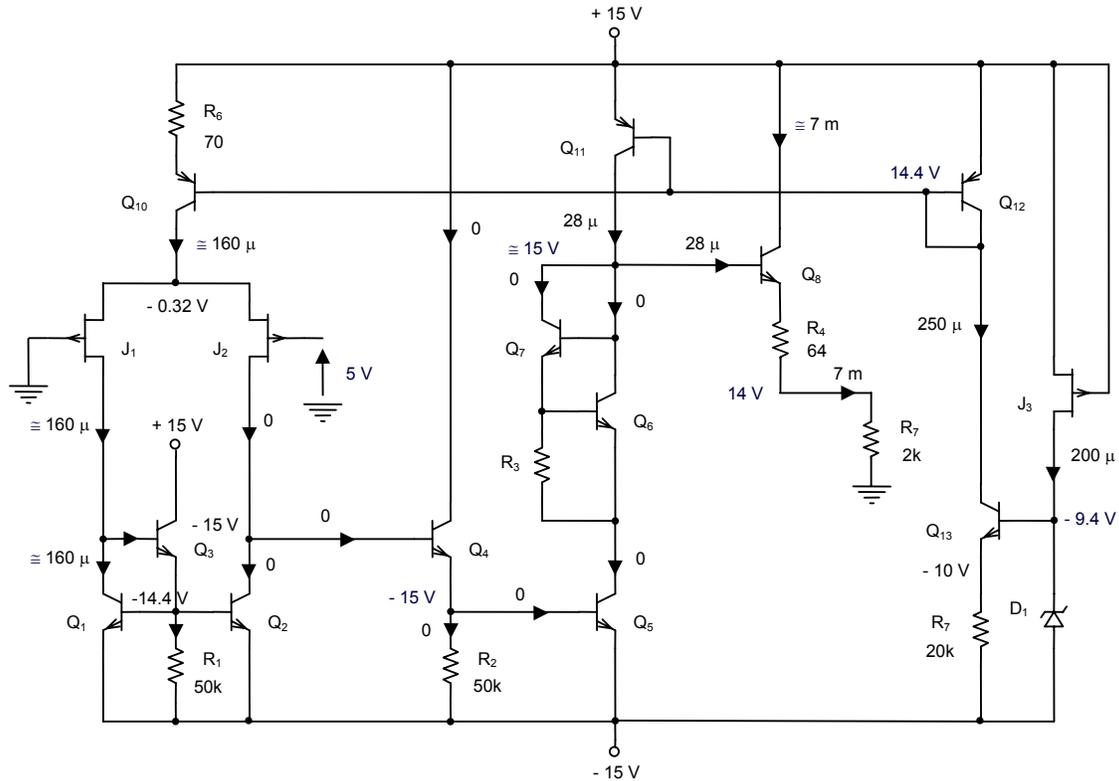
Premier cas :  $V_D = -5 \text{ V}$



$J_1$  est bloqué ( $I_{D_1} = 0$ ),  $J_2$  conduit ( $I_{D_2} = 160 \mu\text{A}$ ,  $V_{GS_2} \cong 0.32 \text{ V}$ ) et  $V_{GS_1} = V_{GS_2} - V_D \cong 5.32 \text{ V}$ .

Le miroir  $Q_1 - Q_2 - Q_3 - R_1$  renvoyant un courant nul, le courant de base de  $Q_4$  est égal à  $160 \mu\text{A}$  et son courant de collecteur est de l'ordre de  $40 \text{ mA}$ . En constatant que le courant circulant dans la résistance  $R_2$  est de faible valeur devant le courant émetteur de  $Q_4$ ,  $I_{B_5} \cong 40 \text{ mA}$  et, de ce fait,  $Q_5$  est saturé ( $V_{CE_5}$  très faible). L'étage push-pull est tel que  $Q_8$  est bloqué et  $Q_9$  conduit. La maille de sortie s'écrit alors  $V_{CC} = V_{CE_5 \text{ sat}} + V_{EB_9} + (R_5 + R_7)I_{E_9}$  et  $V_{out} = -R_7 I_{E_9}$ , d'où  $I_{E_9} \cong 7 \text{ mA}$  et  $V_{out} \cong -14 \text{ V}$ . La sortie est à l'état de saturation négative.

Puisque  $I_{B_9} \cong 28 \mu\text{A}$ ,  $I_{C_5} = I_{C_{11}} + I_{B_9} \cong 278 \mu\text{A}$ . Constatons alors que le rapport  $I_{C_5} / I_{B_9} \cong 7 \cdot 10^{-3}$  est différent de  $\beta$ . Cette très faible valeur de  $\beta_{forcé}$  conduit à  $V_{CE_5} \cong 0 \text{ V}$ , ce qui corrobore l'état de saturation de  $Q_5$ .

Deuxième cas :  $V_D = 5\text{ V}$ 


$J_2$  est bloqué ( $I_{D_2} = 0$ ),  $J_1$  conduit ( $I_{D_1} = 160\ \mu\text{A}$ ,  $V_{GS_1} \cong 0.32\text{ V}$ ) et  $V_{GS_2} = V_{GS_1} + V_D \cong 5.32\text{ V}$ . Or, la loi du nœud de sortie de l'étage différentiel impose que  $I_{B_4} = I_{D_2} - I_{C_2} \cong -I_{C_2}$ . Le sens des courants de  $Q_2$  et  $Q_4$  est incompatible pour des transistors de type NPN car  $I_{B_4}$  doit se diriger vers la base de  $Q_4$ , d'où  $I_{B_4} \cong 0$  et  $I_{C_2} \cong 0$ . L'ensemble  $Q_1$ - $Q_2$ - $Q_3$ - $R_1$  ne travaille plus en effet miroir et  $Q_4$  est bloqué. Aucun courant ne circulant dans  $R_2$ ,  $Q_5$  est aussi bloqué et le translateur de tension n'est plus alimenté. Le courant de collecteur de  $Q_{11}$  s'identifie alors au courant de base de  $Q_8$ . L'étage push-pull est tel que  $Q_8$  conduit et  $Q_9$  est bloqué. La maille de sortie s'écrit alors  $V_{CC} = V_{EC_{11, \text{sat}}} + V_{BE_8} + (R_4 + R_7)I_{E_8}$  et  $V_{out} = R_7 I_{E_8}$ , d'où  $I_{E_8} \cong 7\text{ mA}$  et  $V_{out} \cong 14\text{ V}$ . La sortie est à l'état de saturation positive.

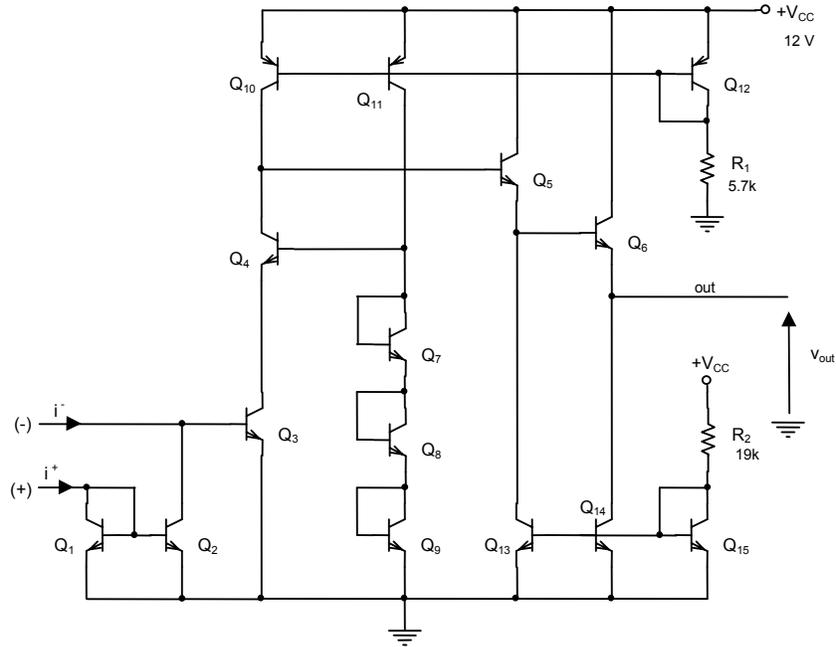
Constatons que  $I_{B_8} \cong 28\ \mu\text{A}$  et  $I_{C_{11}} \cong I_{B_8}$ .  $Q_{11}$  ne fournit plus le courant  $I_2$  et son état de saturation conduit à un  $\beta_{forcé} = I_{C_{11}}/I_{B_{11}} < \beta$ , c'est-à-dire à un courant de base nettement plus important. Le courant de référence du répéteur distribue les courants suivant la loi du nœud  $I_{C_{13}} = I_{C_{12}} + I_{B_{12}} + I_{B_{11}} + I_{B_{10}} = 250\ \mu\text{A}$ . L'augmentation de  $I_{B_{11}}$  a pour conséquence une diminution des autres courants, en particulier celle du courant de polarisation  $I_1$  de l'étage différentiel. Cette modification ne change en rien le niveau de tension en sortie puisque  $Q_4$  est toujours bloqué.

Ainsi, la tension de sortie de l'amplificateur en boucle ouverte est  $V_{out} = \pm V_{sat}$  avec  $V_{sat} = 14\text{ V}$  dans une condition de charge de  $2\text{ k}\Omega$  et pour toute tension d'entrée telle que  $|V_D| \geq 2.68\text{ V}$ .

### Amplificateur intégré de type Norton (LM359 de National Semiconductor)

On considère le circuit intégré (CI) de la figure ci-dessous. Tous les transistors sont supposés technologiquement identiques de caractéristiques  $\beta = 200$ ,  $V_A = 100\text{ V}$ ,  $|V_{BE_o}| \cong 0.6\text{ V}$ .

Au sein des calculs, le paramètre  $\beta$  est considéré comme grand (courants de base négligés). La notation suivante est utilisée pour les variables entrée/sortie (superposition des régimes continu et dynamique), à savoir  $i^+(t) = I_1 + i_1(t)$ ,  $i^-(t) = I_2 + i_2(t)$ ,  $v_{out}(t) = V_S + v_s(t)$ .



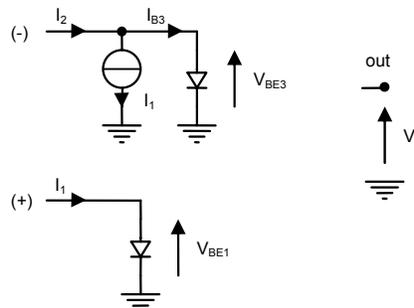
#### Compréhension du circuit

1. Donnez une description précise du circuit.

#### Etude du régime continu

2. Dessinez le schéma.
3. Calculez les valeurs des courants de collecteur de  $Q_{10}$ ,  $Q_{11}$ ,  $Q_{13}$ ,  $Q_{14}$ ,  $Q_3$ ,  $Q_4$ , des potentiels de nœuds d'entrées (+), (-) de la base et de l'émetteur de  $Q_4$ .

On modélise le CI à l'image du schéma qui suit.

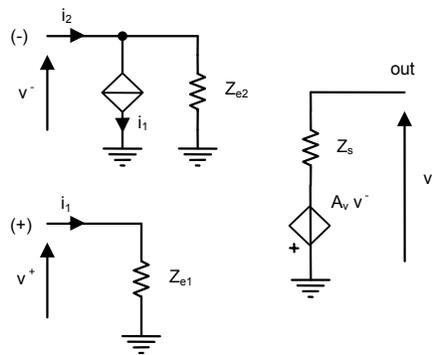


4. Expliquez la présence des éléments de cette modélisation.

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

5. Évaluez les paramètres  $r_{be}$ ,  $r_{ce}$  des modèles des transistors  $Q_3$ ,  $Q_4$ ,  $Q_5$ ,  $Q_6$  et  $r_{be_7}$ ,  $r_{be_8}$ ,  $r_{be_9}$ ,  $r_{ce_{10}}$ ,  $r_{ce_{11}}$ ,  $r_{ce_{13}}$ ,  $r_{ce_{14}}$  des transistors associés.
6. Prouvez par le calcul que la résistance dynamique vue entre base de  $Q_4$  et la masse est de valeur négligeable devant  $r_{be_4}$ .
7. Dessinez le schéma du circuit.
8. Écrivez les expressions du transfert  $R_t = v_s / (i_1 - i_2)$  et de la résistance de sortie du montage non chargé.

On modélise le CI à l'image du schéma qui suit.



9. Identifiez les éléments  $Z_{e1}$ ,  $Z_{e2}$ ,  $Z_s$ ,  $A_v$  du modèle et évaluez  $Z_{e2}$ ,  $Z_s$ ,  $A_v$ .

## Corrigé

### Compréhension du schéma

#### 1. Description

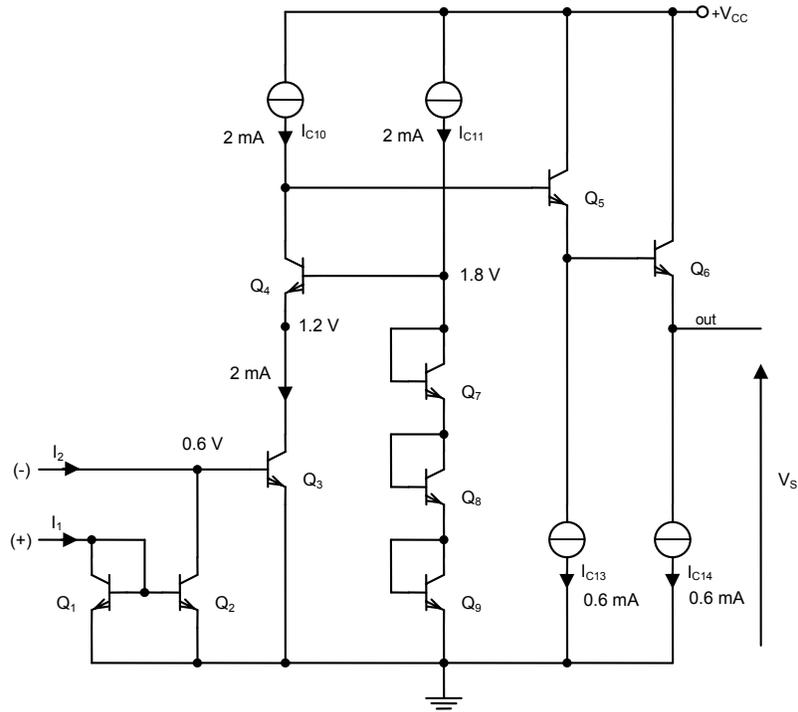
Le schéma se compose de deux étages de polarisation, d'un étage cascode attaqué par un courant différentiel obtenu par un miroir de courant et d'un étage darlington en sortie.

- Les circuits de polarisation, répéteurs de courant, sont l'association de deux miroirs de courant élémentaires. Le répéteur  $Q_{10}$ - $Q_{11}$ - $Q_{12}$  fournit deux courants sortants (transistors PNP) réglés par la résistance  $R_1$ . Le courant issu de  $Q_{10}$  impose les courants de collecteur des transistors  $Q_3$ ,  $Q_4$  et le courant issu de  $Q_{11}$  polarise trois transistors montés en diode ( $Q_7$ ,  $Q_8$ ,  $Q_9$ ) et mis en série, produisant une translation des potentiels continus de la base de  $Q_4$  à  $3V_{BE}$  et du collecteur de  $Q_3$  à  $2V_{BE}$  par rapport à la masse. Le répéteur  $Q_{13}$ - $Q_{14}$ - $Q_{15}$  fournit deux courants entrants (transistors NPN) réglés par la résistance  $R_2$ . Les courants issus de  $Q_{13}$  et  $Q_{14}$  polarisent respectivement les étages collecteur commun  $Q_5$  et  $Q_6$ .
- Le miroir de courant  $Q_1$ - $Q_2$ , inversant le sens de son courant d'entrée, permet de constituer un courant différentiel à partir des courants issus des bornes d'entrée du CI.
- L'association des étages émetteur commun  $Q_3$  et base commune  $Q_4$  chargé par la source de courant réalise un montage cascode à impédance de sortie élevée. Les étages collecteur commun  $Q_5$  et  $Q_6$  se comportent en suiveur par la présence des charges dynamiques d'émetteur et en abaisseur d'impédance. La sortie du CI est alors adaptée en tension.

La tension de sortie est proportionnelle à la différence des courants des entrées. Le CI est donc un amplificateur à résistance de transfert, appelé aussi amplificateur de Norton.

#### Etude du régime continu

#### 2. Schéma



3. Evaluation des courants et potentiels de noeuds

Répétiteur de courant PNP (effet miroir) :

$$I_{R_1} = \frac{V_{CC} - V_{EB_{12_o}}}{R_1} = 2 \text{ mA} \text{ et } I_{C_{10_o}} \cong I_{C_{11_o}} = I_{C_{4_o}} \cong I_{C_{3_o}} \cong 2 \text{ mA}$$

Répétiteur de courant NPN (effet miroir) :

$$I_{R_2} = \frac{V_{CC} - V_{BE_{15_o}}}{R_2} = 0.6 \text{ mA} \text{ et } I_{C_{13_o}} \cong I_{C_{5_o}} \cong I_{C_{14_o}} \cong I_{C_{6_o}} \cong 0.6 \text{ mA}$$

Potentiels de noeuds :

$$V^+ = V_{BE_1} \cong 0.6 \text{ V}, V^- = V_{BE_3} \cong 0.6 \text{ V}, V_{B_{4_o}} \cong 3V_{BE_o} \cong 1.8 \text{ V}, V_{C_{3_o}} = 2V_{BE_o} \cong 1.2 \text{ V}$$

$$\text{avec } V_{BE_o} = V_{BE_{7_o}} = V_{BE_{8_o}} = V_{BE_{9_o}}.$$

4. Explication des éléments du modèle

L'entrée (+) présente le transistor  $Q_1$  monté en diode en parallèle sur la jonction base-émetteur de  $Q_2$ , ce qui est toujours l'équivalent statique d'une diode passante avec une tension de 0.6 V à ses bornes. Entre l'entrée (-) et la masse, la sortie du miroir de courant  $Q_1 - Q_2$  est équivalente à une source de courant continue inversant le courant d'entrée  $I_1$ . Cette source est en parallèle sur la jonction base-émetteur de  $Q_3$ . Notons que ce miroir est indépendant de l'effet Early puisque  $V_{BC_2} \cong 0 \text{ V}$ , donc  $V_{CE_1} = V_{CE_2} \cong 0.6 \text{ V}$ .

Le potentiel de sortie  $V_S$  dépendra du montage externe et sera généralement amené à la moitié de la tension d'alimentation, c'est-à-dire  $V_S \cong V_{CC}/2$ , permettant aussi une dynamique de sortie optimale (voir « applications de l'amplificateur Norton »).

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

5. Evaluation des paramètres

$$r_{be} \cong \frac{U_T}{I_{C_o}} \beta, r_{ce} \cong \frac{V_A}{I_{C_o}} \text{ d'où } r_{be_3} \cong r_{be_4} \cong 2.5 \text{ k}\Omega, r_{ce_3} \cong r_{ce_4} \cong 50 \text{ k}\Omega,$$

$$r_{be_5} = r_{be_6} \cong 8.33 \text{ k}\Omega, r_{ce_5} = r_{ce_6} \cong 167 \text{ k}\Omega, r_{be_7} = r_{be_8} = r_{be_9} = r'_{be} \cong 2.5 \text{ k}\Omega$$

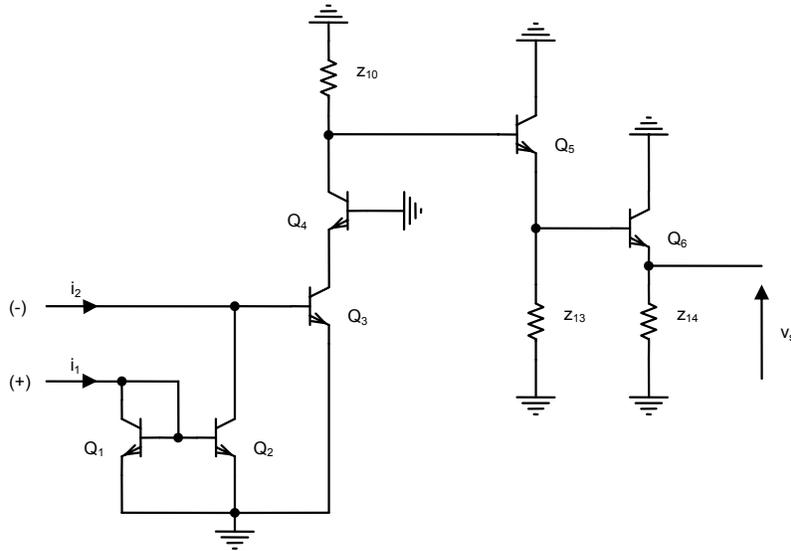
$$\text{et posons } z_{10} = r_{ce_{10}} \cong 50 \text{ k}\Omega, z_{11} = r_{ce_{11}} \cong 50 \text{ k}\Omega, z_{13} = r_{ce_{13}} \cong 167 \text{ k}\Omega, z_{14} = r_{ce_{14}} \cong 167 \text{ k}\Omega.$$

6. Transistor  $Q_4$  en base commune

Les trois transistors  $Q_7, Q_8, Q_9$ , montés en diode et mis en série, composent une résistance dynamique équivalente à  $3 \frac{r'_{be}}{\beta + 1} \cong 37.5 \Omega$  (ou  $3 \frac{U_T}{I_{C_{11_o}}}$ ). La résistance vue entre base de  $Q_4$  et la

masse s'écrit  $z_4 = 3 \frac{r'_{be}}{\beta + 1} // r_{ce_{11}}$ , valeur très faible devant la résistance de jonction  $r_{be_4}$  située en série ( $2.5 \text{ k}\Omega \gg 37.5 \Omega$ ). La base du transistor  $Q_4$  étant, pour ainsi dire, connectée à la masse, l'étage correspond à un montage base commune.

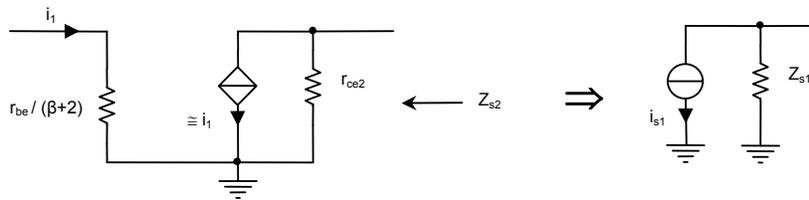
7. Schéma



8. Expressions du transfert et de la résistance de sortie

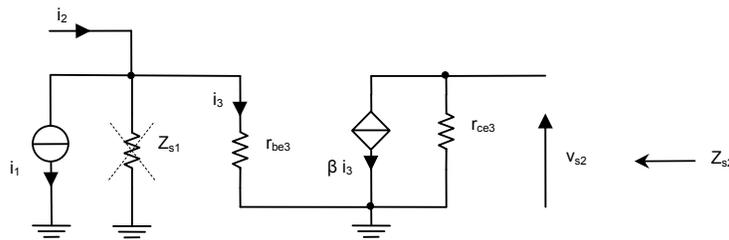
Afin de trouver l'équivalent du dipôle de sortie du montage sous la forme Thévenin (ici résistance de transfert), rappelons qu'une méthode de travail consiste à représenter la sortie d'un étage élémentaire non chargé sous la forme équivalente d'un dipôle de Thévenin ( $v_s, Z_s$ ) ou de Norton ( $i_s, Z_s$ ) suivant le cas, étude effectuée du premier étage au dernier. A chaque étape, le dipôle obtenu attaque l'étage élémentaire suivant. Les étapes successives étudient un miroir de courant, un étage émetteur commun, un étage base commune et deux étages collecteur commun.

Miroir de courant élémentaire  $Q_1 - Q_2$



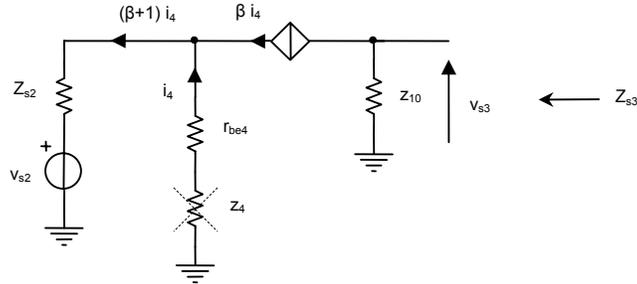
C'est un amplificateur de courant de dipôle de sortie (Norton) caractérisé par le courant de court-circuit  $i_{s_1} = i_1$  et la résistance de sortie  $Z_{s_1} = r_{ce_2}$ . L'écriture de la résistance d'entrée est donnée telle que  $r_{be_1} = r_{be_2} = r_{be}$ .

Etage émetteur commun  $Q_3$



$$\begin{cases} v_{s_2} = -\beta i_3 r_{ce_3} \\ i_3 = i_2 - i_1 \end{cases} \Rightarrow v_{s_2} = \beta r_{ce_3} (i_1 - i_2) \text{ et } Z_{s_2} = r_{ce_3} \quad (r_{ce_2} \gg r_{be_3})$$

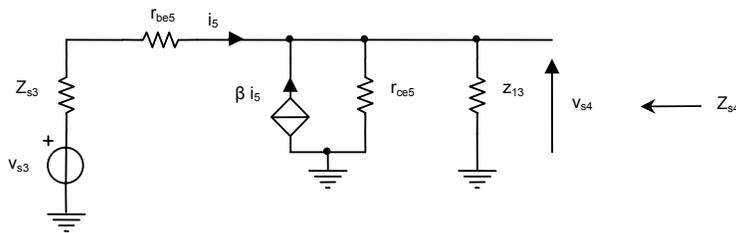
Etage base commune Q<sub>4</sub>



$$\begin{cases} v_{s_3} = -\beta i_4 Z_{10} \\ v_{s_2} = -[(\beta + 1)Z_{s_2} + r_{be_4}]i_4 \end{cases} \Rightarrow \frac{v_{s_3}}{v_{s_2}} \cong \frac{\beta Z_{10}}{(\beta + 1)Z_{s_2}} \cong \frac{Z_{10}}{Z_{s_2}} = \frac{Z_{10}}{r_{ce_3}} \text{ et } Z_{s_3} = Z_{10}.$$

Si nous tenons compte de la présence de  $r_{ce_4}$  dans ces calculs, les résultats obtenus demeurent toujours valables (erreur de l'ordre de 0.5%). En effet, un montage base commune présente, en sortie, une jonction polarisée en inverse, donc une résistance dynamique très importante devant la charge  $z_{10}$ .

Etages collecteur commun Q<sub>5</sub> et Q<sub>6</sub>



$$\begin{cases} v_{s_4} = (r_{ce_5} \parallel z_{13})(\beta + 1)i_5 \\ v_{s_3} = [Z_{s_3} + r_{be_5} + (r_{ce_5} \parallel z_{13})(\beta + 1)]i_5 \end{cases} \Rightarrow \frac{v_{s_4}}{v_{s_3}} \cong \frac{(\beta + 1)(r_{ce_5} \parallel z_{13})}{Z_{s_3} + r_{be_5} + (\beta + 1)(r_{ce_5} \parallel z_{13})} \cong +1$$

$$Z_{s_4} = r_{ce_5} \parallel z_{13} \parallel \frac{Z_{s_3} + r_{be_5}}{(\beta + 1)} \cong \frac{Z_{s_3} + r_{be_5}}{(\beta + 1)} \cong 290 \Omega$$

La topologie étant identiques pour les deux étages, on obtient

$$\frac{v_{s_5}}{v_{s_4}} \cong +1, \quad Z_{s_5} \cong \frac{Z_{s_4} + r_{be_6}}{(\beta + 1)} \cong 43 \Omega$$

L'expression de la résistance de transfert est égale au produit des transferts élémentaires puisque ces derniers tiennent compte de l'interaction inter-étages par la présence de la résistance de Thévenin / Norton.

$$R_t = \frac{v_s}{i_1 - i_2} = \frac{v_{s_5}}{v_{s_4}} \frac{v_{s_4}}{v_{s_3}} \frac{v_{s_3}}{v_{s_2}} \frac{v_{s_2}}{i_1 - i_2} \cong \beta Z_{10} = 10 \text{ M}\Omega \quad (140 \text{ dB}) \quad \text{avec } v_s = v_{s_5} \quad \text{et } Z_s = Z_{s_5}.$$

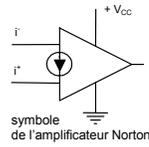
#### 9. Identification des éléments du modèle

$$Z_{e_1} = \frac{r_{be}}{\beta + 2}, \quad Z_{e_2} = r_{be_3} = 2.5 \text{ k}\Omega, \quad Z_s \cong 43 \Omega$$

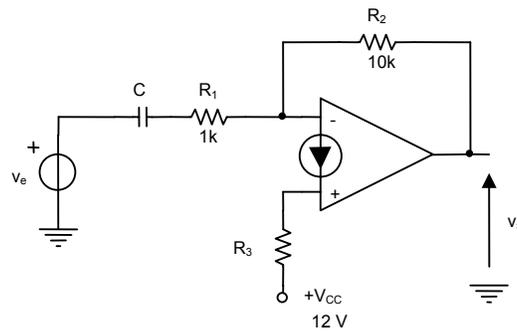
$$\begin{cases} v_s = R_t (i_1 - i_2) = -A_v v^- \\ v^- = (i_2 - i_1) Z_{e_2} \end{cases} \Rightarrow A_v = \frac{R_t}{Z_{e_2}} = +4000 \quad (72 \text{ dB})$$

## Applications de l'amplificateur Norton

Nous proposons deux applications de l'amplificateur. Dans les schémas apparaît le montage de l'étude précédente sous l'image symbolique suivante.



### Application n°1



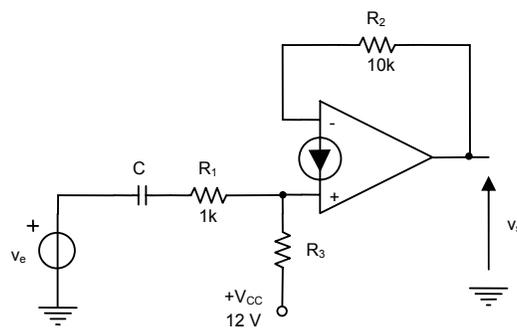
Etude du régime continu

1. Dessinez le schéma.
2. Evaluez la résistance  $R_3$  afin que le potentiel de sortie  $V_S$  soit de l'ordre de  $V_{CC}/2$  ( $V_{BE} \cong 0.6\text{ V}$  et  $I_{B_3} \ll I_1$  et  $I_2$ ).

Etude dynamique aux fréquences moyennes

3. Dessinez le schéma.
4. Déterminez le gain en tension défini par  $v_s/v_e$  et concluez sur le type d'amplificateur.

### Application n°2



## Etude du régime continu

5. Dessinez le schéma.
6. Évaluez la résistance  $R_2$  afin que le potentiel de sortie  $V_s$  soit à  $V_{CC}/2$  ( $V_{BE} \cong 0.6\text{ V}$  et  $I_{B_3} \ll I_1$  et  $I_2$ ), puis déduisez la valeur du courant  $I_1$ .

## Etude dynamique aux fréquences moyennes

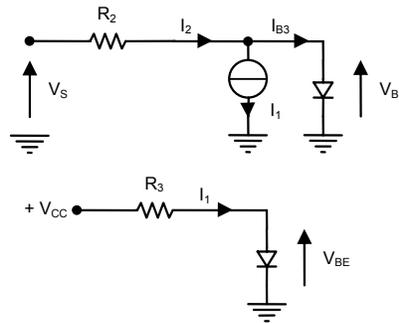
7. Dessinez le schéma.
8. Déterminez le gain en tension défini par  $v_s/v_e$  et concluez sur le type d'amplificateur.

## Corrigé

### Application n°1

Etude du régime continu

#### 1. Schéma

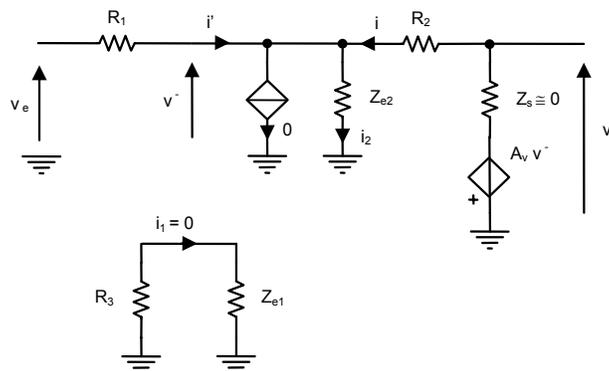


#### 2. Evaluation de la résistance

$$\begin{cases} I_{B_3} \ll I_1 \\ V_S = \frac{V_{CC}}{2} = R_2(I_1 + I_{B_3}) + V_{BE} \\ V_{CC} = R_3 I_1 + V_{BE} \end{cases} \Rightarrow R_3 \cong 2R_2 \frac{V_{CC} - V_{BE}}{V_{CC} - 2V_{BE}} \cong 21.1 \text{ k}\Omega$$

Etude dynamique aux fréquences moyennes

#### 3. Schéma



#### 4. Gain en tension

$$\begin{cases} v_s \cong -A_v v^- \\ i' = \frac{v_e - v^-}{R_1} \\ i = \frac{v_s - v^-}{R_2} \\ v^- = (i + i') Z_{e_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_s \cong -A_v v^- \\ \frac{v^-}{Z_{e_2}} = \frac{v_e}{R_1} + \frac{v_s}{R_2} - \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v^- \end{cases} \Rightarrow \frac{v_s}{v_e} \cong - \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{A_v} \left( \frac{1}{Z_{e_2}} + \frac{1}{R_1} \right) + \frac{1}{R_2}} \cong -9.965$$

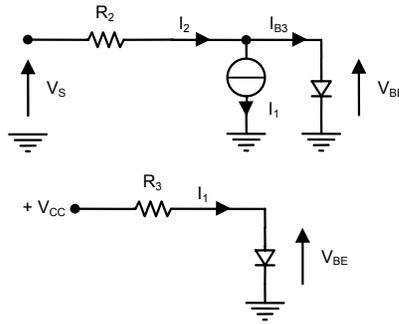
En acceptant une approche numérique à quelques %,  $\frac{V_s}{V_e} \cong -\frac{R_2}{R_1}$ .

C'est un amplificateur inverseur de gain 20 dB. L'intérêt du montage est l'absence de mode commun puisque les entrées (+) et (-) voient de faibles impédances (résistances de diode passante).

**Application n°2**

Etude du régime continu

5. Schéma



6. Evaluation de la résistance et du courant

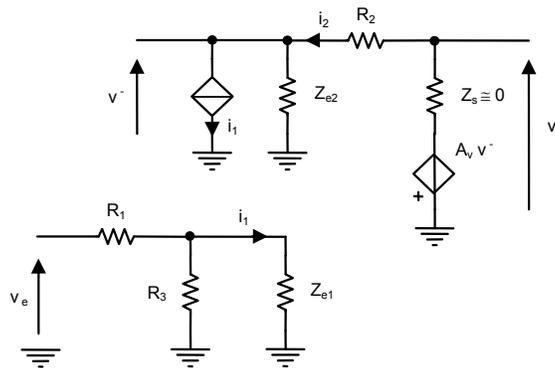
La topologie étant la même que précédemment, les résultats sont identiques.

$$R_3 \cong 21.1 \text{ k}\Omega \text{ et } I_1 \cong \left( \frac{V_{CC}}{2} - V_{BE} \right) \frac{1}{R_3} = 540 \mu\text{A}.$$

Le courant de base de  $Q_3$  vaut  $I_{B3} = \frac{I_{C3}}{\beta} = 10 \mu\text{A}$ , courant négligeable devant  $I_1$ , validant ainsi l'hypothèse de départ.

Etude dynamique aux fréquences moyennes

7. Schéma



## 8. Gain en tension

$$\begin{cases} v_s \cong -A_v v^- \\ i_2 = \frac{v_s - v^-}{R_2} \\ i_1 \cong \frac{v_e}{R_1 + Z_{e1}} \\ v^- = (i_2 - i_1)Z_{e2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_s \cong -A_v v^- \\ \left( \frac{1}{Z_{e2}} + \frac{1}{R_2} \right) v^- = \frac{v_s}{R_2} - \frac{v_e}{R_1 + Z_{e1}} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_s}{v_e} \cong - \frac{\frac{1}{R_1 + Z_{e1}}}{\frac{1}{A_v} \left( \frac{1}{Z_{e2}} + \frac{1}{R_2} \right) + \frac{1}{R_2}} \cong +9.55$$

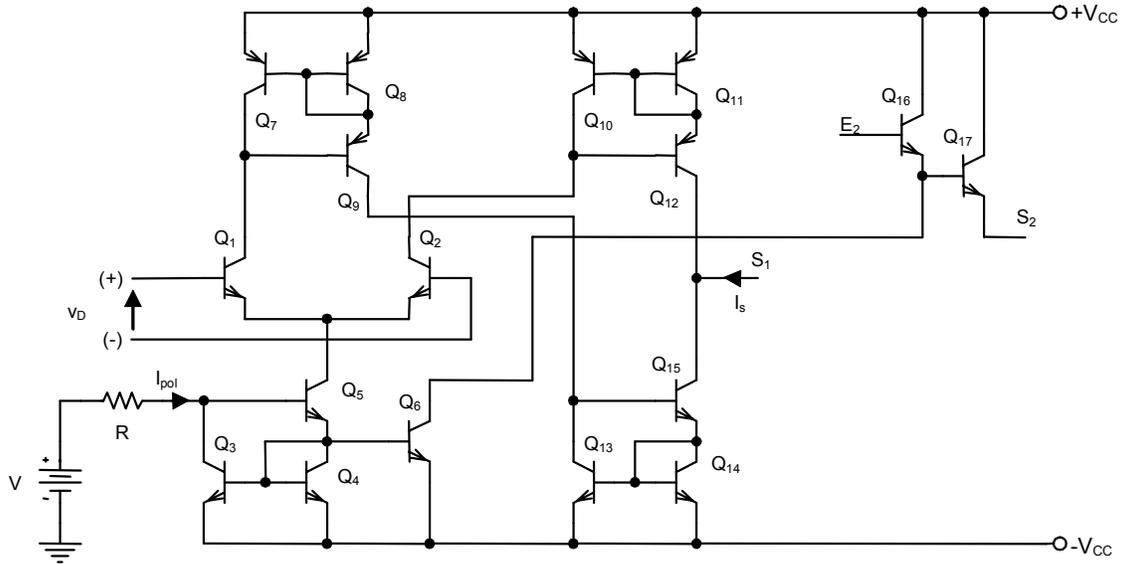
avec  $Z_{e1} = \frac{r_{be1}}{\beta + 1} \cong \frac{U_T}{I_{E1}} = \frac{U_T}{I_1} \cong 46.3 \Omega$ , valeur faible devant  $R_3$  ( $R_3 // Z_{e1} \cong Z_{e1}$ ).

En acceptant une approche numérique à quelques %,  $\frac{v_s}{v_e} \cong \frac{R_2}{R_1} = 10$ .

C'est un amplificateur non inverseur de gain 20 dB.

### Amplificateur à conductance de transfert (LM13600 de National Semiconductor)

On considère le circuit intégré de la figure ci-dessous où  $R$  est un élément hors puce. Le but est de caractériser la conductance de transfert en sortie de  $S_1$  sur une impédance de charge  $Z_{ch}$ . Tous les transistors sont supposés identiques ou parfaitement complémentaires ( $\beta \gg 1$ ).



#### Compréhension du schéma

1. Donnez une description précise du circuit.

#### Etude du régime pseudo-continu

2. Ecrivez l'expression du courant de sortie  $I_S$  en fonction de la tension différentielle d'entrée  $V_D$  et tracez ce transfert.
3. Faites apparaître dans l'expression trouvée les termes  $V$  et  $R$ . Commentez ce résultat.

#### Etude du régime continu

4. Donnez les courants de polarisation du montage.

#### Etude du régime dynamique purement différentiel (faibles signaux aux fréquences moyennes)

5. Rappelez la caractérisation du quadripôle défini par la source de Wilson ( $z_e, z_s, A_i$ ).
6. Ecrivez l'expression du courant  $i_s$  en fonction de  $v_d$  en discutant des conditions aux impédances sur les divers transferts en courant.
7. Démontrez qu'en considérant la zone linéaire du transfert  $I_S(V_D)$  obtenu lors de l'étude en régime pseudo-continu, on retrouve le résultat précédent.
8. La sortie  $S_1$  étant chargée par une impédance  $Z_{ch}$ , caractérisez l'amplificateur sous forme de quadripôle ( $Y_t, Z_e, Z_{s_1}$ ).
9. La sortie  $S_1$ , chargée par  $Z_{ch}$ , est reliée à la base de  $Q_{16}$  et une résistance  $R_{ch}$  est branchée entre  $S_2$  et la masse, précisez le type d'amplificateur obtenu.

## Corrigé

### Compréhension du schéma

#### 1. Description

Le schéma se compose d'un étage de polarisation, d'un étage différentiel associé à un transfert dynamique de courant et d'un étage darlington indépendant.

- Le circuit de polarisation, répéteur de courant, est l'association d'une source de Wilson  $Q_3 - Q_4 - Q_5$  et d'un miroir de courant élémentaire  $Q_4 - Q_6$  polarisant respectivement l'étage différentiel par le point commun des émetteurs de  $Q_1 - Q_2$  et l'étage collecteur commun  $Q_{16}$ . Les courants de ces sources sont réglés par la résistance  $R$  et la tension de polarisation  $V$  (éléments hors puce).
- L'étage différentiel est à comportement émetteur commun, attaquant en courant des miroirs de haute précision de type Wilson à transistors PNP. La présence de la source de Wilson utilisant des transistors NPN permet d'inverser le sens du courant afin de reconduire la différence des courants issus des collecteurs de l'étage différentiel à la sortie  $S_1$ . Ce point de sortie doit être au potentiel 0 V en absence de dynamique (décalage de tension nul).
- Une deuxième sortie  $S_2$  est proposée par le biais des deux montages émetteur suiveur  $Q_{16} - Q_{17}$ , constituant un buffer, isolant la charge au point  $S_1$  et recopiant la tension aux bornes de celle-ci en sortie  $S_2$ . La charge d'émetteur de  $Q_{17}$  peut alors être attaquée en tension. Au niveau du continu, le potentiel de sortie est abaissé de  $2V_{BE}$ .

Ce circuit intégré peut donc être utilisé en amplificateur différentiel à conductance de transfert, associé à un buffer.

### Etude du régime pseudo-continu

#### 2. Expression du courant de sortie

Les transistors sont identiques et  $\beta \gg 1$ . La source de Wilson étant un miroir de précision, les courants d'entrée de chacune d'elles sont reconduits en sortie et inversés, c'est-à-dire  $I_{pol} \cong I_{C_{5_0}}$  (courant constant) et  $I_{C_1} \cong I_{C_9} \cong I_{C_{15}}$ ,  $I_{C_2} \cong I_{C_{12}}$ .

$$\text{équations du circuit} \rightarrow \begin{cases} V_D = V_{BE_1} - V_{BE_2} \\ V = R I_{pol} + V_{BE_5} + V_{BE_4} - V_{CC} \\ I_{C_{5_0}} = I_{E_1} + I_{E_2} \\ I_S = I_{C_{15}} - I_{C_{12}} \end{cases}$$

$$\text{équations technologiques } Q_1 \cong Q_2 \rightarrow \begin{cases} I_{C_1} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_1}}{U_T}} \\ I_{C_2} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_2}}{U_T}} \end{cases}$$

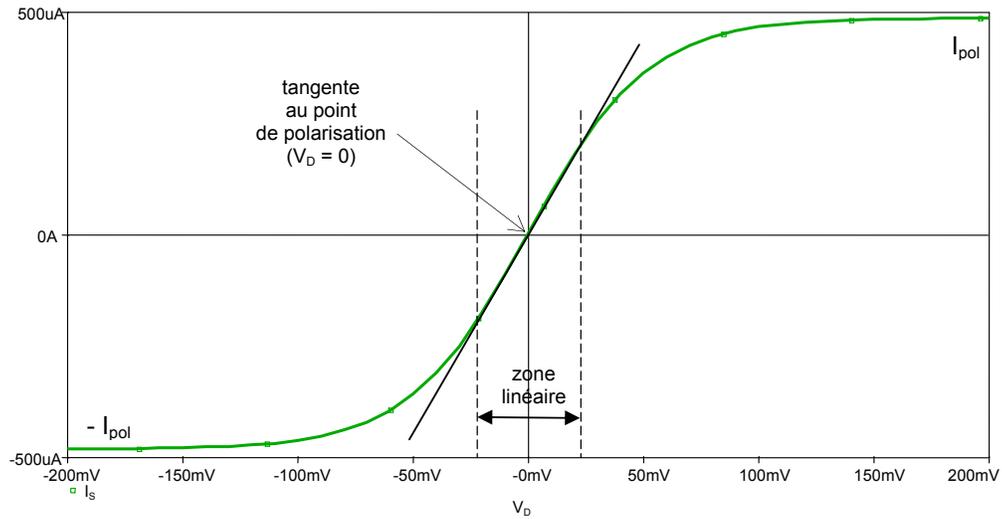
$$\Rightarrow I_{C_1} \cong I_{C_2} e^{\frac{V_D}{U_T}} \text{ d'où } I_{C_1} \cong \frac{I_{C_{5_0}}}{1 + e^{-\frac{V_D}{U_T}}}, I_{C_2} \cong \frac{I_{C_{5_0}}}{1 + e^{\frac{V_D}{U_T}}}, I_S \cong I_{C_1} - I_{C_2} \cong I_{pol} \operatorname{th} \left( \frac{V_D}{2U_T} \right)$$

#### 3. Commentaire

$$I_{pol} = \frac{V - V_{BE_5} - V_{BE_4} + V_{CC}}{R} \Rightarrow I_S \cong \frac{V - 2V_{BE} + V_{CC}}{R} \operatorname{th} \left( \frac{V_D}{2U_T} \right)$$

Le transfert sera modifiable en retouchant la tension  $V$  et/ou la résistance  $R$  extérieure.

Si  $|V_D| \gg 2U_T \Rightarrow I_S \cong \pm I_{pol}$



Etude du régime continu

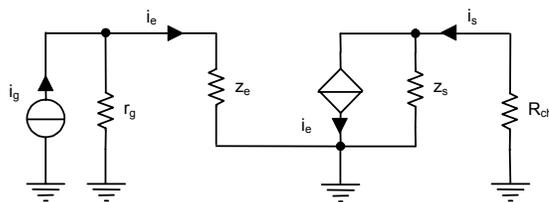
4. Courants de polarisation

Aucune source dynamique n'étant appliquée à l'entrée du circuit, les bases des transistors  $Q_1$  et  $Q_2$  sont à la masse. Dans l'étude du régime pseudo-continu, cela revient à poser  $V_D = 0$ . Il s'en suit

$$I_{C_{1o}} = I_{C_{2o}} \cong \frac{I_{pol}}{2}, I_S \cong I_{C_{1o}} - I_{C_{2o}} \cong 0$$

Etude du régime dynamique purement différentiel (faibles signaux aux fréquences moyennes)

5. Caractérisation du miroir (voir problème « Source de Wilson pour transfert dynamique »)



$$z_e \cong \frac{2r_{be}}{\beta}, z_s \cong \frac{\beta r_{ce}}{2}, A_i \cong 1$$

avec les conditions  $r_g \gg z_e, z_s \gg R_{ch}$

6. Expression du courant de sortie

$$\begin{cases} i_{c1} \cong \frac{\beta}{r_{be1}} \frac{v_d}{2} = \frac{I_{C_{1o}}}{2U_T} v_d \cong \frac{I_{pol}}{4U_T} v_d \\ i_{c2} \cong -\frac{\beta}{r_{be2}} \frac{v_d}{2} \cong -\frac{I_{pol}}{4U_T} v_d \end{cases} \Rightarrow i_s \cong i_{c1} - i_{c2} \cong \frac{I_{pol}}{2U_T} v_d$$

car attaque en courant en sortie de l'étage différentiel  $r_{ce1}$  et  $r_{ce2} \gg z_e$  et de même entre miroirs  $z_s \gg z_e$  (pour la sortie sur  $R_{ch}$ , voir plus loin).

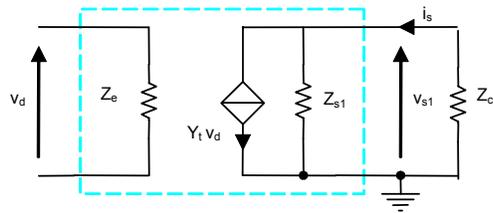
7. Linéarisation du transfert

On peut calculer la pente à l'origine telle que  $\left. \frac{dI_S}{dV_D} \right|_{V_D=0} = \frac{I_{pol}}{2U_T} = \frac{i_s}{V_D}$  ou encore considérer

$$v_d(t) \ll 2U_T \Rightarrow th\left(\frac{v_d}{2U_T}\right) \cong \frac{v_d}{2U_T} \text{ (voir le tracé, excursion très faible !)}$$

8. Caractérisation du montage en sortie  $S_1$

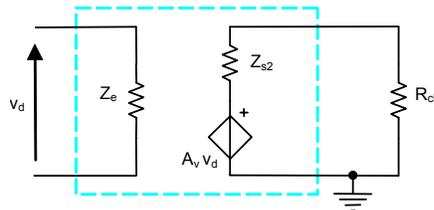
La résistance différentielle d'entrée, située entre les bases des transistors  $Q_1$  et  $Q_2$ , s'écrit  $r_{be_1} + r_{be_2}$ . La résistance de sortie, vue entre le nœud  $S_1$  et la masse, est produite par deux miroirs en parallèle, soit  $z_s // z_s = \frac{\beta r_{ce}}{4}$ , haute impédance due à l'emploi de sources de Wilson bien mieux adapté qu'un autre type de miroir. Ceci montre que si les conditions d'adaptation suivantes sont respectées, attaque en tension en entrée ( $r_{be_1} + r_{be_2} \gg r_g$ ) et attaque de la charge en courant ( $\beta r_{ce}/4 \gg Z_{ch}$ ), le quadripôle obtenu représente un amplificateur différentiel à conductance de transfert.



$$Y_t = \left( \frac{i_s}{v_d} \right)_{v_{s1}=0} \cong \frac{I_{pol}}{2U_T}, \quad Z_e = \left( \frac{v_d}{i_e} \right)_{v_{s1}=0} = 2r_{be}, \quad Z_{s1} = \left( \frac{v_{s1}}{i_s} \right)_{v_d=0} = \frac{\beta r_{ce}}{4}$$

9. Caractérisation du montage en sortie  $S_2$

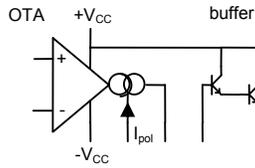
Les transistors,  $Q_{16}$  alimenté par le miroir de courant  $Q_6 - Q_4$ , et  $Q_{17}$  connecté à la charge, sont montés en collecteur commun. L'étage darlington présente une très importante résistance d'entrée ( $\cong \beta^2 R_{ch}$ ) et une résistance de sortie très diminuée ( $\cong Z_{s1}/\beta^2 \ll R_{ch}$ ) permettant d'attaquer la charge en tension. C'est alors un amplificateur de tension.



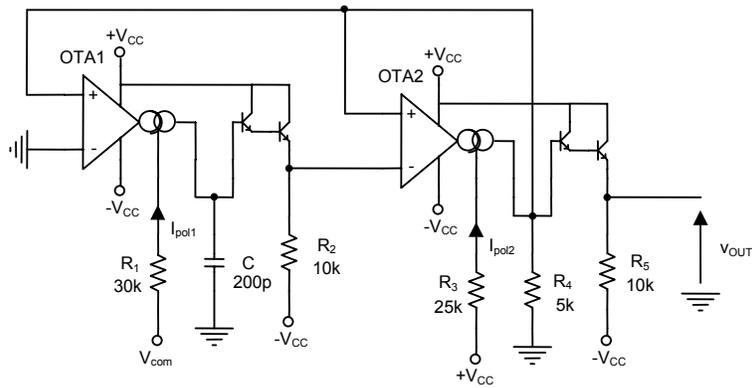
Le constructeur permet à l'utilisateur de recopier la tension nodale  $S_1$  aux bornes de la charge par le biais de l'adaptation en tension, à un décalage d'offset près de  $2V_{BE}$  vers la masse. Le darlington est donc un buffer.

### Application de l'amplificateur à conductance de transfert

Dans le schéma apparaît le montage de l'étude précédente sous l'image symbolique suivante.



L'étude porte sur l'association en boucle de deux amplificateurs à conductance de transfert (OTA) avec leur buffer. L'alimentation symétrique du montage est  $V_{CC} = 15\text{ V}$  et la tension  $V_{com}$  est la variable de commande du montage.



1. Expliquez le fonctionnement du montage sachant que les deux OTA travaillent ici à forts signaux d'entrée.
2. Tracez les évolutions des potentiels nodaux des entrées de l'OTA2.
3. Ecrivez l'expression de la période des oscillations.
4. Dans la considération d'un oscillateur contrôlé par la tension de commande  $V_{com}$  (VCO), écrivez les expressions de la fréquence libre  $f_0$  et le facteur de sensibilité  $K_0$ , répondant à la relation  $f_{VCO} = K_0 V_{com} + f_0$ , en fonction des composants passifs et des tensions appliquées au circuit. Évaluez ces paramètres.
5. Discutez de l'influence des valeurs des composants passifs  $R_1$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  et  $C$  sur les performances de l'oscillateur.

## Corrigé

### 1. Fonctionnement de l'oscillateur

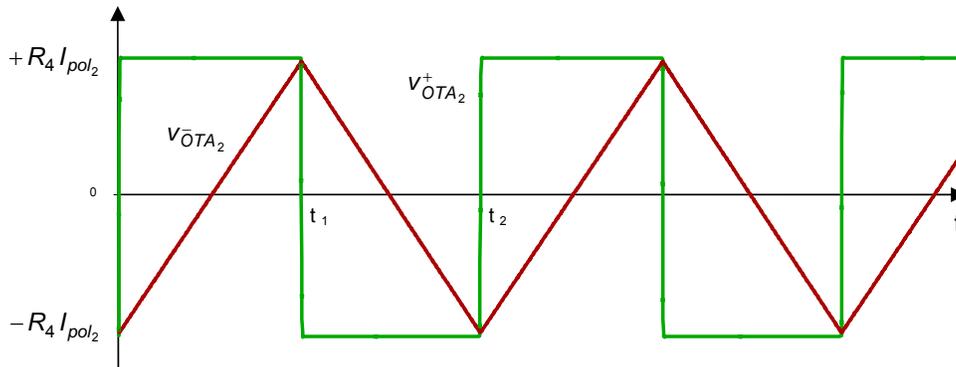
Les OTA travaillant à forts signaux, le courant de sortie en fonction du temps est de la forme

$$i_S(t) = I_{pol} \operatorname{th}\left(\frac{v_D(t)}{2U_T}\right) \cong \pm I_{pol}, \text{ car } v_D(t) \gg 2U_T.$$

En régime permanent, le signal sur la résistance de charge  $R_4$  de OTA2 est un signal carré de niveau  $\pm R_4 I_{pol_2}$  par rapport à la masse. Ce signal est appliqué à l'entrée (+) de OTA1 et comparé à la masse et le condensateur C en sortie, chargé (ou déchargé) à courant constant, produit à ses bornes un signal triangulaire. Ce signal est recopié à la sortie du buffer de OTA1, à la translation  $2V_{BE}$  près, et comparé au signal carré à l'entrée de l'OTA2. Il y a basculement lorsque les niveaux des signaux sont quasiment égaux ( $v_D(t) \cong 0$ ). Ainsi, la tension aux bornes du condensateur croît ou décroît linéairement suivant que le signal carré est sur son front haut ou son front bas et ceci de façon périodique.

Le circuit est donc un oscillateur produisant deux signaux synchrones de forme carrée et triangulaire. Le signal carré  $v_{OUT}(t)$  est disponible en sortie de buffer sous faible impédance pour une attaque en tension. Si la tension  $V_{com}$  est variable (modulation), la fréquence de l'oscillateur est modifiée (VCO).

### 2. Chronogrammes



Les basculements ont lieu lorsque  $v_D(t) = v_{OTA_2}^+(t) - v_{OTA_2}^-(t) \cong 0$ , c'est-à-dire que les tensions nodales  $v_{OTA_2}^+ = \pm R_4 I_{pol_2}$  et  $v_{OTA_2}^- = v_C(t) - 2V_{BE}$  sont à peu près égales.

### 3. Période des oscillations

En prenant pour origine des temps, le basculement  $-R_4 I_{pol_2} \rightarrow +R_4 I_{pol_2}$  de la tension de sortie de OTA2, calculons les instants  $t_1$  et  $t_2$  des basculements suivants.

A partir de l'instant  $t = 0$ ,  $v_C(t) = \frac{I_{pol_1}}{C} t + cte$  avec  $cte = v_C(0) = -R_4 I_{pol_2} + 2V_{BE}$

d'où  $v_C(t) = \frac{I_{pol_1}}{C} t - R_4 I_{pol_2} + 2V_{BE}$  pour  $t \in [0, t_1]$

A l'instant  $t_1$  du basculement suivant  $+R_4 I_{pol_2} \rightarrow -R_4 I_{pol_2}$ ,

$$v_C(t_1) = R_4 I_{pol_2} + 2V_{BE} = \frac{I_{pol_1}}{C} t_1 - R_4 I_{pol_2} + 2V_{BE} \Rightarrow t_1 = \frac{2CR_4 I_{pol_2}}{I_{pol_1}}$$

A partir de l'instant  $t_1$ ,  $V_C(t) = -\frac{I_{pol_1}}{C} t + cte$  avec  $cte = V_C(t_1) + \frac{I_{pol_1}}{C} t_1 = 3R_4 I_{pol_2} + 2V_{BE}$

d'où  $v_C(t) = -\frac{I_{pol_1}}{C} t + 3R_4 I_{pol_2} + 2V_{BE}$  pour  $t \in [t_1, t_2]$

A l'instant  $t_2$  du basculement suivant  $-R_4 I_{pol_2} \rightarrow +R_4 I_{pol_2}$ ,

$$v_C(t_2) = -R_4 I_{pol_2} + 2V_{BE} = -\frac{I_{pol_1}}{C} t_2 + 3R_4 I_{pol_2} + 2V_{BE} \Rightarrow t_2 = \frac{4CR_4 I_{pol_2}}{I_{pol_1}}$$

Ainsi,  $t_2 = 2t_1 = \frac{4CR_4 I_{pol_2}}{I_{pol_1}} = T$  (période des signaux)

4. Caractéristique du VCO

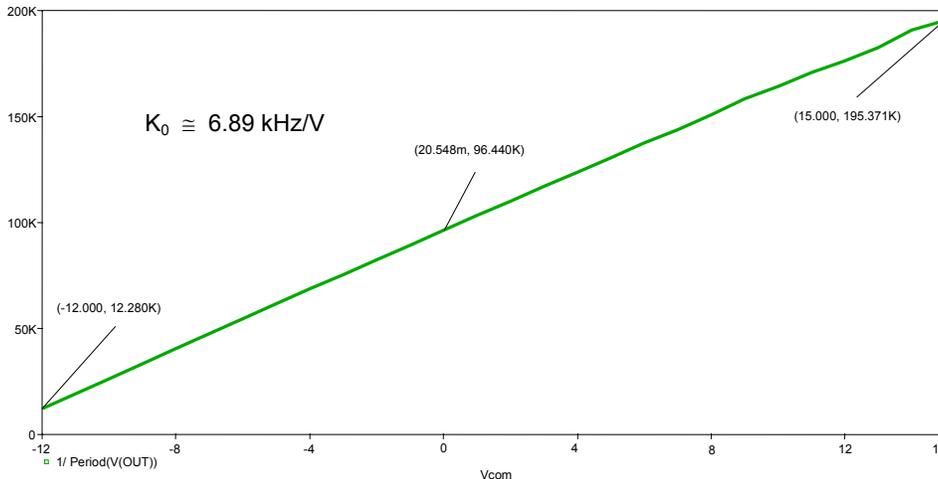
$$f_{VCO} \cong \frac{I_{pol_1}}{4CR_4 I_{pol_2}} \quad \text{avec } I_{pol_1} = \frac{V_{com} - 2V_{BE} + V_{CC}}{R_1} \quad \text{et } I_{pol_2} = \frac{2V_{CC} - 2V_{BE}}{R_3}$$

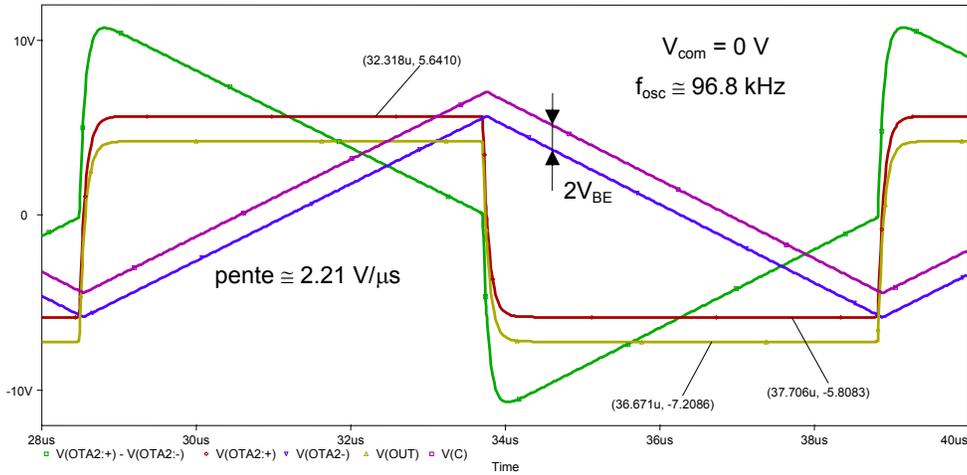
de la forme  $f_{VCO} = K_0 V_{com} + f_0$  avec  $f_0 \cong \frac{R_3}{4CR_1 R_4} \frac{V_{CC} - 2V_{BE}}{2V_{CC} - 2V_{BE}}$  et  $K_0 \cong \frac{f_0}{V_{CC} - 2V_{BE}}$

L'application numérique donne  $f_0 \cong 100 \text{ kHz}$  et  $K_0 \cong 7.23 \text{ kHz/V}$ .

5. Discussion

Les résistances  $R_3$  et  $R_4$  règlent l'amplitude du signal carré. Le choix de la fréquence centrale  $f_0$  du VCO est fixée par la valeur de  $C$  et  $R_1$  avec la condition  $V_{com} = 0 \text{ V}$ , tension correspondant au centrage de la plage des fréquences possibles.



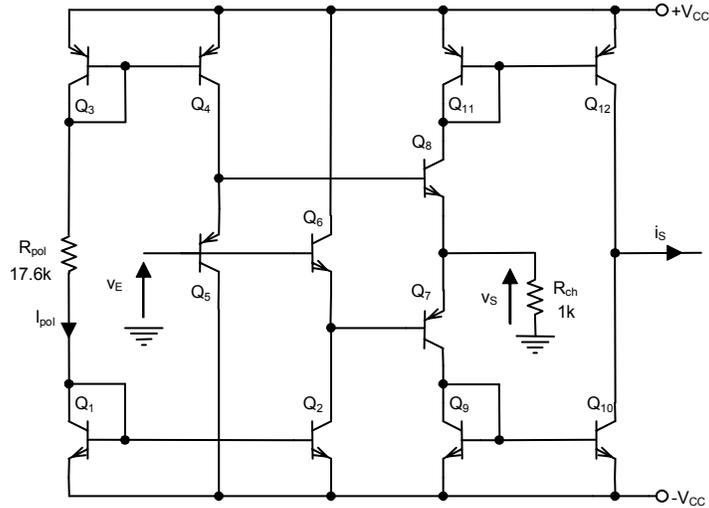


La simulation montre des résultats en accord avec l'étude à la précision près des valeurs de  $V_{BE}$  (0.6 à 0.7 V) et de la transition de  $I_S = \pm I_{pol}$  en fonction de  $V_D$  lors des basculements.

Pente du signal triangulaire  $\frac{I_{pol1}}{C} \approx 2.3\text{ V}/\mu\text{s}$  et amplitude crête du signal carré  $R_4 I_{pol2} \approx 5.76\text{ V}$  avec  $V_{BE} = 0.6\text{ V}$ .



Etude de l'amplificateur à conductance de transfert (Diamond Transistor)



Compréhension du schéma

9. Donnez une description précise du circuit.

Etude du régime pseudo-continu

10. Ecrivez la relation de la tension  $I_S$  en fonction de  $V_E$  et  $I_{pol}$ .

Etude du régime continu

11. Evaluez les courants de collecteur des transistors.

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

12. Evaluez les paramètres  $r_{be}$  et  $r_{ce}$  des modèles des transistors, ainsi que les éléments de la caractérisation des miroirs  $Q_9 - Q_{10}$  et  $Q_{11} - Q_{12}$  ( $z_e, z_s, A_t$ ).
13. Dessinez le schéma.
14. Ecrivez l'expression du transfert en tension  $Y_t = i_s/v_e$ . Comparez au résultat obtenu lors de l'étude en régime pseudo-continu.
15. Ecrivez les expressions des résistances d'entrée  $Z_e$  et de sortie  $Z_s$  du montage.
16. Evaluez les paramètres  $Z_e, Z_s, Y_t$  qui caractérisent l'amplificateur à conductance de transfert en précisant les conditions d'adaptation à respecter.

Rappel de la notation :  $v_E(t) = V_E + v_e(t), \dots$  (superposition des régimes continu et dynamique).

## Corrigé

### Compréhension du schéma

#### 1. Description

Le schéma se compose d'un étage de polarisation et de quatre étages collecteur commun. Une symétrie par rapport à la masse, due aux transistors complémentaires fait apparaître une topologie parallèle de l'ensemble.

- Le circuit de polarisation est composé de deux miroirs de courant élémentaire  $Q_1-Q_2$  et  $Q_3-Q_4$  polarisant respectivement les transistors  $Q_6$  et  $Q_5$ . Les courants de ces sources sont fixés par le choix de la résistance  $R_{pol}$ . Nous démontrons que l'association des transistors parfaitement complémentaires  $Q_5-Q_8$  et  $Q_6-Q_7$  produit ici les mêmes courants de polarisation.
- Les étages collecteur commun  $Q_5$  et  $Q_6$ , chargés en partie par une source de courant, présentent un niveau de résistance d'entrée relativement élevé, permettant une attaque en tension du montage. Les étages collecteur commun  $Q_7$  et  $Q_8$  assurent une faible résistance de sortie, permettant une attaque en tension de la charge. L'association de ces émetteurs suiveurs conduit à un gain en tension unité. Ici, l'intérêt de cette topologie réside dans l'association en cascade de deux émetteurs suiveurs complémentaires ( $Q_5-Q_8$  ou  $Q_6-Q_7$ ) qui compensent leurs tensions base-émetteur en mode actif (ni saturés ou bloqués), donc pas de translation de tension continue entre entrée et sortie ( $V_S \cong V_E$ ) et amélioration de la stabilité thermique (structure Diamond).

Cette partie du circuit intégré est appelé Diamond Buffer.

#### Etude du régime pseudo-continu

Les courants de saturation  $I_{BS}$  des jonctions base-émetteur et les gains en courant  $\beta$  des transistors sont supposés identiques, l'effet Early est négligé.

#### 2. Relation $V_S(V_E)$

Pour les étages de polarisation :

$$Q_1 \equiv Q_2 \rightarrow \begin{cases} I_{C_1} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_1}}{U_T}} \\ I_{C_2} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_2}}{U_T}} \end{cases} \text{ (technologie)} \quad V_{BE_1} = V_{BE_2} \text{ (circuit)} \Rightarrow I_{C_1} \cong I_{C_2} \cong I_{pol}$$

$$Q_3 \equiv Q_4 \rightarrow \begin{cases} I_{C_3} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{EB_3}}{U_T}} \\ I_{C_4} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{EB_4}}{U_T}} \end{cases} \text{ (technologie)} \quad V_{EB_3} = V_{EB_4} \text{ (circuit)} \Rightarrow I_{C_3} \cong I_{C_4} \cong I_{pol}$$

Pour les étages émetteurs suiveurs

$$Q_5 \equiv Q_8 \rightarrow \begin{cases} I_{C_5} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{EB_5}}{U_T}} \\ I_{C_8} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_8}}{U_T}} \end{cases} \text{ (technologie)} \quad V_E = -V_{EB_5} + V_{BE_8} + V_S \text{ (circuit)} \Rightarrow I_{C_8} \cong I_{pol} e^{\frac{V_E - V_S}{U_T}}$$

$$Q_6 \equiv Q_7 \rightarrow \begin{cases} I_{C_6} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_6}}{U_T}} \\ I_{C_7} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_7}}{U_T}} \end{cases} \text{ (technologie)} \quad V_E = V_{BE_6} - V_{EB_7} + V_S \text{ (circuit)} \Rightarrow I_{C_7} \cong I_{pol} e^{-\frac{V_E - V_S}{U_T}}$$

Pour définir la tension de sortie

$$V_S \cong R_{ch} (I_{C_6} - I_{C_7}) \Rightarrow V_S \cong R_{ch} I_{pol} \left( e^{\frac{V_E - V_S}{U_T}} - e^{-\frac{V_E - V_S}{U_T}} \right) = 2 R_{ch} I_{pol} \operatorname{sh} \frac{V_E - V_S}{U_T}$$

Comme il a été dit lors de la discussion,  $V_S \cong V_E$  ou  $V_E - V_S \ll U_T \Rightarrow \operatorname{sh} \left( \frac{V_E - V_S}{U_T} \right) \cong \frac{V_E - V_S}{U_T}$

d'où  $V_S \cong \frac{1}{1 + \frac{U_T}{2 I_{pol} R_{ch}}} V_E \cong V_E$  tant que les transistors travaillent en mode actif.

### Etude du régime continu

#### 3. Courants de polarisation

Aucune source dynamique n'étant appliquée à l'entrée du circuit, les bases des transistors  $Q_5$  et  $Q_6$  sont à la masse. Dans l'étude du régime pseudo-continu, cela revient à poser  $V_E = 0$ . Il s'en suit que tous les courants de collecteur sont égaux à  $I_{pol}$  et la tension de sortie  $V_S \cong 0$ .

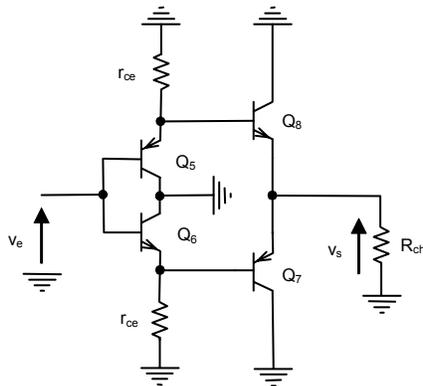
$$2V_{CC} = V_{EB_3} + R_{pol} I_{pol} + V_{BE_1} \text{ (circuit)} \Rightarrow I_{pol} \cong 500 \mu A \text{ avec } |V_{BE_0}| \cong 0.6 V.$$

### Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

#### 4. Evaluation des paramètres des modèles des transistors

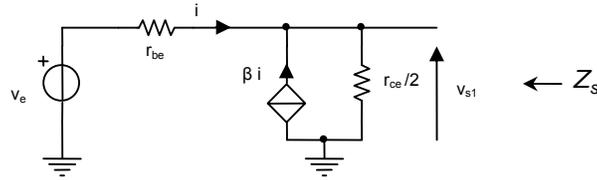
$$r_{be} \cong \frac{U_T}{I_{pol}} \beta \text{ et } r_{ce} \cong \frac{V_A}{I_{pol}} \quad (|V_{CE_i}| \ll V_A), \text{ soit } r_{be} \cong 10 k\Omega, \quad r_{ce} \cong 200 k\Omega$$

#### 5. Schéma

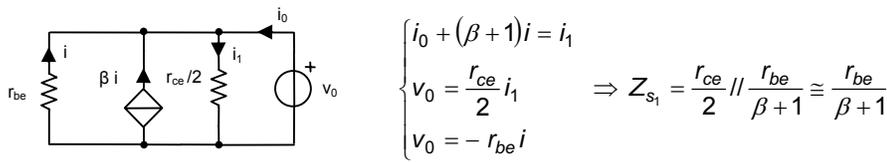


6. Expression du transfert en tension

Etages collecteur commun  $Q_5$  ou  $Q_6$

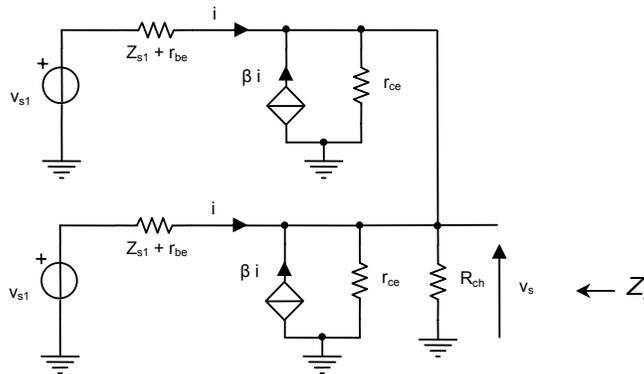


$$\begin{cases} v_e = r_{be}i + \frac{r_{ce}}{2}(\beta + 1)i \\ v_{s1} = \frac{r_{ce}}{2}(\beta + 1)i \end{cases} \Rightarrow \frac{v_{s1}}{v_e} = \frac{\frac{r_{ce}}{2}(\beta + 1)}{r_{be} + \frac{r_{ce}}{2}(\beta + 1)} \cong 1$$



$$\begin{cases} i_0 + (\beta + 1)i = i_1 \\ v_0 = \frac{r_{ce}}{2}i_1 \\ v_0 = -r_{be}i \end{cases} \Rightarrow Z_{s1} = \frac{r_{ce}}{2} \parallel \frac{r_{be}}{\beta + 1} \cong \frac{r_{be}}{\beta + 1}$$

Etages collecteur commun  $Q_7$  ou  $Q_8$



$$\begin{cases} v_{s1} = (Z_{s1} + r_{be})i + 2(\beta + 1)(r_{ce} \parallel r_{ce} \parallel R_{ch})i \\ v_s = 2(\beta + 1)(r_{ce} \parallel r_{ce} \parallel R_{ch})i \end{cases} \Rightarrow \frac{v_{s1}}{v_s} \cong 1 \quad (\text{avec charge équivalente } r_{ce} \parallel r_{ce} \parallel R_{ch})$$

Le transfert en tension global est donc  $\frac{v_{s1}}{v_e} \frac{v_s}{v_{s1}} \cong 1$  ou  $v_s \cong v_e$ , ce qui est la même expression que pour le transfert en régime pseudo-continu.

7. Résistances d'entrée et de sortie du montage

Calcul de la résistance d'entrée

Les étages collecteur commun  $Q_7$  ou  $Q_8$  présentent chacun la résistance d'entrée  $Z_{e2} = r_{be} + 2(\beta + 1)(r_{ce} \parallel r_{ce} \parallel R_{ch})$ . La résistance d'entrée du montage est donc celles des étages collecteur commun  $Q_5$  ou  $Q_6$  mis en parallèle, chargés chacun par  $Z_{e2}$ , soit

$$Z_e = \frac{1}{2} \left[ r_{be} + (\beta + 1) \left( \frac{r_{ce}}{2} \parallel Z_{e2} \right) \right] \cong \frac{\beta}{2} \left[ \frac{r_{ce}}{2} \parallel \left( 2\beta \left( \frac{r_{ce}}{2} \parallel R_{ch} \right) \right) \right]$$

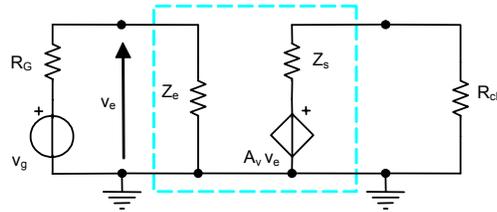
Calcul de la résistance de sortie

La résistance de sortie, vue par la charge extérieure, est produite par les deux étages collecteur commun  $Q_7$  et  $Q_8$  en parallèle, soit  $Z_s = \frac{1}{2} \left( r_{ce} \parallel \frac{r_{be} + Z_{s1}}{\beta + 1} \right) \cong \frac{r_{be}}{2\beta}$ .

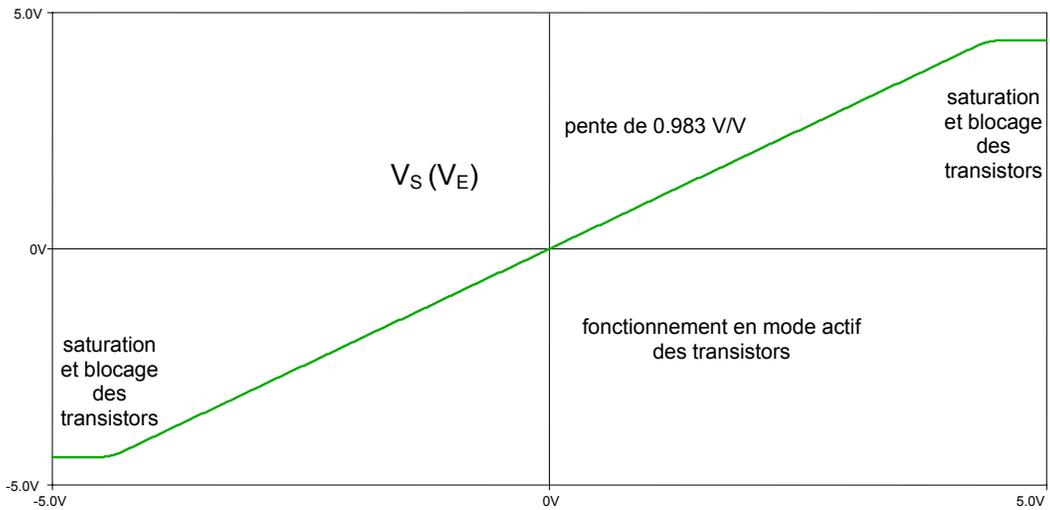
L'association de cette résistance  $Z_s$  en série avec une source de tension indépendante  $v_s$  constitue le dipôle équivalent de Thévenin pouvant attaquer la charge du montage.

8. Caractérisation du buffer

Les conditions d'adaptation à respecter pour ce type d'amplificateur en tension sont une attaque en tension en entrée ( $Z_e \gg R_G$ ) et en sortie ( $Z_s \ll R_{ch}$ ).



avec les valeurs  $A_v \cong 1$ ,  $Z_e \cong 8 \text{ M}\Omega$ ,  $Z_s \cong 25 \Omega$ .



Nous constatons que le domaine de linéarité est très étendu, puisque la tension d'entrée maximale possible est voisine de la tension d'alimentation  $\pm V_{CC}$ .

Compréhension du schéma

9. Description

Le schéma est conçu sur la même idée que le buffer étudié précédemment (structure Diamond). Il vient s'ajouter un transfert statique et dynamique de courant vers la nouvelle sortie. La symétrie par rapport à la masse de l'ensemble, due aux transistors complémentaires, fait toujours apparaître une topologie parallèle.

- Les étages émetteur suiveur  $Q_7$  et  $Q_8$  reconduisent leur courant de collecteur vers la sortie par le biais des miroirs  $Q_9 - Q_{10}$  et  $Q_{11} - Q_{12}$ . Cet ensemble étant complémentaire par rapport à la masse, le courant de sortie  $i_S$  est la différence de leurs courants de collecteur.
- Les deux miroirs en parallèle produisent en sortie une résistance dynamique relativement importante pour attaquer une charge en courant.

Ce circuit intégré peut donc être utilisé en amplificateur à conductance de transfert.

Etude du régime pseudo-continu

10. Relation  $I_S(V_E)$

Pour définir la tension de sortie du buffer (émetteurs suiveurs en mode actif)

$$V_S \cong R_{ch} (I_{C_8} - I_{C_7}) \text{ ou } V_S \cong \frac{R_{ch}}{R_{ch} + \frac{U_T}{2I_{pol}}} V_E \cong V_E.$$

Pour les étages de transfert de courant

$$Q_9 \cong Q_{10} \rightarrow \begin{cases} I_{C_9} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_9}}{U_T}} \\ I_{C_{10}} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_{10}}}{U_T}} \end{cases} \text{ (technologie)} \quad V_{BE_9} = V_{BE_{10}} \text{ (circuit)} \quad \Rightarrow I_{C_9} \cong I_{C_{10}}$$

$$Q_{11} \cong Q_{12} \rightarrow \begin{cases} I_{C_{11}} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{EB_{11}}}{U_T}} \\ I_{C_{12}} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{EB_{12}}}{U_T}} \end{cases} \text{ (technologie)} \quad V_{EB_{11}} = V_{EB_{12}} \text{ (circuit)} \quad \Rightarrow I_{C_{11}} \cong I_{C_{12}}$$

Pour définir le courant de sortie

$$\begin{cases} I_S = I_{C_{12}} - I_{C_{10}} \\ I_{C_{12}} \cong I_{C_{11}} \cong I_{C_8} \\ I_{C_{10}} \cong I_{C_9} \cong I_{C_7} \end{cases} \Rightarrow I_S \cong I_{C_8} - I_{C_7} \cong \frac{V_S}{R_{ch}} \text{ ou encore } I_S \cong \frac{1}{1 + \frac{U_T}{2I_{pol} R_{ch}}} \frac{V_E}{R_{ch}} \cong \frac{V_E}{R_{ch}}$$

tant que les transistors travaillent en mode actif.

Etude du régime continu

11. Courants de polarisation

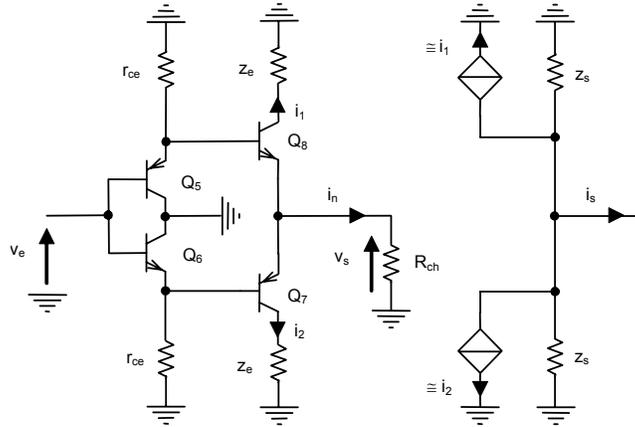
Tous les courants de collecteur sont égaux à  $I_{pol}$  et le courant de sortie  $I_S \cong 0$ .

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

12. Evaluation des paramètres des modèles des transistors et des quadripôles de transfert de courant

$$r_{be} \cong 10 \text{ k}\Omega, r_{ce} \cong 200 \text{ k}\Omega \text{ et } z_e = \frac{r_{be}}{\beta + 2} \cong 50 \Omega, z_s = r_{ce} \cong 200 \text{ k}\Omega, A_i = \frac{\beta}{\beta + 2} \cong 1$$

13. Schéma

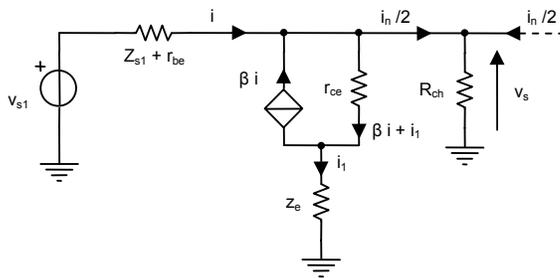


14. Expression de la conductance de transfert

Etages collecteur commun Q<sub>5</sub> ou Q<sub>6</sub> (inchangé)

Etages collecteur commun Q<sub>7</sub> ou Q<sub>8</sub>

Les schémas des deux étages étant identiques, chacun débite un même courant constituant le courant  $i_n$  traversant la charge.



$$\begin{cases} v_{s1} = (Z_{s1} + r_{be})i + r_{ce}(i_1 + \beta i) + z_e i_1 \\ r_{ce}(i_1 + \beta i) + z_e i_1 = R_{ch} i_n \\ i_n = 2(i - i_1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_{s1} = (Z_{s1} + r_{be} + \beta r_{ce})i + (r_{ce} + z_e)i_1 \\ (r_{ce} + z_e + 2R_{ch})i_1 = (2R_{ch} - \beta r_{ce})i \end{cases} \Rightarrow v_{s1} = \left[ (Z_{s1} + r_{be} + \beta r_{ce}) \frac{r_{ce} + z_e + 2R_{ch}}{2R_{ch} - \beta r_{ce}} + r_{ce} + z_e \right] i_1$$

soit  $\frac{i_1}{v_{s1}} \cong -\frac{1}{2R_{ch}}$  avec  $r_{ce} \gg z_e, \beta r_{ce} \gg 2R_{ch}$  et  $Z_{s1} + r_{be}$ .

Etages de transfert en courant

$$i_s \cong -(i_1 + i_2) = -2i_1 \Rightarrow i_s \cong -(i_1 + i_2) = -2i_1 \cong \frac{v_e}{R_{ch}} \text{ (courant de court-circuit à l'image du théorème de Norton)}$$

soit  $Y_t = \frac{i_s}{v_e} \cong \frac{1}{R_{ch}}$  (même expression que pour le transfert en régime pseudo-continu).

15. Résistances d'entrée et de sortie du montage

La résistance d'entrée du montage est inchangée (voir l'étude du buffer).

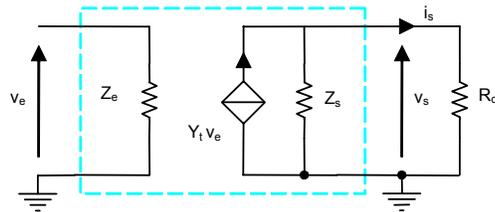
Calcul de la résistance de sortie

La résistance de sortie est produite par deux miroirs en parallèle, soit  $Z_s = r_{ce10} // r_{ce12} = \frac{r_{ce}}{2}$ .

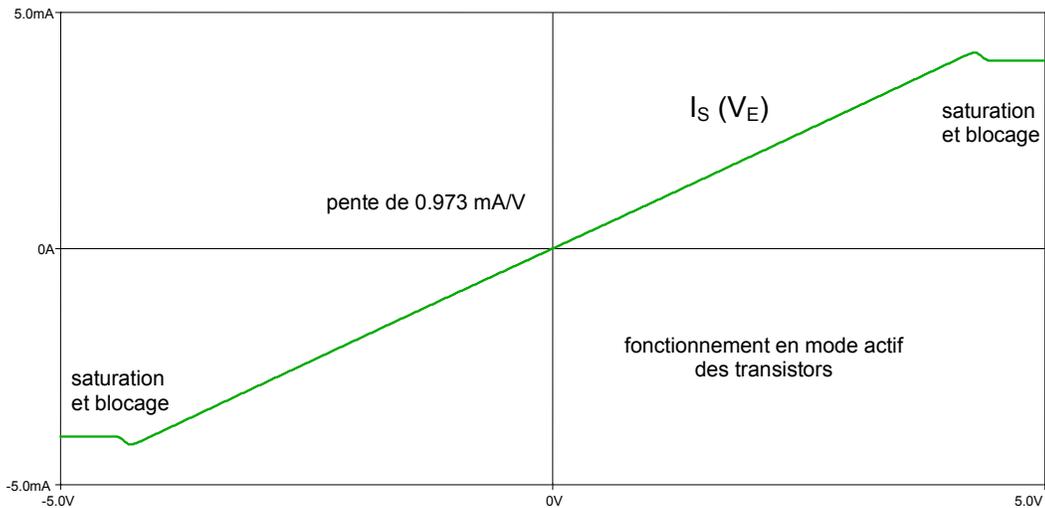
L'association de cette résistance  $Z_s$  en parallèle avec une source de courant indépendante  $i_s$  constitue le dipôle équivalent de Norton pouvant attaquer la charge du montage.

16. Caractérisation de l'amplificateur à conductance de transfert

Les conditions d'adaptation à respecter pour ce type d'amplificateur sont une attaque en tension ( $Z_e \gg R_G$ ) et une attaque de la charge en courant ( $Z_s \gg R_{ch}$ ).



avec les valeurs  $Y_t \cong 1 \text{ mA/V}$ ,  $Z_e \cong 8 \text{ M}\Omega$ ,  $Z_s \cong 100 \text{ k}\Omega$ .



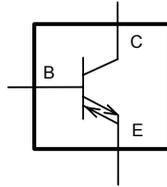
Nous constatons que le domaine de linéarité est très étendu, puisque la tension d'entrée maximale possible est voisine de la tension d'alimentation  $\pm V_{CC}$ .

De plus, les transferts en tension et en courant ont même expression en régime pseudo-continu et en régime dynamique à condition de rester dans le mode actif des transistors. Par contre, l'étude du régime pseudo-continu est la seule étude à délimiter les domaines de linéarité.

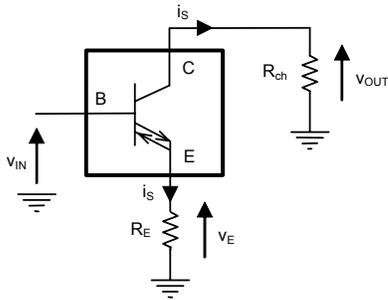
## Applications de l'amplificateur à conductance de transfert

L'amplificateur à conductance de transfert peut être vu comme un « transistor auto-polarisé », puisque par définition, c'est une source de courant commandée par une tension. Ce quasi-transistor possède trois bornes : une entrée à haute impédance (base), une entrée/sortie à basse impédance (émetteur) et une sortie de courant (collecteur).

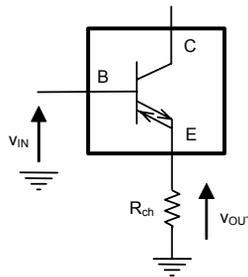
Nous proposons trois applications de base de l'amplificateur qui démontrent une équivalence de comportement avec les montages fondamentaux traditionnels. Dans les schémas apparaît le montage de l'étude précédente sous l'image symbolique suivante.



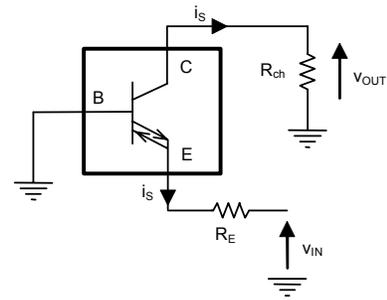
Application n°1



Application n°2



Application n°3



1. Déterminez le transfert en tension des montages suivants.
2. Comparez avec les caractéristiques des montages fondamentaux.

## Corrigé

### Application n°1

1. Transfert en tension

Régime pseudo-continu

$$V_E \cong \frac{1}{1 + \frac{U_T}{2I_{pol}R_E}} V_{IN} \cong V_{IN}, \quad I_S \cong \frac{1}{1 + \frac{U_T}{2I_{pol}R_E}} \frac{V_E}{R_E} \cong \frac{V_E}{R_E}, \quad V_{OUT} = R_{ch} I_S \Rightarrow \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} \cong \frac{R_{ch}}{R_E}$$

Régime continu

$$V_E \cong V_{IN} = 0 \text{ (base à la masse)}, \quad I_S \cong 0 \Rightarrow V_{OUT} \cong 0$$

Régime dynamique aux faibles signaux

$$v_e \cong v_{in}, \quad v_{out} \cong R_{ch} i_s \cong R_{ch} \frac{v_{in}}{R_E} \Rightarrow \frac{v_{out}}{v_{in}} \cong \frac{R_{ch}}{R_E}, \quad Z_s \cong \frac{r_{ce}}{2} \parallel R_{ch} \cong R_{ch}$$

2. Comparaison

Le montage est un amplificateur non inverseur, comparable à un montage pseudo-émetteur commun (inverseur) sans translation de l'ordre 0.6 V de la tension de sortie en régime continu. Sa résistance de sortie est de valeur importante (source de courant).

**Application n°2**

1. Transfert en tension

Régime pseudo-continu

$$V_{OUT} \cong \frac{1}{1 + \frac{U_T}{2I_{pol}R_{ch}}} V_{IN} \cong V_{IN}$$

Régime continu

$$V_{IN} = 0 \text{ (base à la masse)} \Rightarrow V_{OUT} \cong 0$$

Régime dynamique aux faibles signaux

$$v_{out} \cong v_{in}, Z_s \cong \frac{r_{be}}{2\beta}$$

2. Comparaison

Le montage est un amplificateur suiveur (buffer), comparable à un montage collecteur commun sans translation de 0.6 V de la tension de sortie en régime continu. Sa résistance d'entrée est de valeur importante et sa résistance de sortie de valeur faible.

**Application n°3**

1. Transfert en tension

Régime pseudo-continu

$$I_s \cong -\frac{V_{IN}}{R_E}, V_{OUT} = R_{ch} I_s \Rightarrow \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} \cong -\frac{R_{ch}}{R_E}$$

Régime continu

$$V_{IN} = 0, I_s \cong 0 \Rightarrow V_{OUT} \cong 0$$

Régime dynamique aux faibles signaux

$$i_s \cong -\frac{v_{in}}{R_E}, v_{out} \cong R_{ch} i_s \Rightarrow \frac{v_{out}}{v_{in}} \cong -\frac{R_{ch}}{R_E}, Z_s \cong R_{ch}$$

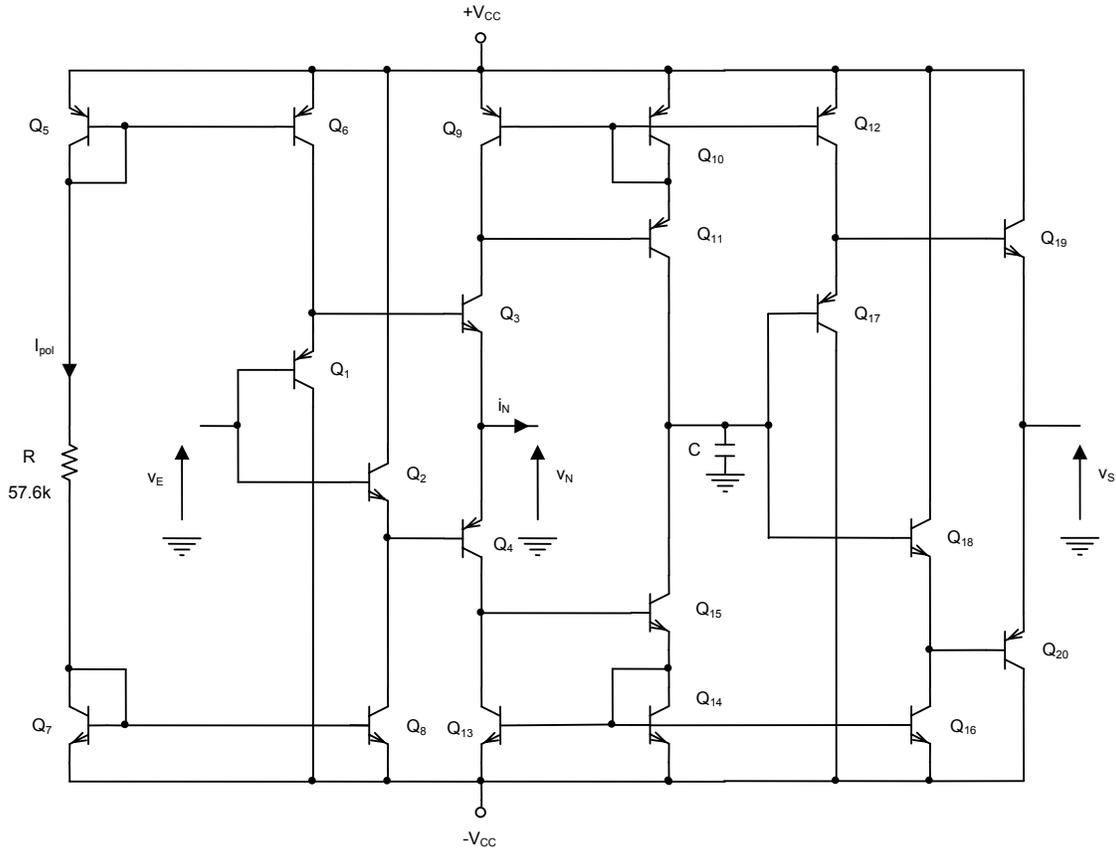
2. Comparaison

Le montage est un amplificateur inverseur, comparable à un montage base commun (non inverseur) sans translation de la tension de sortie en régime continu. De plus, l'amplificateur travaille en convoyeur de courant de gain unité. Sa résistance d'entrée est de valeur faible et sa résistance de sortie de valeur importante.

### Amplificateur à contre réaction de courant (LT1223 de Linear Technology)

Tous les transistors de ce circuit intégré sont supposés technologiquement identiques ou parfaitement complémentaires et de gain en courant  $\beta = 200$ , de tension d'Early  $V_A = 100V$ . La capacité  $C$  correspond à un effet parasite en H.F.. La résistance  $R$  est hors puce et la tension  $V_E$  est appliquée à l'entrée du circuit. L'alimentation symétrique du montage est telle que  $V_{CC} = \pm 15V$ .

Lors des calculs, les courants de base seront négligés ( $\beta$  grand) et  $V_A \gg |V_{CE_o}|$ .



#### Compréhension du schéma

1. Donnez une description précise du circuit.

#### Etude du régime continu

2. Evaluez les courants de collecteur des transistors.

#### Etude du régime dynamique faibles signaux aux fréquences moyennes

3. Evaluez les paramètres  $r_{be}$  et  $r_{ce}$  des modèles des transistors, ainsi que les éléments de la caractérisation des sources de courant.
4. Dessinez le schéma du circuit intégré en prenant en compte les éléments précédents.

5. En considérant uniquement la partie de circuit composée des transistors  $Q_1$ - $Q_2$ - $Q_3$ - $Q_4$  et leurs charges, écrivez les expressions des résistances d'entrée  $R_{e_1}$  et de sortie  $R_{s_1}$ , du gain de transfert en tension  $\alpha_1 = v_n/v_e$  dans des conditions idéales d'adaptation en tension à l'entrée et chargé par une résistante  $R_{ch_1}$  à la sortie. Évaluez ces paramètres.
6. En considérant uniquement la partie de circuit composée des transistors  $Q_{17}$ - $Q_{18}$ - $Q_{19}$ - $Q_{20}$  et le circuit d'attaque, écrivez les expressions de la résistance de transfert  $R_t = v_s/i_n$  à vide (charge infinie), et de sortie  $R_{s_2}$ . Évaluez ces paramètres.

#### Etude du régime dynamique faibles signaux aux fréquences hautes

7. En ne considérant que l'effet dû à la capacité parasite  $C$ , écrivez les expressions des impédances de transfert  $Z_t(p)$  et de sortie  $Z_{s_2}(p)$ .
8. Dessinez le schéma de l'ensemble du circuit en utilisant les paramètres de caractérisation obtenus.

## Corrigé

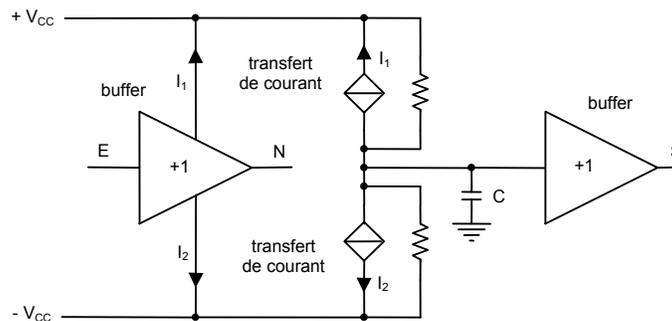
### Compréhension du schéma

#### 1. Description

Le schéma se compose d'un buffer en entrée (étage tampon de gain en tension unité) dont le courant de sortie, dépendant de sa charge, subit un transfert vers l'entrée d'un second buffer. Un étage de polarisation, présent en amont, conditionne les courants du circuit intégré. La symétrie par rapport à la masse de l'ensemble, due aux transistors complémentaires, fait apparaître une topologie parallèle.

- Le circuit de polarisation est composé de deux miroirs de courant élémentaire  $Q_5 - Q_6$  et  $Q_7 - Q_8$  imposant respectivement les courants de collecteur des transistors  $Q_1$  et  $Q_2$ . Les courants de ces sources sont fixés par le choix de la résistance  $R$ . L'association des transistors parfaitement complémentaires  $Q_1 - Q_3$  et  $Q_2 - Q_4$  reconduit ces courants de polarisation à l'entrée des deux répéteurs de courant à effet miroir (miroirs élémentaires et Wilson) pour polariser les transistors  $Q_{17}$  et  $Q_{18}$  en association avec  $Q_{19}$  et  $Q_{20}$ .
- Le buffer d'entrée est constitué de quatre transistors  $Q_1 - Q_2 - Q_3 - Q_4$  montés en collecteur commun.  $Q_1$  et  $Q_2$ , chargés en partie par une source de courant, présentent un niveau de résistance d'entrée relativement élevé, permettant une attaque en tension du montage.  $Q_3$  et  $Q_4$  assurent une faible résistance de sortie au niveau de leurs émetteurs, permettant une attaque en tension de la charge. L'association de ces émetteurs suiveurs conduit à un gain en tension unité. Ici, l'intérêt de cette topologie réside dans l'association en cascade de deux émetteurs suiveurs complémentaires ( $Q_1 - Q_3$  ou  $Q_2 - Q_4$ ) qui compensent leurs tensions base-émetteur en mode actif (ni saturés ou bloqués), donc pas de translation de tension continue entre entrée et sortie ( $V_S \cong V_E$ ) et amélioration de la stabilité thermique (structure Diamond).
- Le faible courant différentiel en sortie du buffer est reconduit par effet miroir (sources de Wilson  $Q_9 - Q_{10} - Q_{11}$  et  $Q_{13} - Q_{14} - Q_{15}$ ) de manière à ce qu'il traverse une charge dynamique complexe de valeur très importante (résistances de sortie des sources Wilson en parallèle avec la capacité parasite  $C$ ).
- Le buffer de sortie  $Q_{17} - Q_{18} - Q_{19} - Q_{20}$  possède une topologie à l'image du buffer d'entrée à l'apport d'un transfert en courant près (miroirs élémentaires  $Q_{10} - Q_{12}$  et  $Q_{14} - Q_{16}$ ). La tension développée aux bornes de la charge à l'entrée du buffer est recopiée à sa sortie. Les caractéristiques dynamiques des buffers sont fonctions des conditions d'attaque et de charge.

En résumé, si un signal est appliqué à l'entrée, il déséquilibre les entrées de  $Q_1$  et  $Q_2$  en générant un courant de décalage. Ce faible courant est transmis à une forte impédance dynamique dont la tension résultante est recopiée en sortie (à l'adaptation près).



Etude du régime continu

2. Courants de polarisation

Aucune tension n'étant appliquée à l'entrée du circuit, les bases des transistors  $Q_1$  et  $Q_2$  sont à la masse. Il s'en suit que tous les courants de collecteurs sont égaux à  $I_{pol}$  et les tensions de sortie  $V_N \cong 0$  et  $V_S \cong 0$  (symétrie complémentaire).

Les transistors étant technologiquement identiques,  $I_{C_i} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{|V_{BE_i}|}{U_T}}$ .

Pour le buffer d'entrée,

$$V_E = -V_{EB_1} + V_{BE_3} + V_N \Rightarrow V_{EB_1} = V_{BE_3} \Rightarrow I_{C_1} = I_{C_3} \cong I_{pol} \text{ et } V_{BE_2} = V_{EB_4} \Rightarrow I_{C_2} = I_{C_4} \cong I_{pol}.$$

Pour le buffer de sortie, les courants de polarisation sont reconduits par les miroirs  $Q_{10}-Q_{12}$  et  $Q_{14}-Q_{16}$ ,  $I_{C_{17}} = I_{C_{19}} \cong I_{pol}$  et  $I_{C_{18}} = I_{C_{20}} \cong I_{pol}$ .

Le courant de polarisation est calculé à partir de l'écriture de la maille  $2V_{CC} = V_{EB_5} + R I_{pol} + V_{BE_7}$  d'où  $I_{pol} \cong 500 \mu A$  avec  $|V_{BE_0}| \cong 0.6 V$ .

Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

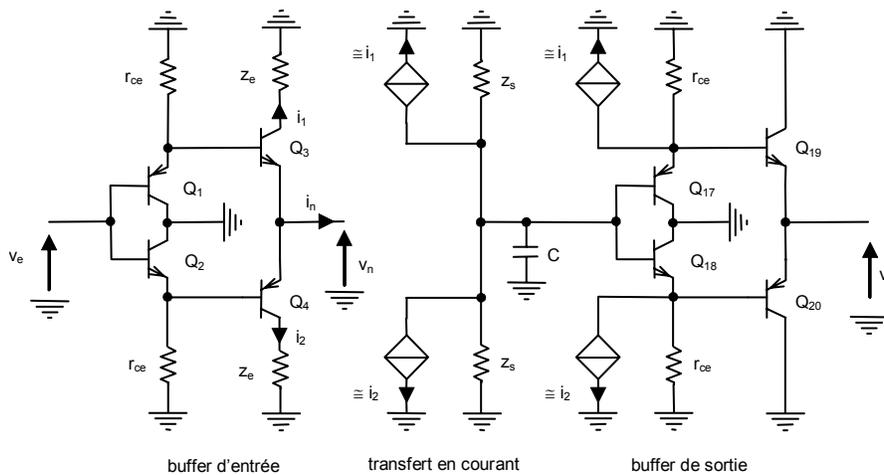
3. Evaluation des paramètres des modèles des transistors et des quadripôles de transfert de courant

$$r_{be} \cong \frac{U_T}{I_{pol}} \beta \text{ et } r_{ce} \cong \frac{V_A}{I_{pol}} \quad (|V_{CE_i}| \ll V_A), \text{ soit } r_{be} \cong 10 k\Omega \text{ et } r_{ce} \cong 200 k\Omega$$

$$z_e = \frac{2r_{be}}{\beta + 2} \cong 99 \Omega, \quad z_s \cong \frac{\beta}{2} r_{ce} \cong 20 M\Omega, \quad A_i \cong 1 \text{ (sources de Wilson)}$$

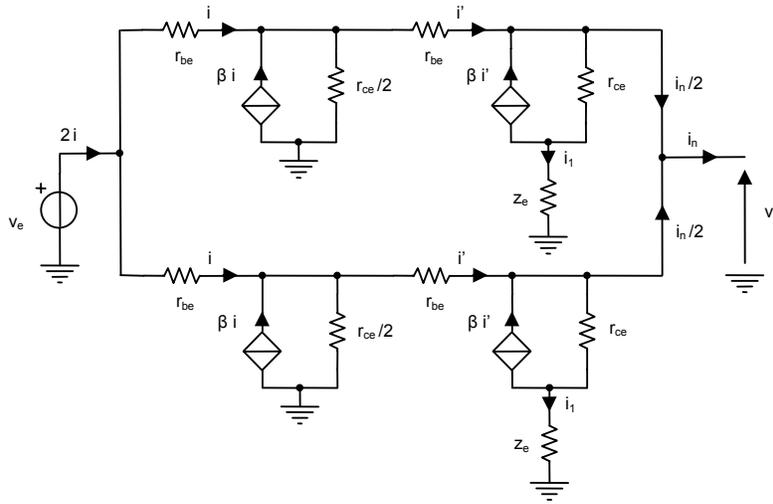
$$z'_s = r_{ce_{12,16}} = 200 k\Omega, \quad A'_i \cong 1 \text{ (miroirs élémentaires)}$$

4. Schéma



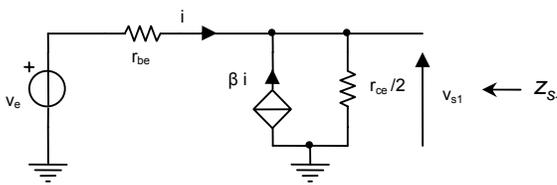
La symétrie du schéma conduit à  $i_1 = i_2$ .

5. Caractérisation du buffer d'entrée

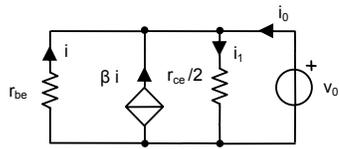


Evaluation du transfert en tension à vide

Etages collecteur commun Q<sub>1</sub> ou Q<sub>2</sub>

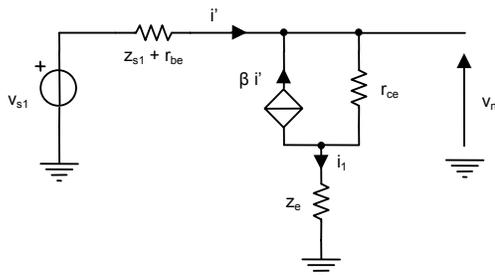


$$\begin{cases} v_e = r_{be} i + \frac{r_{ce}}{2} (\beta + 1) i \\ v_{s1} = \frac{r_{ce}}{2} (\beta + 1) i \end{cases} \Rightarrow \frac{v_{s1}}{v_e} = \frac{(\beta + 1) r_{ce}}{2 r_{be} + (\beta + 1) r_{ce}} \cong 1$$



$$\begin{cases} i_0 + (\beta + 1) i = i_1 \\ v_0 = \frac{r_{ce}}{2} i_1 \\ v_0 = -r_{be} i \end{cases} \Rightarrow z_{s1} = \frac{r_{ce}}{2} // \frac{r_{be}}{\beta + 1} \cong \frac{r_{be}}{\beta + 1}$$

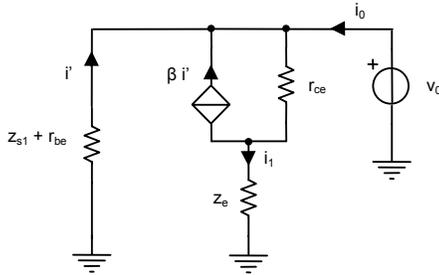
Etages collecteur commun Q<sub>3</sub> ou Q<sub>4</sub>



$$\begin{cases} v_{s1} = (z_{s1} + r_{be}) i' + r_{ce} (\beta + 1) i' + z_e i_1 \\ v_n = r_{ce} (\beta + 1) i' + z_e i_1 \\ i_1 = i' \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{v_n}{v_{s1}} = \frac{r_{ce} (\beta + 1) + z_e}{z_{s1} + r_{be} + r_{ce} (\beta + 1) + z_e} \cong 1 \quad \text{d'où} \quad \alpha_1 = \frac{v_n}{v_e} = \frac{v_n}{v_{s1}} \frac{v_{s1}}{v_e} \cong 1 \quad (\text{à vide})$$

Evaluation de la résistance de sortie



$$\begin{cases} i_0 + (\beta + 1)i' = \beta i' + i_1 \\ v_0 = -(r_{be} + Z_{s1})i' \\ r_{ce}(\beta i' + i_1) + Z_e i_1 + (r_{be} + Z_{s1})i' = 0 \end{cases}$$

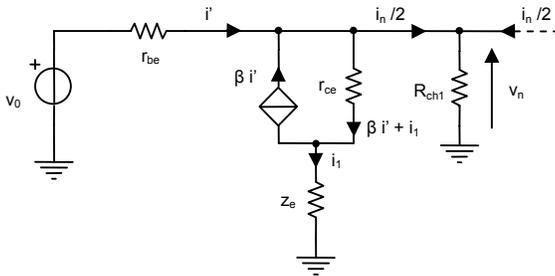
$$\Rightarrow \begin{cases} i_0 = i_1 - i' \\ v_0 = -(r_{be} + Z_{s1})i' \\ (Z_e + r_{ce})i_1 + (r_{be} + Z_{s1} + \beta r_{ce})i' = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_0 = i_1 + \frac{v_0}{r_{be} + Z_{s1}} \\ (Z_e + r_{ce})i_1 = (r_{be} + Z_{s1} + \beta r_{ce}) \frac{v_0}{r_{be} + Z_{s1}} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_0}{i_0} = \frac{r_{be} + Z_{s1}}{1 + \frac{r_{be} + Z_{s1} + \beta r_{ce}}{Z_e + r_{ce}}} \cong \frac{r_{be} + Z_{s1}}{\beta + 1}$$

d'où  $R_{s1} \cong \frac{r_{be} + Z_{s1}}{2(\beta + 1)} \cong 25 \Omega$ .

Evaluation de la résistance d'entrée

L'évaluation de la résistance d'entrée est fonction de la résistance de charge  $R_{ch1}$  du buffer.



$$\begin{cases} v_0 = r_{be} i' + r_{ce}(\beta i' + i_1) + Z_e i_1 \\ R_{ch1} i_n = r_{ce}(\beta i' + i_1) + Z_e i_1 \\ i_n = 2(i' - i_1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_0 = (r_{be} + \beta r_{ce})i' + (r_{ce} + Z_e)i_1 \\ (r_{ce} + Z_e + 2R_{ch1})i_1 = (2R_{ch1} - \beta r_{ce})i' \end{cases}$$

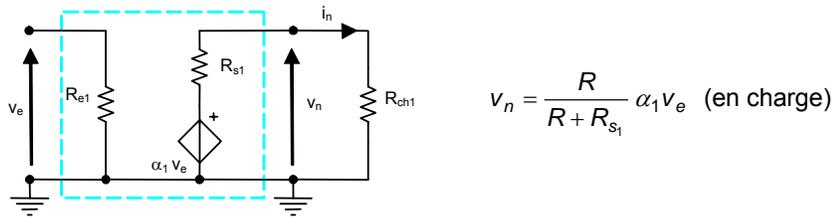
$$\Rightarrow Z_{e2} = r_{be} + \beta r_{ce} + (r_{ce} + Z_e) \frac{2R_{ch1} - \beta r_{ce}}{r_{ce} + Z_e + 2R_{ch1}} \cong r_{be} + 2(\beta + 1) \left( \frac{r_{ce}}{2} \parallel R_{ch1} \right)$$

La résistance d'entrée du montage est donc celles des étages collecteur commun  $Q_5$  ou  $Q_6$  mis en parallèle, chargés chacun par  $Z_{e2}$ , soit

$$R_{e1} = \frac{1}{2} \left[ r_{be} + (\beta + 1) \left( \frac{r_{ce}}{2} \parallel Z_{e2} \right) \right]$$

Les valeurs limites de cette résistance sont  $0.92 M\Omega \leq R_{e1} \leq 10 M\Omega$  pour  $0 \leq R_{ch1} \leq \infty$ .

Le buffer peut être représenté sous la forme du quadripôle suivant :



Les conditions d'adaptation à respecter pour ce type d'amplificateur en tension sont une attaque en tension en entrée ( $R_{e1} \gg R_G$ ) et en sortie ( $R_{s1} \ll R$ ).

Expressions des courants  $i_1, i_2, i_n$

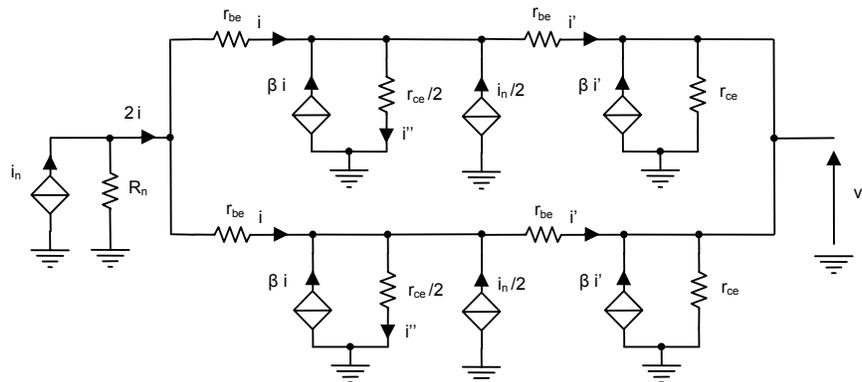
Le schéma du buffer étant symétrique, les étages suiveurs  $Q_1-Q_3$  et  $Q_2-Q_4$  débitent un même courant ( $i_1 = i_2$ ) constituant le courant  $i_n$  traversant la résistance de charge  $R_{ch1}$ .

$$\begin{cases} R_{ch1} i_n = r_{ce}(\beta i' + i_1) + z_e i_1 \\ i_n = 2(i' - i_1) \end{cases} \Rightarrow 2i_1 = \frac{2R_{ch1} - \beta r_{ce}}{(\beta + 1)r_{ce} + z_e} i_n \cong -\frac{\beta}{\beta + 1} i_n \cong -i_n$$

avec  $(\beta + 1)r_{ce} \gg z_e$  et  $\beta r_{ce} \gg 2R_{ch1}$

$$R_{ch1} i_n = \frac{R_{ch1}}{R_{ch1} + R_{s1}} \alpha_1 V_e \text{ d'où } i_1 = i_2 \cong -\frac{i_n}{2} \text{ et } i_n \cong \frac{V_e}{R_{ch1} + R_{s1}}.$$

6. Caractérisation de l'étage amplificateur à résistance de transfert



Evaluation de la résistance de transfert à vide

La sortie des sources de Wilson (étages de transfert en courant) fait apparaître un circuit sous forme de Norton, attaquant le second buffer, tel que

$$i_n \cong -(i_1 + i_2) = -2i_1 \text{ et } R_n = \frac{Z_s}{2} = 10 \text{ M}\Omega.$$

$$\begin{cases}
 (\beta + 1)i + \frac{i_n}{2} = i'' + i' \\
 [r_{be} + r_{ce}(\beta + 1)]i' = \frac{r_{ce}}{2} i'' \\
 R_n(i_n - 2i) = r_{be}i + \frac{r_{ce}}{2} i'' \\
 v_s = r_{ce}(\beta + 1)i'
 \end{cases}
 \Rightarrow
 \begin{cases}
 \left[ r_{be} + r_{ce}(\beta + 1) + \frac{r_{ce}}{2} \right] i' = \frac{r_{ce}}{2} (\beta + 1)i + \frac{r_{ce}}{4} i_n \\
 R_n i_n = (2R_n + r_{be})i + [r_{be} + r_{ce}(\beta + 1)]i' \\
 v_s = r_{ce}(\beta + 1)i'
 \end{cases}$$

$$\Rightarrow
 \left\{ r_{be} + r_{ce}(\beta + 1) + \frac{r_{ce}}{2} + [r_{be} + r_{ce}(\beta + 1)] \frac{\frac{r_{ce}}{2} (\beta + 1)}{2R_n + r_{be}} \right\} \frac{v_s}{r_{ce}(\beta + 1)} = \left[ \frac{\frac{r_{ce}}{2} (\beta + 1)R_n}{2R_n + r_{be}} + \frac{r_{ce}}{4} \right] i_n$$

$$\text{d'où } R_t = \frac{v_s}{i_n} = \frac{r_{ce}(\beta + 1)}{[r_{be} + r_{ce}(\beta + 1)] \left[ 1 + \frac{\frac{r_{ce}}{2} (\beta + 1)}{2R_n + r_{be}} \right] + \frac{r_{ce}}{2}} \left[ \frac{\frac{r_{ce}}{2} (\beta + 1)R_n}{2R_n + r_{be}} + \frac{r_{ce}}{4} \right]$$

$$R_t \cong \frac{\frac{r_{ce}}{2} (\beta + 1)(\beta + 2)}{2(\beta + 1) \left[ 1 + \frac{\frac{r_{ce}}{2} (\beta + 1)}{2R_n} \right] + 1} \cong \frac{\frac{r_{ce}}{2} (\beta + 2)R_n}{2R_n + \frac{r_{ce}}{2} (\beta + 1)} \cong 5.03 \text{ M}\Omega \text{ avec } r_{be} \ll 2R_n \text{ et } r_{ce}(\beta + 1).$$

Evaluation de la résistance de sortie ( $v_e = 0 \Rightarrow i_n = 0$ )

$$R_{s_2} = \frac{1}{2} \left( \frac{z_{s_1} + r_{be}}{\beta + 1} \parallel r_{ce} \right) \cong \frac{z_{s_1} + r_{be}}{2(\beta + 1)} \cong 149 \Omega \text{ avec } z_{s_1} = \frac{r_{ce}}{2} \parallel \frac{2R_n + r_{be}}{\beta + 1} \cong 50 \text{ k}\Omega$$

## 7. Etude aux fréquences hautes

L'introduction de la capacité parasite en parallèle sur  $R_n$  conduit à une charge complexe

$$Z_n(p) = \frac{R_n}{1 + R_n C p}, \text{ d'où l'impédance de transfert à vide et l'impédance de sortie}$$

$$Z_t(p) \cong \frac{\frac{r_{ce}}{2} (\beta + 2)R_n}{2R_n + \frac{r_{ce}}{2} (\beta + 1)(1 + R_n C p)} = \frac{\frac{r_{ce}}{2} (\beta + 2)R_n}{2R_n + \frac{r_{ce}}{2} (\beta + 1)} \frac{1}{1 + \frac{\frac{r_{ce}}{2} (\beta + 1)R_n C}{2R_n + \frac{r_{ce}}{2} (\beta + 1)} p} \cong \frac{R_t}{1 + R_t C p}$$

$$Z_{s_2}(p) \cong \frac{z_{s_1}(p) + r_{be}}{2(\beta + 1)} = R_{s_2} \frac{1 + \frac{p}{\omega_1}}{1 + \frac{p}{\omega_2}} \text{ avec } \omega_1 = \frac{z_{s_1} + r_{be}}{(\beta + 2) \frac{z_{s_1}}{2} r_{be} C} \text{ et } \omega_2 = \frac{1}{(\beta + 1) \frac{z_{s_1}}{2} C} \cong \frac{r_{be}}{r_{be} + z_{s_1}} \omega_1$$

( $f_1 \cong 37.8 \text{ kHz}$  et  $f_2 \cong 6.3 \text{ kHz}$ )

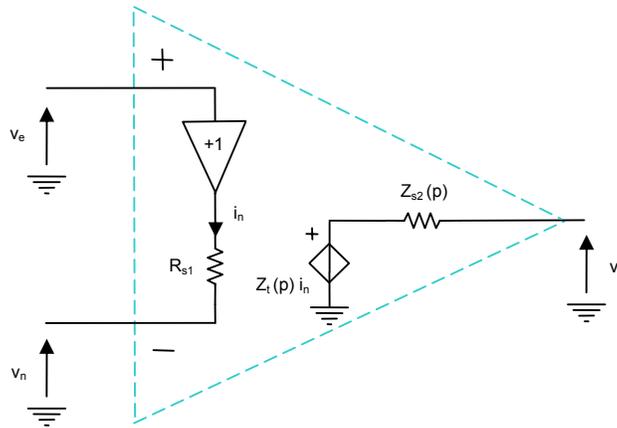
$$\text{avec } z_{s_1}(p) = \frac{r_{ce}}{2} \parallel \frac{2Z_n(p) + r_{be}}{\beta + 1} \cong \frac{r_{ce}}{2} \parallel \left( \frac{2R_n}{\beta + 1} \frac{1 + \frac{r_{be}}{2} C p}{1 + R_n C p} \right) \cong z_{s_1} \frac{1 + \frac{r_{be}}{2} C p}{1 + (\beta + 1) \frac{z_{s_1}}{2} C p}$$

L'impédance de sortie demeure constante au-delà de la fréquence du zéro ( $f \gg f_1$ ) à la valeur

$$R'_{s_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} R_{s_2} \cong \frac{r_{be}}{r_{be} + Z_{s_1}} R_{s_2} \cong 25 \Omega .$$

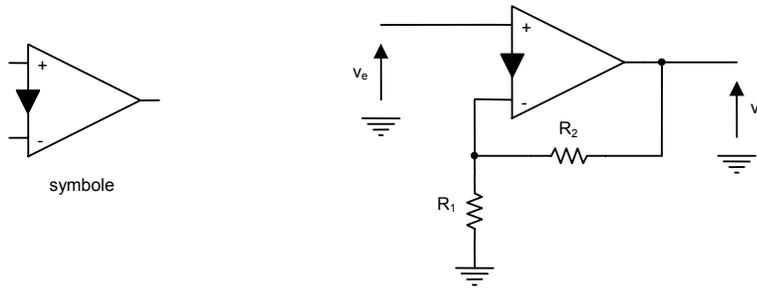
Notons que l'influence des buffers en fonction de la fréquence est négligée, les montages collecteur commun présentant une large bande importante. La stabilité ne peut être étudiée ici.

8. Caractérisation de l'amplificateur à contre-réaction de courant



### Application de l'amplificateur à contre réaction de courant

Le circuit intégré de l'amplificateur à contre réaction de courant figure sous l'image symbolique suivante au sein des datasheets.



1. Déterminez le transfert en tension du montage aux fréquences moyennes.
2. En ne considérant que l'effet de la capacité parasite, déterminez la fréquence de coupure haute.
3. Concluez sur l'originalité de ce type de circuit.

### Corrigé

1. Gain en tension aux fréquences moyennes

$$\begin{cases} i_n = i_1 - i_2 \\ v_e \cong R_{s_1} i_n + R_1 i_1 \\ v_s = R_t i_n - R_{s_2} i_2 \\ v_s = R_1 i_1 + R_2 i_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_n = \frac{v_e - R_{s_1} i_n - R_t i_n - v_s}{R_1} - \frac{R_t i_n - v_s}{R_{s_2}} \\ v_s = v_e - R_{s_1} i_n + \frac{R_t i_n - v_s}{R_{s_2}} R_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_s = v_e + \left( \frac{R_t R_2}{R_{s_2}} - R_{s_1} \right) \frac{\frac{v_e + v_s}{R_1} + \frac{v_s}{R_{s_2}}}{1 + \frac{R_{s_1}}{R_1} + \frac{R_t}{R_{s_2}}} - \frac{R_2}{R_{s_2}} v_s$$

$$\Rightarrow \left[ 1 + \frac{R_{s_1}}{R_1} + \frac{R_t}{R_{s_2}} + \frac{R_2}{R_{s_2}} + \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{R_{s_1}}{R_{s_2}} \right] v_s = \left[ 1 + \frac{R_t}{R_{s_2}} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \right] v_e$$

$$\Rightarrow \frac{v_s}{v_e} = \frac{K \left( 1 + \frac{R_{s_2}}{K R_t} \right)}{1 + \frac{R_x}{R_t}} \text{ en posant } K = 1 + \frac{R_2}{R_1} \text{ et } R_x = \left( 1 + \frac{R_{s_1}}{R_1} \right) R_{s_2} + R_2 + K R_{s_1}.$$

2. Réponse aux fréquences hautes

$$Z_t(p) \cong \frac{R_t}{1 + R_t C p} \text{ et } Z_{s_2}(p) \cong R_{s_2} \frac{1 + \frac{p}{\omega_1}}{1 + \frac{p}{\omega_2}} \quad (f_1 \cong 37.8 \text{ kHz et } f_2 \cong 6.3 \text{ kHz})$$

Une approche directe de la fréquence de coupure peut être effectuée en prenant  $Z_{s_2}(p) \cong R'_{s_2}$  pour des fréquences très élevées ( $\gg 1$  MHz).

$$\text{d'où } \frac{V_s(p)}{V_e(p)} \cong \frac{K \left( 1 + \frac{R_{s_2}'}{K Z_t(p)} \right)}{1 + \frac{R_x}{Z_t(p)}} = \frac{K \left( 1 + \frac{R_{s_2}'}{K R_t} \right)}{1 + \frac{R_x}{R_t}} \frac{1 + \frac{\frac{R_{s_2}'}{K} p}{R_{s_2}'}}{1 + \frac{R_{s_2}'}{K R_t}}}{1 + (R_x // R_t) C p} \cong K \frac{1 + \frac{R_{s_2}'}{K} p}{1 + R_x C p}$$

car  $R_{s_2}' \ll K R_t$  et  $R_x \ll R_t$  avec  $R_x = \left( 1 + \frac{R_{s_1}'}{R_1} \right) R_{s_2}' + R_2 + K R_{s_1}'$ .

Les coupures dues aux pôle et zéro sont respectivement  $f_c \cong \frac{1}{2\pi R_x C}$  et  $f_z \cong \frac{K}{2\pi R_{s_2}' C}$ .

Ce pôle est évidemment un pôle dominant vis-à-vis des effets capacitifs des transistors en montage collecteur commun et sa valeur fluctue légèrement en fonction des résistances de contre réaction (voir tableau plus loin). Il y a intérêt à prendre des valeurs faibles pour ces dernières afin d'obtenir une large bande passante.

3. Originalité du circuit intégré

Aux fréquences moyennes, le gain en tension en boucle fermée s'écrit donc  $\frac{V_s}{V_e} \cong 1 + \frac{R_2}{R_1} = K$ .

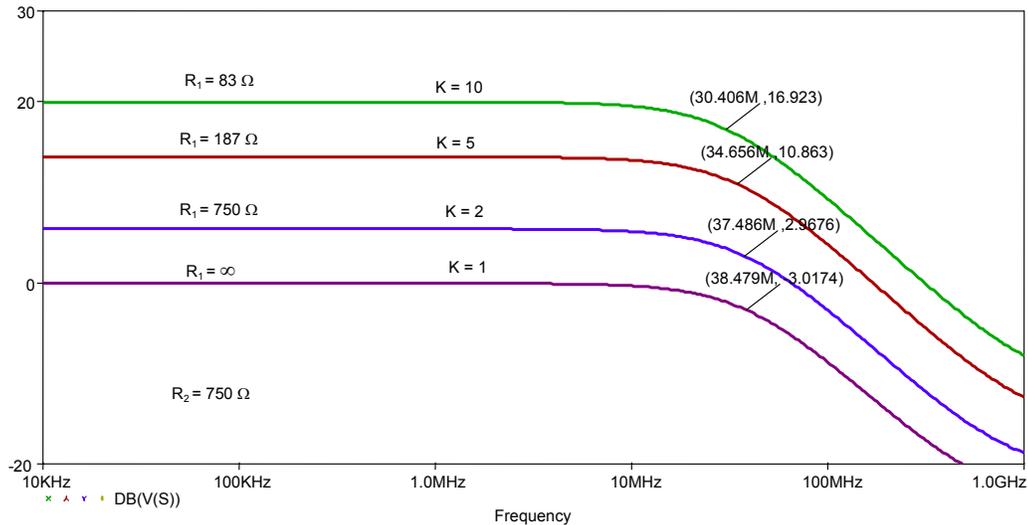
Cette expression est identique à celle obtenue avec un amplificateur de tension à contre réaction tension-tension.

Aux hautes fréquences, ce rapprochement n'est plus à faire puisque la fréquence de coupure en boucle fermée est uniquement fonction du paramètre  $R_x$ . La notion de produit gain bande passante n'a plus lieu. C'est l'originalité de ce type d'amplificateur de tension.

Application numérique :  $R_{s_1}' \cong 25 \Omega$ ,  $R_{s_2}' \cong 25 \Omega$

$R_1 (\Omega)$	$R_2 (\Omega)$	$K$	$R_x (\Omega)$	$f_c (MHz)$	$f_z (GHz)$
$\infty$	750	1	800	39.8	1.27
750	750	2	826	38.5	2.55
187	750	5	904	35.2	6.37
83	750	10	1033	30.8	12.7

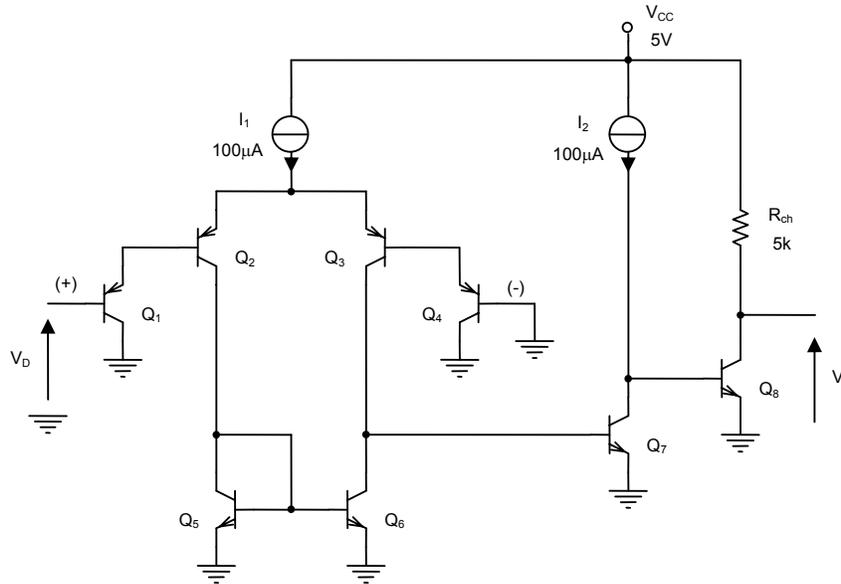
Simulation :



### Comparteur (LM139 de Texas Instruments)

Considérons le circuit intégré de la figure ci-dessous où la résistance  $R_{ch}$  est un élément hors puce. Le but est de décrire le transfert en tension provoqué par un signal carré à l'entrée du montage au sein d'une étude à forts signaux.

Tous les transistors sont supposés identiques ou parfaitement complémentaires ( $\beta \gg 1$ ) et la tension d'Early est négligée ( $V_A = \infty$ ). Le modèle mathématique d'Ebers-Moll sera utilisé à cause du comportement non linéaire des transistors, avec les paramètres  $\alpha_F \cong 1$ ,  $\alpha_R \cong 0.5$  et  $I_{ES} = 1 \text{ fA}$ .



#### Compréhension du schéma

1. Donnez une description précise du circuit.

#### Etude du régime pseudo-continu

2. Ecrivez l'expression des courants  $I_{C_2}$  et  $I_{C_3}$  en fonction de la tension différentielle d'entrée  $V_D$  et de la source de courant  $I_1$ . Tracez ce transfert.
3. Pour une valeur de  $V_D \gg 2U_T$ , expliquez les modes de fonctionnement des transistors  $Q_5$ ,  $Q_6$ ,  $Q_7$  et  $Q_8$ . Commentez ce résultat.
4. Même question pour une valeur de  $V_D \ll 2U_T$ .
5. Tracez la réponse temporelle de  $V_S$  et concluez.

#### Conception du circuit de polarisation

6. Dessinez le circuit représentatif des sources de courant  $I_1$  et  $I_2$  en employant des résistances dont les valeurs n'excèdent pas  $20 \text{ k}\Omega$ .

## Corrigé

### Compréhension du schéma

#### 1. Description

Le circuit intégré se compose d'un étage de polarisation, d'un étage différentiel associé à un transfert dynamique de courant et d'un étage de sortie.

- Le circuit de polarisation est symbolisé, dans son régime continu, par deux sources de courant  $I_1$  et  $I_2$  qui alimentent respectivement l'étage différentiel et l'étage de sortie. La véritable structure de ce circuit peut être un répéteur de courant (source de Widlar par exemple) dont les valeurs de résistances demeurent raisonnables afin d'occuper un minimum de place sur la puce.
- L'étage différentiel est à comportement émetteur commun. Les transistors  $Q_1$  et  $Q_4$  montés en collecteur commun, qui précèdent les transistors  $Q_2$  et  $Q_3$  respectivement, proposent un faible courant de polarisation en entrée (quelques nA). Le circuit de charge est un miroir élémentaire  $Q_5 - Q_6$  qui commande en courant l'étage terminal.
- L'étage de sortie utilise deux montages émetteur commun. Le transistor  $Q_8$  est à collecteur ouvert, permettant à l'utilisateur de choisir la valeur de la charge. Si la charge n'est pas alimentée en courant, le circuit est à faible consommation (1 mW). L'intérêt de cette structure apparaîtra lors de l'étude en commutation de ces transistors.

#### Etude du régime pseudo-continu

Rappelons la modélisation du JBT en régime continu (modèle mathématique d'Ebers-Moll)

$$\begin{cases} I_E = I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} - 1 \right) - \alpha_R I_{CS} \left( e^{-\frac{V_{CB}}{U_T}} - 1 \right) \\ I_B = I_E - I_C \\ I_C = -I_{CS} \left( e^{-\frac{V_{CB}}{U_T}} - 1 \right) + \alpha_F I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} - 1 \right) \end{cases} \quad \text{associées à la condition de réciprocité } \alpha_F I_{ES} = \alpha_R I_{CS}.$$

Par exemple, en mode actif direct ( $V_{BE} > 0$ ,  $V_{CB} \geq 0$ ), les équations s'écrivent :

$$\begin{cases} I_E \cong I_{ES} e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} \\ I_C \cong \alpha_F I_{ES} e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} \\ I_B \cong (1 - \alpha_F) I_{ES} e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} \end{cases} \Rightarrow \frac{I_C}{I_B} \cong \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F} = \beta_F \cong \beta$$

si le courant de fuite de la jonction en inverse est négligeable devant le courant direct de la jonction base-émetteur et  $V_{BE} \gg U_T$ .

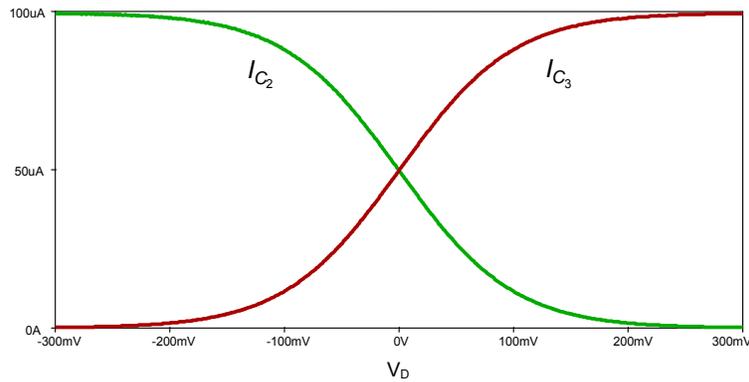
#### 2. Expression du courant de sortie

Les transistors  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  et  $Q_4$  sont identiques et travaillent en mode actif direct ( $\beta \gg 1$  ou  $\alpha_F \cong 1$ ).

$$\text{équations du circuit} \rightarrow \begin{cases} V_D = -V_{EB_1} - V_{EB_2} + V_{EB_3} + V_{EB_4} \\ I_{B_2} = I_{E_1} \\ I_{B_3} = I_{E_4} \\ I_1 = I_{E_2} + I_{E_3} \end{cases}$$

$$\text{équations technologiques } Q_1 \equiv Q_2 \rightarrow \begin{cases} I_{E_1} \cong I_{ES} e^{\frac{V_{EB_1}}{U_T}} \\ I_{E_2} \cong I_{ES} e^{\frac{V_{EB_2}}{U_T}} \end{cases} \quad \text{et } Q_3 \equiv Q_4 \rightarrow \begin{cases} I_{E_3} \cong I_{ES} e^{\frac{V_{EB_3}}{U_T}} \\ I_{E_4} \cong I_{ES} e^{\frac{V_{EB_4}}{U_T}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_D = U_T \ln \left( \frac{I_{E_3} I_{E_4}}{I_{E_1} I_{E_2}} \right) \\ I_1 = I_{E_2} + I_{E_3} \\ \frac{I_{E_1}}{I_{E_4}} = \frac{I_{B_2}}{I_{B_3}} = \frac{I_{E_2}}{I_{E_3}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_D = 2U_T \ln \left( \frac{I_{E_3}}{I_{E_2}} \right) \\ I_1 = I_{E_2} + I_{E_3} \end{cases} \quad \text{d'où } I_{E_2} \cong \frac{I_1}{1 + e^{\frac{V_D}{2U_T}}} \cong I_{C_2}, \quad I_{E_3} \cong \frac{I_1}{1 + e^{-\frac{V_D}{2U_T}}} \cong I_{C_3}$$



3. Explication du fonctionnement des transistors pour  $V_D \gg 2U_T$

Si  $V_D \gg 2U_T \Rightarrow I_{C_2} \cong 0$  et  $I_{C_3} \cong I_1 = 100 \mu A$ . Le transistor  $Q_2$  fournit un courant de collecteur pratiquement nul et le transistor  $Q_3$  transfère la quasi intégralité du courant issu de la source  $I_1$ . Le miroir reconduisant le courant d'entrée  $I_{C_5} \cong I_{C_2}$ , amène à sa sortie  $I_{C_6} \cong 0$ . La loi de nœud s'écrit  $I_{C_3} = I_{C_6} + I_{B_7}$ , donc  $I_{B_7} \cong 100 \mu A$ . Si le courant collecteur de  $Q_7$  était supérieur à son courant de base, la loi du nœud serait telle que  $I_{B_8} = I_2 - I_{C_7} < 0$ , sens du courant de base de  $Q_8$  incompatible avec le type du transistor (NPN). Ainsi,  $I_{B_7} \cong I_{C_7} = 100 \mu A$  et le transistor  $Q_8$  est bloqué. Aucun courant ne circule dans la charge et le potentiel de sortie est au niveau de l'alimentation  $V_{CC}$ .

On peut vérifier que l'ensemble  $Q_5$ - $Q_6$  fonctionne bien en miroir de courant. En effet,  $V_{BE_5} = V_{BE_6}$  (tension faible),  $V_{CB_5} = 0 V$  (transistor  $Q_5$  monté en diode) et  $V_{CB_6} = V_{BE_7} - V_{BE_6} > 0$ , ce qui correspond à un mode actif direct à très faible courant.

$$I_{C_5} = \alpha_F I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE_5}}{U_T}} - 1 \right) \quad \text{et} \quad I_{C_6} \cong I_{CS} + \alpha_F I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE_6}}{U_T}} - 1 \right) \cong I_{C_5} \quad (\text{effet miroir})$$

Pour le transistor  $Q_7$ ,

$$I_{C_7} \cong I_{B_7} \Rightarrow -I_{CS} \left( e^{-\frac{V_{CB_7}}{U_T}} - 1 \right) + \alpha_F I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE_7}}{U_T}} - 1 \right) \cong (1 - \alpha_F) I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE_7}}{U_T}} - 1 \right) + (1 - \alpha_R) I_{CS} \left( e^{-\frac{V_{CB_7}}{U_T}} - 1 \right)$$

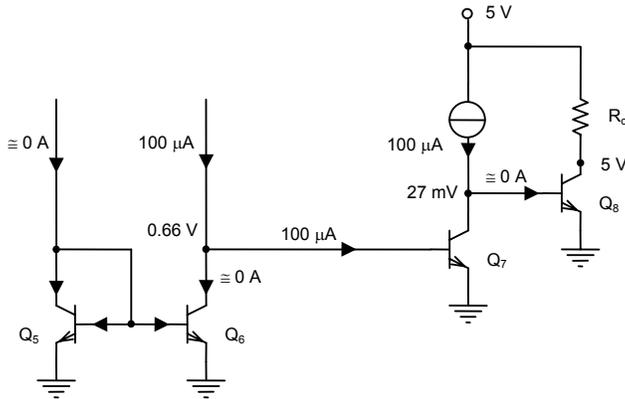
soit  $(2 - \alpha_R) I_{CS} e^{-\frac{V_{CB_7}}{U_T}} \cong (2\alpha_F - 1) I_{ES} e^{\frac{V_{BE_7}}{U_T}}$  car forts courants ( $-V_{CB_7}$  et  $V_{BE_7} \gg U_T$ ).

$$I_{C_7} \cong \frac{1 - \alpha_R \alpha_F}{2 - \alpha_R} I_{ES} e^{\frac{V_{BE_7}}{U_T}} \Rightarrow V_{BE_7} \cong U_T \ln \left( \frac{3 I_{C_7}}{I_{ES}} \right) \cong 0.66 \text{ V}$$

$$I_{C_7} \cong \frac{1 - \alpha_R \alpha_F}{2\alpha_F - 1} I_{CS} e^{-\frac{V_{CB_7}}{U_T}} \Rightarrow -V_{CB_7} \cong U_T \ln \left( \frac{2 I_{C_7}}{I_{CS}} \right) \cong 0.633 \text{ V}$$

et  $V_{CE_7} = V_{CB_7} - V_{BE_7} \cong 27 \text{ mV}$

Le transistor  $Q_7$  est évidemment saturé et comme  $V_{BE_8} = V_{CE_7}$ , le transistor  $Q_8$  est bien bloqué. La tension de sortie est  $V_S = 5 \text{ V}$ .



4. Explication du fonctionnement des transistors pour  $V_D \ll 2U_T$

Si  $V_D \ll -2U_T \Rightarrow I_{C_2} \cong I_1 = 100 \mu\text{A}$  et  $I_{C_3} \cong 0$ . Le transistor  $Q_2$  transfère la quasi intégralité du courant issu de la source  $I_1$  et le transistor  $Q_3$  amène un courant de collecteur pratiquement nul tel que  $I_{C_3} = I_{C_6} + I_{B_7} \cong 0$ , soit  $I_{B_7} \cong -I_{C_6}$ . Ainsi, l'ensemble  $Q_5 - Q_6$  renvoie un courant  $I_{C_6}$  dont le sens est incompatible avec le courant de base de  $Q_7$  (type NPN) et  $I_{B_7}$  s'identifie grossièrement au courant de fuite de la jonction collecteur-base du transistor  $Q_7$  (tension  $V_{BE_7} \cong 0$ ). La loi du nœud impose donc que  $I_{C_6} \cong 0$  et l'ensemble  $Q_5 - Q_6$  ne travaille plus en miroir de courant.

Les équations du transistor  $Q_6$  s'écrivent

$$\begin{cases} I_{C_6} = -I_{CS} \left( e^{-\frac{V_{CB_6}}{U_T}} - 1 \right) + \alpha_F I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE_6}}{U_T}} - 1 \right) \cong 0 \\ I_{E_6} = I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE_6}}{U_T}} - 1 \right) - \alpha_R I_{CS} \left( e^{-\frac{V_{CB_6}}{U_T}} - 1 \right) \cong I_{B_6} \end{cases} \Rightarrow I_{B_6} \cong (1 - \alpha_R \alpha_F) I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE_6}}{U_T}} - 1 \right)$$

et pour le transistor  $Q_5$  monté en diode  $I_{C_5} = \alpha_F I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE_5}}{U_T}} - 1 \right)$ .

De plus, la topologie impose  $\begin{cases} I_{C_2} = I_{E_5} + I_{B_6} \cong I_1 \\ V_{BE_5} = V_{BE_6} \end{cases} \Rightarrow I_1 \cong (\alpha_F + 1 - \alpha_R \alpha_F) I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE_6}}{U_T}} - 1 \right)$

d'où  $I_{E_5} \cong \frac{\alpha_F}{\alpha_F + 1 - \alpha_R \alpha_F} I_1 \cong 67 \mu A$ ,  $I_{B_6} \cong \frac{1 - \alpha_R \alpha_F}{\alpha_F + 1 - \alpha_R \alpha_F} I_1 \cong 33 \mu A$ ,

et  $V_{BE_5} = V_{BE_6} \cong U_T \ln \left[ \frac{I_1}{(\alpha_F + 1 - \alpha_R \alpha_F) I_{ES}} \right] \cong 0.623 V$

$I_{CS} \left( e^{-\frac{V_{CB_6}}{U_T}} - 1 \right) \cong \alpha_F I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE_6}}{U_T}} - 1 \right) \Rightarrow e^{-\frac{V_{CB_6}}{U_T}} - 1 \cong \alpha_R \left( e^{\frac{V_{BE_6}}{U_T}} - 1 \right)$

d'où  $-V_{CB_6} \cong V_{BE_6} + U_T \ln(\alpha_R) \cong 0.606 V$  et  $V_{BE_7} = V_{CE_6} = V_{BE_6} + V_{CB_6} \cong 17 mV$

Le transistor  $Q_7$  étant bloqué, le courant issu de la source  $I_2$  constitue le courant de base de  $Q_8$ , fort courant qui sature le transistor.

Ainsi,  $I_{B_8} \cong 100 \mu A$  et  $I_{C_8} \cong \frac{V_{CC}}{R_{ch}} \cong 1 mA$

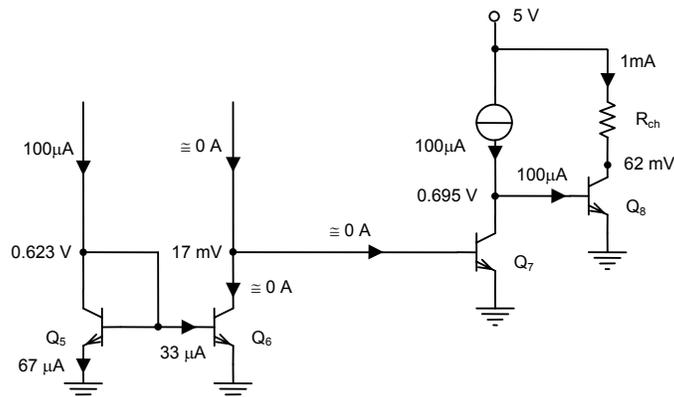
Les équations du transistor  $Q_8$  s'écrivent

$\begin{cases} I_{C_8} \cong -I_{CS} e^{-\frac{V_{CB_8}}{U_T}} + \alpha_F I_{ES} e^{\frac{V_{BE_8}}{U_T}} \\ I_{B_8} \cong (1 - \alpha_F) I_{ES} e^{\frac{V_{BE_8}}{U_T}} + (1 - \alpha_R) I_{CS} e^{-\frac{V_{CB_8}}{U_T}} \end{cases} \Rightarrow I_{B_8} \cong (1 - \alpha_R \alpha_F) I_{ES} e^{\frac{V_{BE_8}}{U_T}} - (1 - \alpha_R) I_{C_8}$

$V_{BE_8} \cong U_T \ln \left[ \frac{I_{B_8} + (1 - \alpha_R) I_{C_8}}{(1 - \alpha_R \alpha_F) I_{ES}} \right] \cong 0.695 V$ ,  $-V_{CB_8} \cong U_T \ln \left[ \frac{\alpha_F I_{B_8} + (\alpha_F - 1) I_{C_8}}{(1 - \alpha_R \alpha_F) I_{CS}} \right] \cong 0.633 V$

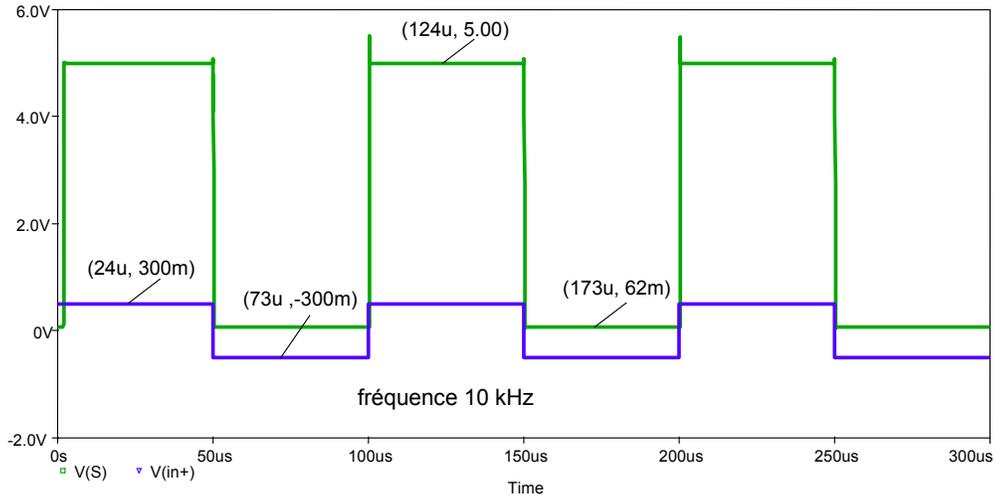
$V_{CE_8} = V_{BE_8} + V_{CB_8} \cong 62 mV$

La source de courant  $I_2$  permet une faible tension de saturation en sortie puisque  $V_S \cong 62 mV$ .



5. Tracé de  $V_S(t)$

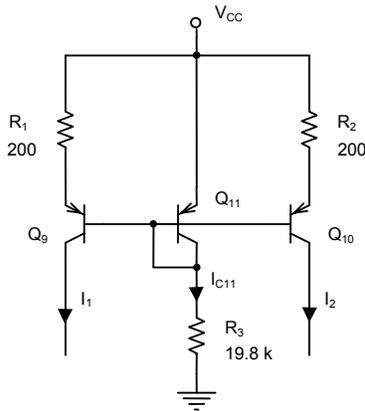
La simulation confirme les résultats obtenus.



Le niveau du signal  $V_S(t)$ , issu du comparateur alimenté sous 5 V, est directement compatible avec des technologies TTL et CMOS. Comme rien n'empêche de brancher le CI sous une tension d'alimentation symétrique ( $\pm V_{CC}$ ), la compatibilité demeure valable pour une technologie ECL.

Conception du circuit de polarisation

6. Schéma du circuit représentatif des sources de courant



Le choix se porte sur un répéteur à sources de Widlar symétriques ( $I_1 = I_2$ ) dont les équations de circuit sont :

$$\begin{cases} V_{EB_{11}} = V_{EB_9} + R_1 I_{E_9} \\ I_{E_{11}} \cong \alpha_F I_{ES} e^{\frac{V_{EB_{11}}}{U_T}} \end{cases} \Rightarrow I_{E_{11}} \cong \alpha_F I_{ES} e^{\frac{V_{EB_9}}{U_T}} e^{\frac{R_1 I_{E_9}}{U_T}} \text{ soit } I_{C_{11}} \cong I_1 e^{\frac{R_1 I_1}{U_T}} \cong I_2 e^{\frac{R_2 I_2}{U_T}} \quad (\alpha_F \cong 1)$$

En prenant  $R_1 = R_2 = 200 \Omega$ ,  $I_{C_{11}} \cong 222 \mu A$  et  $R_3 \cong \frac{V_{CC} - V_{EB_{11}}}{I_{C_{11}}} \cong 19.8 k\Omega (\leq 20 k\Omega)$ .

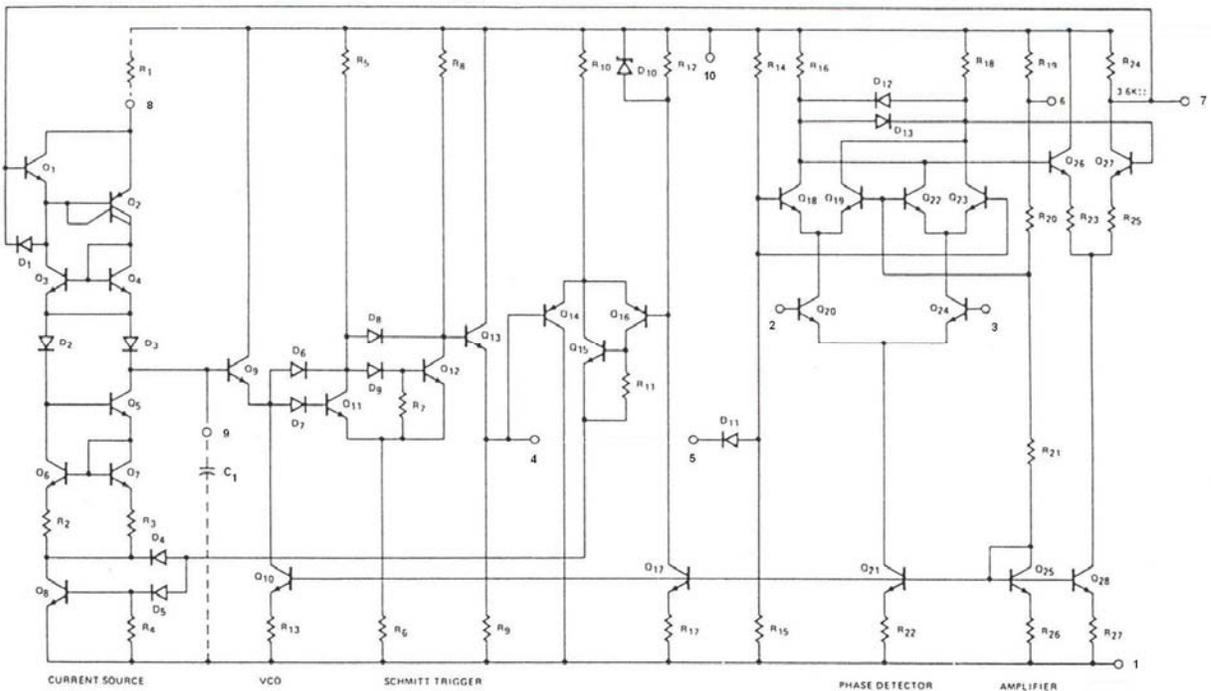
### Boucle à verrouillage de phase analogique (NE565 de Motorola)

L'étude porte sur le circuit intégré de la figure ci-dessous. Le but est de retrouver les performances du circuit fournies par le constructeur.

Tous les transistors sont supposés identiques ou parfaitement complémentaires, de gain en courant important ( $\beta \gg 1$ ) et dont l'effet Early est négligé ( $V_A = \infty$ ).

Un transistor présente  $V_{BE} \cong 0.6\text{ V}$  en mode actif direct,  $V_{BE_{sat}} \cong 0.8\text{ V}$  et  $V_{CE_{sat}} \cong 0.2\text{ V}$  en mode saturé. La diode zener  $D_{10}$  présente une tension inverse  $V_Z \cong 2.7\text{ V}$  et les autres diodes  $V_{D_i} \cong 0.6\text{ V}$  en direct.

Une alimentation symétrique par rapport à la masse ( $\pm V_{CC}$ ) est branchée entre les bornes 10 et 1.



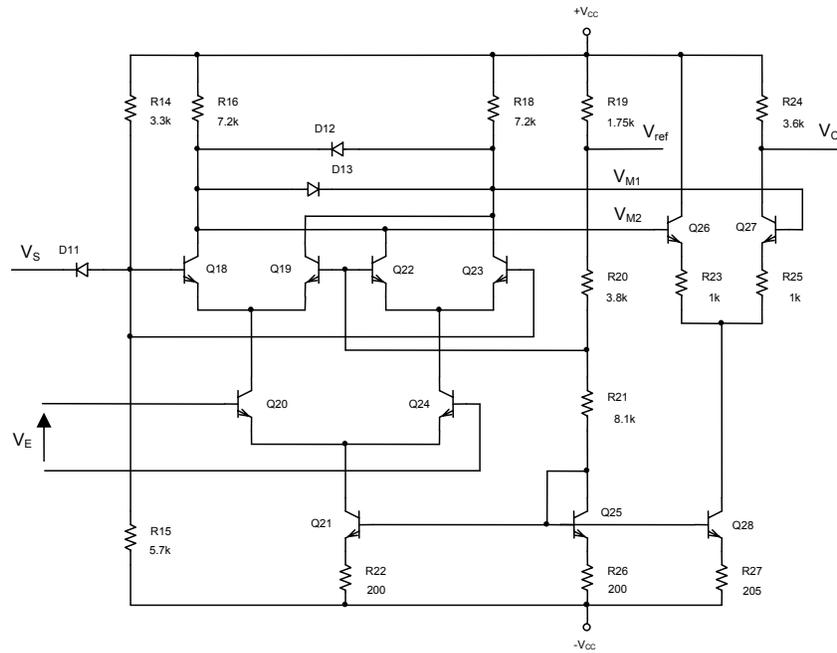
Ce circuit se compose de deux parties, d'une part la fonction oscillateur contrôlé en tension (VCO), comprise entre les bornes 7 (entrée) et 4 (sortie), dont la fréquence libre des oscillations est ajustée par deux composants passifs extérieurs que sont la résistance  $R_1$  branchée entre les bornes 8 et 10 et le condensateur  $C_1$  branché entre les bornes 9 et 1, d'autre part la fonction comparateur de phase (CDP), remarquable par ses deux entrées, borne 5 et bornes 2 et 3, avec la sortie sur la borne 7. La sortie du CDP est directement reliée à l'entrée du VCO.

L'étude à entreprendre est en régime pseudo-continu. Les caractéristiques statiques à évaluer seront

- le facteur de sensibilité  $K_D$  du CDP,
- la fréquence libre des oscillations  $f_o$  et le facteur de sensibilité  $K_0$  du VCO,
- la plage de maintien  $2\Delta f_M$ , centrée autour de  $f_o$ , de la PLL.
- la plage de capture  $2\Delta f_A$ , centrée autour de  $f_o$ , de la PLL associée à un filtre RC.

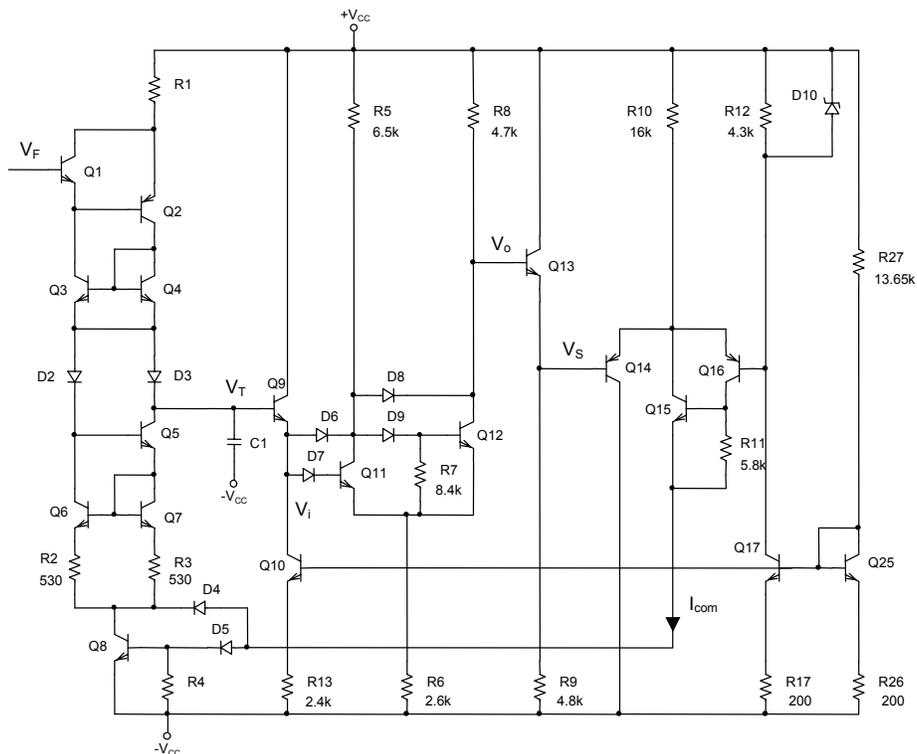
Fonction CDP

Le circuit du CDP est constitué d'un multiplicateur à quatre quadrants, suivi d'un amplificateur différentiel asymétrique fonctionnant en régime linéaire.



Fonction VCO

Le VCO du circuit NE 565 est un oscillateur à relaxation, constitué à partir d'une source de courant commandée et d'un trigger de Schmitt.



## Compréhension du schéma

1. Donnez une description précise du schéma du constructeur.

## Etude de la fonction CDP

2. Ecrivez l'expression de la tension différentielle de sortie  $V_M = V_{M_1} - V_{M_2}$  du multiplicateur en fonction des tensions  $V_E$  et  $V_S$  d'entrée.
3. Si les tensions d'entrée sont des signaux carrés de même fréquence et d'amplitude importante devant  $2U_T$ , décrivez le fonctionnement du multiplicateur.
4. En régime continu, évaluez les potentiels  $V_{ref}$  et  $V_{C_o}$ . Concluez sur les résultats obtenus.
5. En régime dynamique aux faibles signaux, évaluez le gain en tension  $A_d$  de l'amplificateur asymétrique ( $\beta = 200$ ). Précisez l'amplitude du signal  $v_C(t)$ .
6. Calculez le facteur de sensibilité  $K_D$  du CDP.

## Etude de la fonction VCO

7. Ecrivez l'expression du courant  $I_1$ , issu des émetteurs de  $Q_3$  et  $Q_4$ , en fonction du potentiel  $V_F$ .
8. Ecrivez l'expression de la période du signal  $V_T$  en fonction de ses variations  $\Delta V_T$  et du courant  $I_1$ .
9. En négligeant la présence des diodes  $D_6$  à  $D_9$  et de la résistance  $R_7$ , évaluez  $V_i$  et  $V_o$ , respectivement potentiels d'entrée et de sortie du trigger dans les cas  $Q_{11}$  bloqué et  $Q_{12}$  saturé et inversement. Déduisez les valeurs des potentiels  $V_T^+$ ,  $V_T^-$  et  $V_S$ .
10. Expliquez précisément la commande de  $Q_8$  par le courant  $I_{com}$  issu de l'étage différentiel.

## Etude de la fonction PLL

Le système est bouclé en connectant les bornes 4 et 5. Un condensateur  $C_2$  est connecté entre les bornes 7 et 10, introduisant ainsi un filtre passe-bas de constante de temps  $\tau = R_{24}C_2$ .

11. Pour toute valeur des composants extérieurs  $R_1$  et  $C_1$ , écrivez les relations donnant la fréquence libre  $f_o$  du VCO, les gains de conversion  $K_D$  et  $K_0$  et les plages de maintien  $2\Delta f_M$  et d'acquisition  $2\Delta f_A$ .

## Corrigé

### Compréhension du schéma

#### 1. Description

Le schéma se compose d'un étage de polarisation, d'un comparateur de phase et d'un oscillateur contrôlé en tension.

- Le circuit de polarisation, répéteur de courant, est l'association de sources de type Widlar dont le courant de référence est fourni par le transistor  $Q_{25}$  et les résistances  $R_{19}$ ,  $R_{20}$ ,  $R_{21}$  et  $R_{26}$ . Les sorties collecteurs  $Q_{10}$ ,  $Q_{17}$ ,  $Q_{21}$  et  $Q_{28}$ , associées à leur résistance d'émetteur, polarisent respectivement l'étage collecteur commun  $Q_9$ , la diode zener  $D_{10}$  qui fixe le potentiel de base de  $Q_{16}$ , l'étage différentiel  $Q_{20} - Q_{24}$ , l'étage différentiel  $Q_{26} - Q_{27}$ .

Le circuit VCO est un oscillateur à relaxation comportant d'une source de courant commandée chargeant et déchargeant un condensateur et d'un trigger de Schmitt basculant en fonction du niveau aux bornes du condensateur.

- Les transistors  $Q_1$  à  $Q_7$  et les diodes  $D_1$  à  $D_3$  forment la source de courant. Le signal de commande est appliqué sur la base de  $Q_1$ . Les transistors  $Q_1$  à  $Q_4$  constituent la source de courant commandée par  $v_F(t)$ ,  $Q_1$  et  $Q_2$  permettant d'appliquer indirectement  $v_F(t)$  aux bornes de la résistance  $R_1$  (composant extérieur) et  $Q_3$  et  $Q_4$  imposant des courants pratiquement égaux dans  $Q_1$  et  $Q_2$  pour que les jonctions base-émetteur de ces derniers soient polarisées de façon identiques. La tension  $v_F(t)$  est donc transférée à la borne 8 et le courant  $I_1$  constitue le courant de charge pour le VCO. Ce courant arrive sur les anodes des diodes  $D_2$  et  $D_3$ . Lorsque le transistor  $Q_8$ , contrôlé par le trigger, est saturé,  $D_3$  est polarisée en inverse. Tout le courant traverse  $D_2$  et commande le miroir de courant (type Wilson) constitué des transistors  $Q_5$  à  $Q_7$  et des résistances  $R_2$  et  $R_3$ . Il apparaît alors un courant de décharge du condensateur  $C_1$  (composant extérieur) sur le collecteur de  $Q_5$  égal à  $I_1$ . Lorsque  $Q_8$  est bloqué, la source de courant de type Wilson n'est plus alimentée et le condensateur  $C_1$  est chargé par l'intermédiaire de  $D_3$ . Le signal triangulaire est disponible sur la borne 9.
- Le trigger de Schmitt, formé par les transistors  $Q_{11}$  et  $Q_{12}$ , est piloté par le signal triangulaire issu de l'armature positive du condensateur  $C_1$  par le biais de l'émetteur suiveur  $Q_9$  chargé par une source de courant de type Widlar (étage buffer). Les diodes  $D_6$  à  $D_9$  évitent la saturation de  $Q_{11}$  et  $Q_{12}$ , ce qui permet d'améliorer la vitesse de commutation. La sortie du trigger est suivie d'un transistor  $Q_{13}$ , monté en émetteur suiveur, permettant une sortie sous faible impédance. Un signal carré est alors disponible sur la borne 4. Cette sortie est également connectée à un amplificateur différentiel  $Q_{14} - Q_{16}$  qui génère un courant de commande vers la base de  $Q_8$  par le biais de  $Q_{15} - R_{11}$ . Les diodes  $D_4$  et  $D_5$  évitent la saturation de  $Q_8$  pour améliorer la vitesse de commutation.

Le circuit CDP est composé d'un multiplicateur à quatre quadrants et d'un amplificateur différentiel de tension.

- Les transistors  $Q_{20}$  et  $Q_{24}$  forment un circuit différentiel à couplage par émetteurs, alimenté par le courant issu du collecteur de  $Q_{21}$  et attaqué par le signal  $v_E(t)$ . Chacun des transistors  $Q_{20}$  et  $Q_{24}$  constitue une source de courant pour les paires différentielles  $Q_{18} - Q_{19}$  et  $Q_{22} - Q_{23}$ . A ces paires est appliquée la tension différentielle  $v_S(t)$  issue du VCO. La tension différentielle de sortie du multiplicateur, issue des résistances de charges  $R_{16}$  et  $R_{18}$ , est limitée en amplitude par les diodes  $D_{12}$  et  $D_{13}$ .

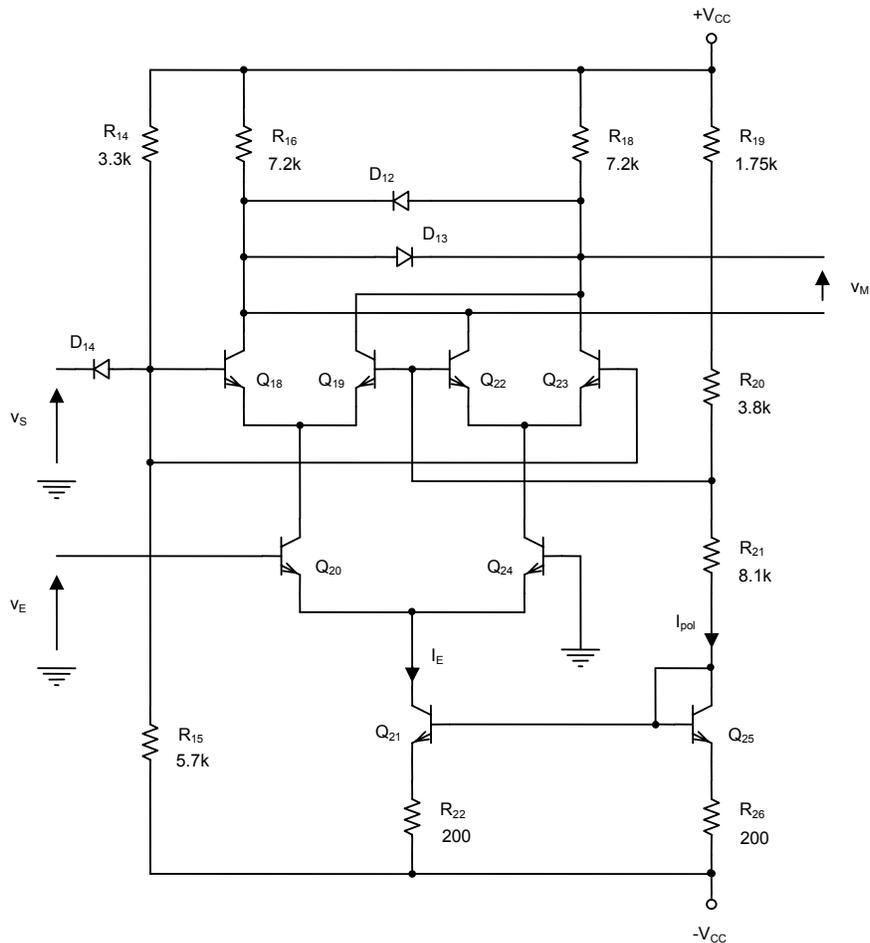
- La tension différentielle recueillie est appliquée à l'entrée d'un étage différentiel asymétrique  $Q_{26} - Q_{27}$  (absence de charge sur le collecteur de  $Q_{26}$ ), présentant une contre-réaction locale d'émetteurs due aux résistances  $R_{23}$  et  $R_{25}$ . Cette contre-réaction permet un fonctionnement linéaire de l'amplificateur de tension, relativement à l'amplitude de l'attaque. La tension de sortie du CDP est disponible sur la résistance  $R_{24}$  (borne 7).

Le CDP étant directement connectée à l'entrée du VCO, le potentiel continu du collecteur de  $Q_{27}$  fixe la fréquence libre du VCO réglé par le choix des composants extérieurs  $R_1$  et  $C_1$ . Seul, un filtre passe-bas passif est utilisable puisqu'un filtre actif ne peut être intercalé entre CDP et VCO. La boucle est refermée en reliant les bornes 4 et 5. Le signal à l'entrée de la PLL est appliqué entre les bornes 2 et 3 tel que sa valeur moyenne soit nulle (attaque centrée par rapport à la masse).

Etude de la fonction CDP

2. Expression de la tension différentielle de sortie  $V_M$  du multiplicateur à quatre quadrants

Ce multiplieur analogique intégré à découpage est basé sur le fonctionnement du montage différentiel travaillant en saturation.



Pour les transistors  $Q_{20}$  et  $Q_{24}$

$$\begin{cases} I_{C_{20}} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_{20}}}{U_T}} \\ I_{C_{24}} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_{24}}}{U_T}} \end{cases} \text{ (technologie) } V_E = V_{BE_{20}} - V_{BE_{24}} \text{ (circuit) } \Rightarrow \frac{I_{C_{20}}}{I_{C_{24}}} \cong e^{\frac{V_E}{U_T}}$$

Le générateur de courant  $I_E$  impose  $I_E = I_{E_{20}} + I_{E_{24}} \cong I_{C_{20}} + I_{C_{24}} \Rightarrow I_{C_{20}} \cong \frac{I_E}{1 + e^{-\frac{V_E}{U_T}}}$  et  $I_{C_{24}} \cong \frac{I_E}{1 + e^{\frac{V_E}{U_T}}}$

De la même façon, les expressions des courants collecteurs de  $Q_{18}$ ,  $Q_{19}$ ,  $Q_{22}$  et  $Q_{23}$  s'écrivent :

$$I_{C_{18}} \cong \frac{I_{C_{20}}}{1 + e^{-\frac{V_S}{U_T}}} \text{ et } I_{C_{19}} \cong \frac{I_{C_{20}}}{1 + e^{\frac{V_S}{U_T}}}, \quad I_{C_{22}} \cong \frac{I_{C_{24}}}{1 + e^{\frac{V_S}{U_T}}} \text{ et } I_{C_{23}} \cong \frac{I_{C_{24}}}{1 + e^{-\frac{V_S}{U_T}}}$$

d'où  $I_{C_{18}} \cong \frac{I_E}{\left(1 + e^{-\frac{V_E}{U_T}}\right)\left(1 + e^{-\frac{V_S}{U_T}}\right)}$ ,  $I_{C_{19}} \cong \frac{I_E}{\left(1 + e^{-\frac{V_E}{U_T}}\right)\left(1 + e^{\frac{V_S}{U_T}}\right)}$

et  $I_{C_{22}} \cong \frac{I_E}{\left(1 + e^{\frac{V_E}{U_T}}\right)\left(1 + e^{\frac{V_S}{U_T}}\right)}$ ,  $I_{C_{23}} \cong \frac{I_E}{\left(1 + e^{\frac{V_E}{U_T}}\right)\left(1 + e^{-\frac{V_S}{U_T}}\right)}$

La tension différentielle de sortie du multiplicateur  $V_M$  est telle que :

$$\begin{cases} V_{M_1} = V_{CC} - R_{16}(I_{C_{18}} + I_{C_{22}}) \\ V_{M_2} = V_{CC} - R_{18}(I_{C_{19}} + I_{C_{23}}) \end{cases} \Rightarrow V_M = V_{M_1} - V_{M_2} = -(I_{C_{18}} + I_{C_{22}})R_{16} + (I_{C_{19}} + I_{C_{23}})R_{18}$$

soit  $V_M = -RI_E \operatorname{th}\left(\frac{V_E}{2U_T}\right) \operatorname{th}\left(\frac{V_S}{2U_T}\right)$  avec  $R = R_{16} = R_{18}$  (car  $\operatorname{th}\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{e^x - e^{-x}}{(1 + e^x)(1 + e^{-x})}$ )

La tension de sortie  $V_M$  est donc égale au produit des tangentes hyperboliques des tensions différentielles d'entrée.

Dans un contexte général, selon les amplitudes des variations de  $v_e(t)$  et de  $v_s(t)$  devant  $2U_T$ , le comportement du circuit peut être classé en trois catégories :

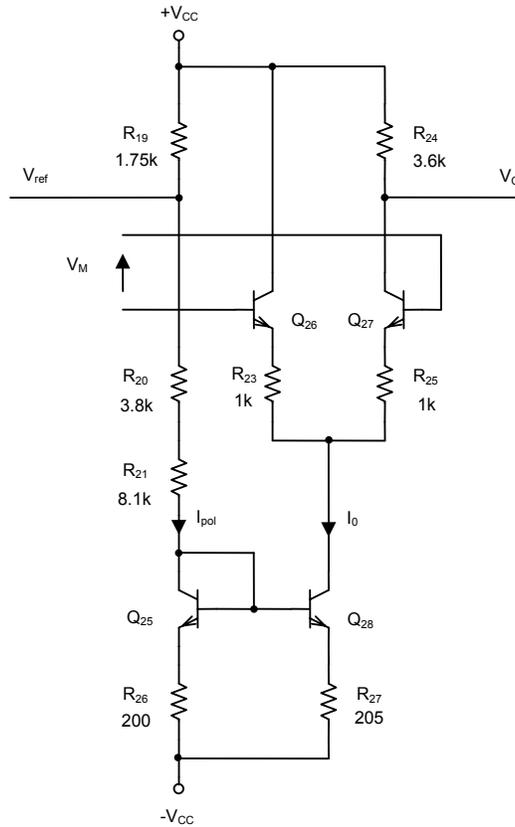
- Si  $v_e$  et  $v_s \ll 2U_T$ , le circuit se comporte comme un multiplicateur linéaire générant une tension de sortie  $v_m(t) = -\frac{RI_E}{4U_T^2} v_e(t)v_s(t)$ .
- Si  $v_e$  ou  $v_s \ll 2U_T$ , imposant un fonctionnement en commutation des transistors considérés, le circuit fonctionne en modulateur générant une tension de sortie  $v_m(t) = \pm \frac{RI_E}{2U_T} v_e(t)$  ou  $v_m(t) = \pm \frac{RI_E}{2U_T} v_s(t)$ . On multiplie donc un signal de faible amplitude par un signal carré.
- Si  $v_e$  et  $v_s \gg 2U_T$ , les six transistors fonctionnent comme un "ou exclusif". Le circuit n'est sensible qu'à la différence de phase entre  $v_e(t)$  et  $v_s(t)$ , signaux synchrones et de même fréquence. C'est le fonctionnement en modulateur équilibré qui génère une tension de sortie  $v_m(t) = \pm RI_E$ .

3. Description du fonctionnement du multiplicateur

Dans le cas présent, le circuit est sensé fonctionner en commutation,  $v_m(t) = \pm RI_E$  signal rectangulaire de forte amplitude et de valeur moyenne nulle. Cependant, cette tension de sortie est limitée par les tensions sur les diodes  $D_{12}$  et  $D_{13}$  et  $v_M(t) = V_{M_o} + v_m(t)$  avec  $v_m(t) \cong \pm 0.6 V$  et  $V_{M_o} = 0 V$ .

4. Evaluation des potentiels  $V_{cont}$  et  $V_{C_o}$

Amplificateur différentiel asymétrique



En régime continu, l'étage différentiel est polarisé par un quasi miroir de courant, car  $R_{26} \cong R_{27}$ .

$$\begin{cases} 2V_{CC} \cong V_{BE_{25}} + (R_{19} + R_{20} + R_{21} + R_{26})I_{pol} \\ V_{BE_{25}} + R_{26} I_{pol} \cong V_{BE_{26}} + R_{27} I_0 \end{cases} \Rightarrow I_{pol} = \frac{2V_{CC} - V_{BE_{25}}}{R_{19} + R_{20} + R_{21} + R_{26}} \text{ et } I_0 \cong \frac{R_{26}}{R_{27}} I_{pol}.$$

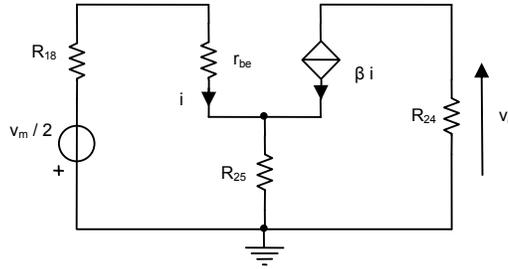
Les expressions des potentiels disponibles en sortie du CDP en régime continu s'écrivent :

$$V_{ref} = V_{CC} - R_{19} I_{pol} \text{ (borne 6) et } V_{C_o} \cong V_{CC} - R_{24} \frac{I_0}{2} \cong V_{CC} - \frac{R_{24} R_{26}}{2 R_{27}} I_{pol} \text{ (borne 7)}$$

Les coefficients de  $I_{pol}$  étant du même ordre ( $R_{19} \cong \frac{R_{24} R_{26}}{2 R_{27}}$ ), ces deux bornes sont équipotentielles et permettent une attaque différentielle issue de la sortie du filtre. La tension continue  $V_{C_o}$ , qui est appliquée à l'entrée du VCO, définit en partie sa fréquence libre d'oscillations (voir l'étude du VCO).

5. Evaluation du gain en tension  $A_d$

L'amplificateur différentiel fonctionne en amplification linéaire de tension à cause de forte contre-réaction locale d'émetteur  $R_{23}$  et  $R_{25}$ . Le calcul du gain de l'étage se fait en régime dynamique aux faibles signaux. La méthode du demi schéma est employée ici.

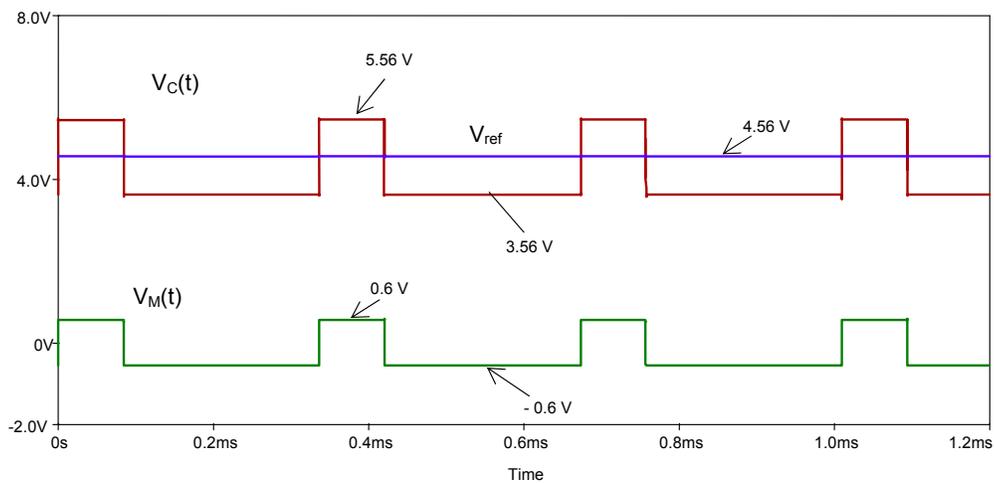


$$\begin{cases} -\frac{v_m}{2} = [R_{18} + r_{be} + (\beta + 1)R_{25}]i \\ v_c = -R_{24} \beta i \end{cases} \Rightarrow A_d = \frac{v_c}{v_m} = \frac{\beta R_{24}}{R_{18} + r_{be} + (\beta + 1)R_{25}}$$

$$\text{Or } r_{be} = \frac{U_T}{I_C} \beta \cong \frac{2U_T}{I_0} \beta \Rightarrow A_d = \frac{R_{24}}{2 \left( \frac{R_{18}}{\beta} + \frac{2U_T}{I_0} + R_{25} \right)} \cong 1.64 \quad (\beta = 200).$$

Le gain en tension  $A_d$  est fonction du courant  $I_0$ , donc de la tension d'alimentation du circuit. Cependant, le terme  $\frac{2U_T}{I_0}$  étant négligeable devant la valeur de  $R_{25}$ ,  $A_d$  est pratiquement constant.

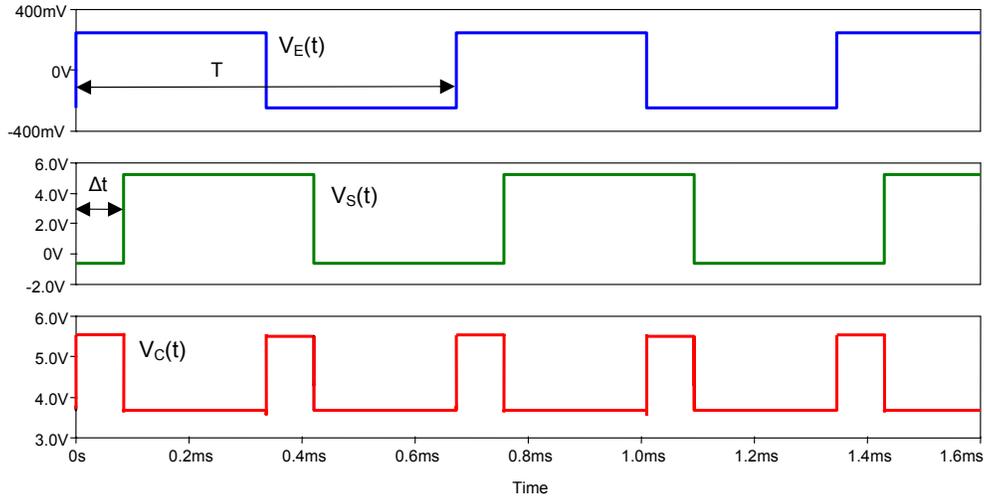
Le signal rectangulaire  $v_M(t)$ , de valeur moyenne nulle et d'amplitude crête  $\pm 0.6 \text{ V}$  est donc amplifié. Le signal de sortie, image de  $v_M(t)$  est  $v_C(t) = V_{C_0} + v_c(t) = V_{C_0} + A_d v_d(t)$ , soit  $v_C(t) = 4.56 \pm 1 \text{ V}$ .



Le comportement « ou exclusif » du multiplicateur produit un signal de sortie rectangulaire de fréquence double par rapport à la fréquence des signaux d'entrée et de rapport cyclique fonction du décalage temporel entre ces signaux.

6. Evaluation du facteur de sensibilité  $K_D$

Calcul de la valeur moyenne de  $v_C(t) \Rightarrow \overline{v_C(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T v_C(t) dt = V_{C_0} + \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} v_C(t) dt$



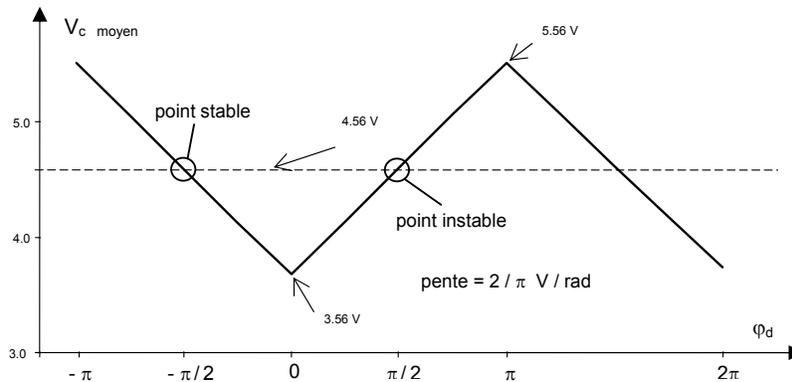
Pour illustration, les signaux carrés  $v_E(t) = V_{E_0} + v_e(t)$  et  $v_S(t) = V_{S_0} + v_s(t)$ , d'amplitudes  $\gg 50 \text{ mV}$ , sont tels que  $v_e(t) = \pm 0.25 \text{ V}$ , valeur moyenne  $V_{E_0} = 0 \text{ V}$  et  $v_s(t) = \pm 3.08 \text{ V}$ ,  $V_{S_0} \cong 2.32 \text{ V}$  (voir la simulation dans l'étude du VCO). Le décalage temporel entre les deux signaux est  $\Delta t$ .

Pour  $0 \leq \Delta t \leq \frac{T}{2}$ ,  $\overline{v_C(t)} = V_{C_0} + \frac{2}{T} \left[ \Delta t - \left( \frac{T}{2} - \Delta t \right) \right] = V_{C_0} - 1 + \frac{4\Delta t}{T}$

$\Rightarrow \overline{v_C} = \frac{2}{\pi} \varphi_d + 3.56$  pour  $0 \leq \varphi_d \leq \pi$  ( $\varphi_d = 2\pi \frac{\Delta t}{T}$ )

Pour  $\frac{T}{2} \leq \Delta t \leq T$ ,  $\overline{v_C(t)} = V_{C_0} + \frac{2}{T} \left[ -\left( \Delta t - \frac{T}{2} \right) + (T - \Delta t) \right] = V_{C_0} + 3 - \frac{4\Delta t}{T}$

$\Rightarrow \overline{v_C} = -\frac{2}{\pi} \varphi_d + 7.56$  pour  $\pi \leq \varphi_d \leq 2\pi$  ou encore  $\overline{v_C} = -\frac{2}{\pi} \varphi_d + 3.56$  pour  $-\pi \leq \varphi_d \leq 0$ .



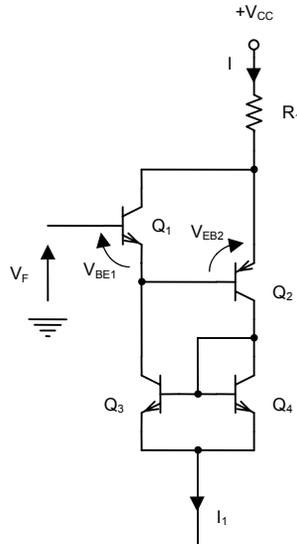
La sensibilité du CDP est donnée par la pente de la caractéristique, soit  $K_D = \pm \frac{2}{\pi} \cong \pm 0.64 \text{ V/rad}$ . Le point stable retenu doit être tel que le produit  $K_D K_0 > 0$  (voir plus loin le signe de  $K_0$ ).

Etude de la fonction VCO

Les courants de base sont négligés par rapport aux courants de collecteur ou d'émetteur. La borne 7 est directement reliée à l'entrée du VCO. En l'absence de filtre passe-bas, les potentiels sont identiques  $v_F(t) = v_C(t)$  et donc  $v_F(t) = V_{F_0} + v_f(t)$  avec  $V_{F_0} = 4.56 V$ .

7. Expression du courant  $I_1$

Source de courant commandée



Pour le miroir de courant

$$Q_3 \equiv Q_4 \rightarrow \begin{cases} I_{C_3} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_3}}{U_T}} \\ I_{C_4} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_4}}{U_T}} \end{cases} \text{ (technologie) } V_{BE_3} = V_{BE_4} \text{ (circuit) } \Rightarrow I_{C_3} \cong I_{C_4}$$

Pour les transistors  $Q_1$  et  $Q_2$

$$\begin{cases} I_{C_1} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_1}}{U_T}} \\ I_{C_2} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{EB_2}}{U_T}} \end{cases} \text{ (technologie) } \begin{cases} I_{C_3} \cong I_{C_1} \\ I_{C_4} \cong I_{C_2} \end{cases} \text{ (circuit) } \Rightarrow V_{BE_1} \cong V_{EB_2}$$

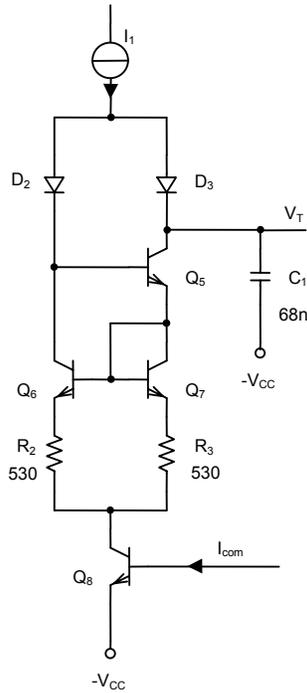
Pour le restant du circuit

$$\begin{cases} I_1 = I_{E_3} + I_{E_4} \\ I = I_{C_1} + I_{E_2} \\ V_{CC} = R_1 I + V_{EB_2} - V_{BE_1} + V_F \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I \cong I_1 \\ V_{CC} \cong R_1 I_1 + V_F \end{cases} \Rightarrow I_1 \cong \frac{V_{CC} - V_F}{R_1}$$

Les potentiels de collecteur et de base de  $Q_1$  sont égaux ( $V_{CB_1} \cong 0$ ). Le potentiel d'entrée  $V_F$  est reconduit au point bas de la résistance  $R_1$ . Le choix de cette résistance définit le courant  $I_1$ .

8. Expression de la période du signal  $V_T$

Générateur d'onde triangulaire



Le transistor  $Q_8$  est commandé par le courant  $I_{com}$  et fonctionne en commutation (voir plus loin l'étude du trigger).

Supposons qu'au départ, le transistor soit bloqué ( $I_{com} \cong 0$ ). Le point commun des résistances  $R_2$  et  $R_3$  n'est plus connecté, ce qui entraîne le blocage des transistors  $Q_5$ ,  $Q_6$ ,  $Q_7$  et de la diode  $D_2$ . Le courant  $I_1$ , passant par la diode  $D_3$ , charge alors le condensateur  $C_1$  et le potentiel de l'armature positive augmente jusqu'à atteindre le seuil de basculement  $V_T^+$  du trigger. Ce dernier bascule et le courant  $I_{com}$ , de valeur relativement importante, rend le transistor  $Q_8$  saturé. Le circuit du miroir de courant est alors connecté à l'alimentation. Le potentiel de l'anode de la diode  $D_3$  est alors de

$$V_{D_2} + V_{BE_5} + V_{BE_7} + R_3 I_1 + V_{CE_{8,sat}} - V_{CC} \quad \text{avec} \quad R_3 I_1 \cong R_3 \frac{V_{CC} - V_{F_0}}{R_1} \quad \text{soit légèrement} > -4 \text{ V}.$$

A l'instant du basculement, le potentiel de la cathode de la diode  $D_2$  étant égal à  $V_T^+$ , valeur supérieure au potentiel d'anode, la diode est bloquée. Le courant  $I_1$  passe par la diode  $D_2$  et le miroir de courant permet la circulation de ce courant dans le transistor  $Q_5$ , ce qui va produire la décharge du condensateur à travers ce dernier. La décharge prend fin lorsque le potentiel d'entrée  $V_T^-$  du trigger est atteint, ce qui provoque le blocage de  $Q_8$ . La situation de départ est retrouvée et le cycle recommence.

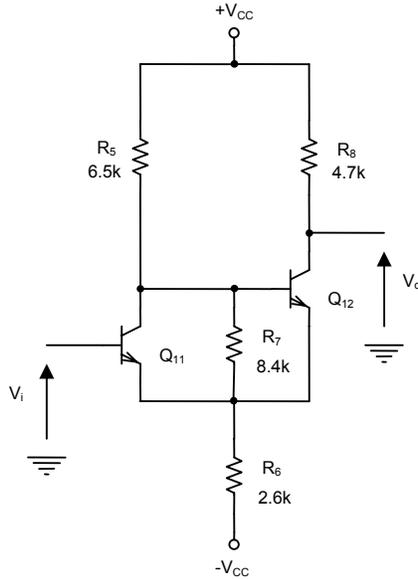
Sous le régime de polarisation, le potentiel d'entrée est constant ( $V_F = V_{F_0}$ ). Le condensateur  $C_1$  se charge et se décharge à courant  $I_1$  constant. Le circuit génère un signal triangulaire à sa sortie dont

$$\text{l'évolution temporelle est } V_T = \pm \frac{I_1}{C_1} t.$$

Pour une évolution positive du potentiel  $V_T$ , la variation  $\Delta V_T = V_T^+ - V_T^-$  s'effectue durant une demi période  $\Delta t = T/2 \Rightarrow T = \frac{2C_1}{I_1}(V_T^+ - V_T^-)$ .

9. Evaluation des potentiels du trigger

Trigger

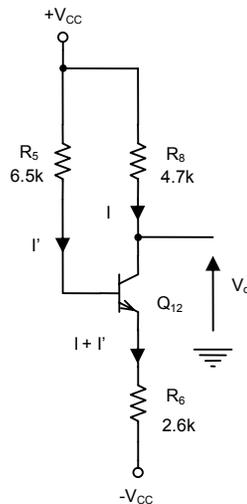


Le signal triangulaire de variation d'amplitude  $\Delta V_T = V_T^+ - V_T^-$ , disponible sur la base du transistor  $Q_9$  (borne 9), subit une translation de tension d'environ 0.6 V par l'étage suiveur. La forte impédance d'entrée de l'étage, chargé par une source de courant, impose que le courant  $I_1$  se dirige vers le condensateur  $C_1$ . Le signal triangulaire décalé vers le bas, pilote le trigger de Schmitt, composé par les transistors  $Q_{11}$  et  $Q_{12}$ . La sortie du trigger de Schmitt est suivie du transistor  $Q_{13}$ , monté en émetteur suiveur, permettant de sortir sous faible impédance (borne 4). Le potentiel  $V_i$  est donc à l'image du potentiel de l'armature positive du condensateur  $C_1$  à la translation près de  $V_{BE_9} \cong 0.6 V$ . Pour une approche analytique plus directe, le courant dans la résistance  $R_7$  sera négligé par rapport aux autres courants et les diodes  $D_6$  à  $D_9$ , qui permettent d'améliorer la vitesse de commutation, ne seront pas représentées.

Cas 1 :  $Q_{11}$  bloqué et  $Q_{12}$  saturé

$$\begin{cases} 2V_{CC} = R_5 I' + V_{BE_{sat}} + R_6 (I + I') \\ 2V_{CC} = R_8 I + V_{CE_{sat}} + R_6 (I + I') \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I' = \frac{2V_{CC} - V_{CE_{sat}} - (R_6 + R_8)I}{R_6} \\ I = \frac{2V_{CC} - V_{BE_{sat}} - \left(1 + \frac{R_5}{R_6}\right)(2V_{CC} - V_{CE_{sat}})}{R_6 - \left(1 + \frac{R_5}{R_6}\right)(R_6 + R_8)} \end{cases}$$



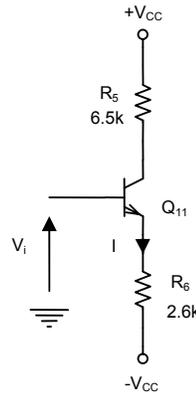
Le potentiel de sortie  $V_o$  est à l'état bas (Low)  $V_{oL} = V_{CC} - R_8 I$ . Ce potentiel subit une translation de tension continue par la présence de l'étage suiveur  $Q_{13}$ , la borne 4 du circuit intégré présente donc  $V_S = V_{oL} - V_{BE_{13}}$ . Au moment du basculement du trigger, le transistor  $Q_{11}$  est conducteur et le potentiel d'entrée vaut  $V_i = V_{BE_{11}} + R_6(I + I') - V_{CC}$ . Ce potentiel ayant subi une translation de tension continue par la présence de l'étage suiveur  $Q_9$ , la borne 9 du circuit intégré présente donc :

$$V_T^+ = V_{BE_9} + V_{BE_{11}} + 2V_{CC} - V_{CE_{sat}} - R_8 \frac{2V_{CC} - V_{BE_{sat}} - \frac{R_5 + R_6}{R_6} (2V_{CC} - V_{CE_{sat}})}{R_6 - \frac{R_5 + R_6}{R_6} (R_6 + R_8)} - V_{CC}$$

Cas 2 :  $Q_{11}$  saturé et  $Q_{12}$  bloqué

$$\begin{cases} 2V_{CC} \cong V_{CE_{sat}} + (R_5 + R_6)I \\ V_i = V_{BE_{11}} + R_6 I - V_{CC} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_i = V_{BE_{11}} + R_6 \frac{2V_{CC} - V_{CE_{sat}}}{R_5 + R_6} - V_{CC}$$



Le transistor  $Q_{12}$  étant bloqué, le potentiel de sortie  $V_o$  est à l'état haut (High)  $V_{oH} \cong V_{CC}$ . La borne 4 présente alors un potentiel de sortie  $V_S \cong V_{oH} - V_{BE_{13}}$ . La borne 9 du circuit intégré présente le potentiel  $V_i$  traduit

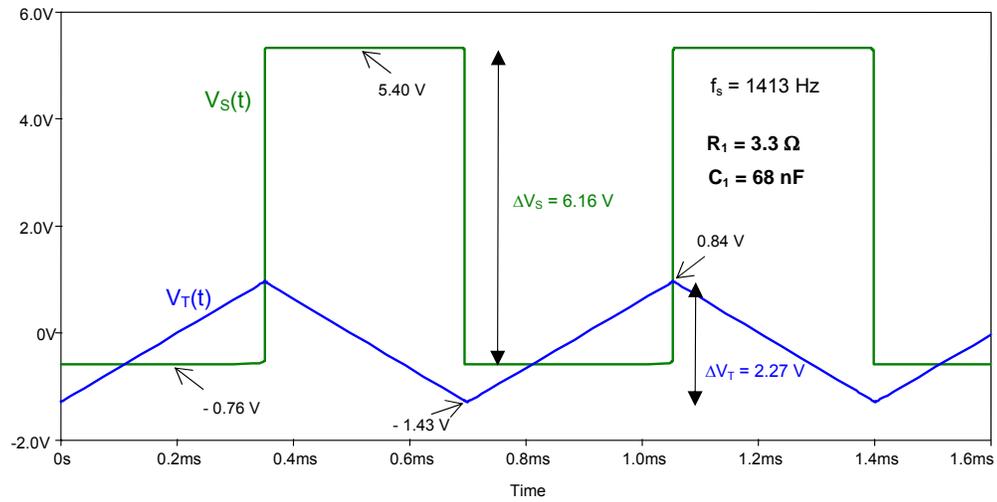
$$V_T^- = V_{BE_9} + V_{BE_{11}} + \frac{R_6}{R_5 + R_6} (2V_{CC} - V_{CE_{sat}}) - V_{CC}$$

Ainsi, le signal sur la borne 4 est un signal carré  $v_S(t)$  de fréquence  $f_s$  tel que  $v_S(t) = V_{S_o} + v_s(t)$  avec une valeur moyenne  $V_{S_o} = \frac{V_{oH} + V_{oL}}{2} - V_{BE_{13}}$  et une variation  $v_s(t) \cong V_{oH} - V_{oL}$  autour de cette valeur moyenne.

$$V_{oH} - V_{oL} \cong R_8 \frac{2V_{CC} - V_{BE_{sat}} - \left(1 + \frac{R_5}{R_6}\right) (2V_{CC} - V_{CE_{sat}})}{R_6 - \left(1 + \frac{R_5}{R_6}\right) (R_6 + R_8)}$$

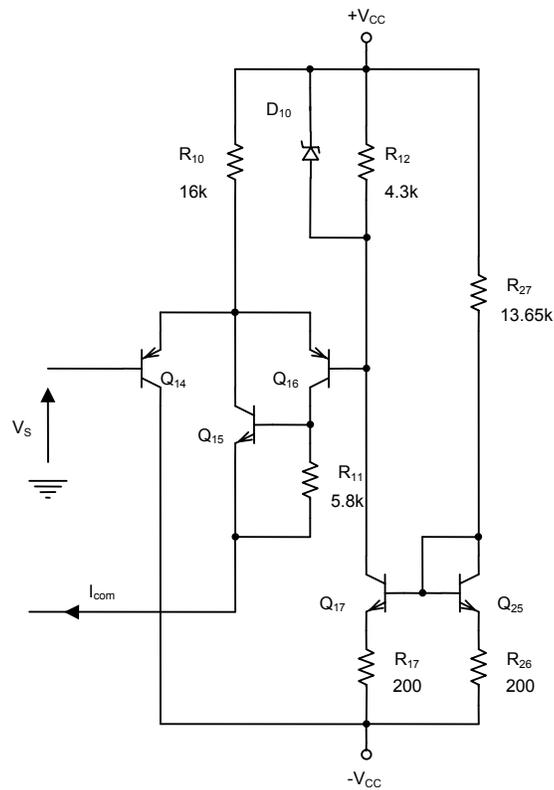
Le signal sur la borne 9 est un signal triangulaire  $v_T(t)$  de même fréquence  $f_s$  tel que  $v_T(t) = V_{T_o} + v_t(t)$  avec une valeur moyenne  $V_{T_o} \cong \frac{V_T^+ + V_T^-}{2}$  et une variation  $v_t(t) \cong V_T^+ - V_T^-$  autour de cette valeur moyenne.

$$V_T^+ - V_T^- = 2V_{CC} - V_{CE_{sat}} - R_8 \frac{2V_{CC} - V_{BE_{sat}} - \frac{R_5 + R_6}{R_6} (2V_{CC} - V_{CE_{sat}})}{R_6 - \frac{R_5 + R_6}{R_6} (R_6 + R_8)} - \frac{R_6}{R_5 + R_6} (2V_{CC} - V_{CE_{sat}})$$



10. Explication de la commande de  $Q_8$

Amplificateur différentiel pour commande en courant



La sortie de l'étage collecteur commun  $Q_{13}$  est connectée à un amplificateur différentiel ( $Q_{14}$  et  $Q_{16}$ ) qui commande en courant le transistor  $Q_8$  par le biais de  $Q_{15}$ .

Le miroir de courant polarise la diode zener  $D_{10}$  qui fixe le potentiel de la base de  $Q_{16}$  à la valeur  $V_{B_{16}} = V_{CC} - V_Z \cong 3.3 \text{ V}$ . La différence de potentiel de l'attaque de l'étage différentiel est  $V_S - V_{B_{16}}$ .

Sur le front bas du signal carré ( $V_S = V_{OL} - V_{BE_{13}}$ ), le potentiel de base de  $Q_{14}$  est à un niveau très inférieur à  $V_{B_{16}}$ . Le potentiel commun des émetteurs étant plus bas que  $V_{B_{16}}$ ,  $Q_{16}$  est bloqué et  $Q_{14}$  saturé. Le courant traversant la résistance  $R_{11}$  étant négligeable, le transistor  $Q_{15}$  est bloqué et  $I_{com} \cong 0$ . Le transistor  $Q_8$  est bloqué lors de la charge du condensateur  $C_1$ .

Sur le front haut du signal carré ( $V_S \cong V_{OH} - V_{BE_{13}}$ ), le point commun des émetteurs est supérieur à  $V_{B_{16}}$ .  $Q_{14}$  est bloqué et  $Q_{16}$  saturé. La majorité du courant de collecteur de  $Q_{16}$  traverse la résistance  $R_{11}$ , produisant une tension telle que  $Q_{15}$  devient conducteur. Ainsi, le courant  $I_{com}$  est suffisamment important pour saturer  $Q_8$  lors de la décharge du condensateur  $C_1$ .

## Etude de la fonction PLL

### 11. Ecriture des relations générales

En posant la tension d'alimentation totale appliquée au circuit  $V_{ALIM} = 2V_{CC}$ , et en considérant que  $V_{ALIM} \gg V_{CE_{sat}}$  et  $V_{BE_{sat}}$ , les équations issues de l'étude du VCO s'écrivent :

$$V_T^+ - V_T^- = \left( \frac{R_5}{R_5 + R_6} - \frac{(R_5 + R_6)R_8}{(R_5 + R_6)R_8 + R_5 R_6} \right) (2V_{CC} - V_{CE_{sat}}) + \frac{R_6 R_8}{(R_5 + R_6)R_8 + R_5 R_6} (2V_{CC} - V_{BE_{sat}})$$

$$\Rightarrow V_T^+ - V_T^- \cong kV_{ALIM} \text{ avec } k = \frac{R_5}{R_5 + R_6} - \frac{R_5 R_8}{(R_5 + R_6)R_8 + R_5 R_6} \cong 0.2023$$

$$V_{CC} - V_{F_o} \cong \frac{R_{24} R_{26}}{2R_{27}} I_{pol} = \frac{R_{24} R_{26}}{2R_{27}} \frac{2V_{CC} - V_{BE_{25}}}{R_{19} + R_{20} + R_{21} + R_{26}}$$

$$\Rightarrow V_{CC} - V_{F_o} \cong k'V_{ALIM} \text{ avec } k' = \frac{R_{24} R_{26}}{2R_{27}(R_{19} + R_{20} + R_{21} + R_{26})} \cong 0.1268$$

D'après l'expression de la période du signal carré  $v_S(t)$  issu du VCO (borne 4), la pulsation s'écrit

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi I_1}{C_1 (V_T^+ - V_T^-)}$$

Le courant  $I_1$  est obtenu à partir, d'une part de la résistance extérieure  $R_1$  et, d'autre part, de la tension d'entrée  $V_F = V_{F_o} + \Delta V_F$ , d'où  $I_1 \cong \frac{V_{CC} - V_{F_o}}{R_1} - \frac{\Delta V_F}{R_1}$  (composantes continue et variable).

$$\omega_s = \frac{\pi (V_{CC} - V_{F_o})}{R_1 C_1 (V_T^+ - V_T^-)} - \frac{\pi}{R_1 C_1 (V_T^+ - V_T^-)} \Delta V_F \text{ de la forme } \omega_s = \omega_o + \Delta\omega = \omega_o + K_0 \Delta V_F$$

Par identification, les expressions de la pulsation libre et de la sensibilité du VCO s'écrivent :

$$\omega_o = \frac{\pi (V_{CC} - V_{F_o})}{R_1 C_1 (V_T^+ - V_T^-)} \cong \frac{\pi k'}{R_1 C_1 k} \text{ et } K_0 = \frac{-\pi}{R_1 C_1 (V_T^+ - V_T^-)} \cong \frac{-\pi}{R_1 C_1 k V_{ALIM}}$$

La PLL est associée à un filtre passif de la forme  $F(p) = \frac{1}{1 + \tau p}$  avec  $\tau = R_{24} C_2$ .

Calcul de la plage de maintien

La variation maximale de la tension d'erreur générée à la sortie du CDP est  $\Delta v_{c_{\max}} = K_D |\varphi_d|_{\max}$ .

En sortie du filtre, la tension est  $\Delta v_{f_{\max}} = F(0) \Delta v_{c_{\max}} = K_D \frac{\pi}{2}$  puisque  $F(0) = 1$ .

En sortie du VCO, la variation de la pulsation du signal de sortie autour de la pulsation libre  $\omega_o$  est

$$\Delta \omega_{s_{\max}} = K_0 \Delta v_{f_{\max}} = K_D K_0 \frac{\pi}{2}.$$

Par définition  $\Delta \omega_{s_{\max}} = 2\pi \Delta f_M$ , ce qui donne la plage de maintien  $2\Delta f_M = \frac{K_D K_0}{2}$ .

Calcul de la plage d'acquisition

$$\Delta \omega_A \cong K_D K_0 \frac{\pi}{2} |F(j\Delta \omega_A)| \text{ pour une capture rapide, avec } |F(j\Delta \omega_A)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \Delta \omega_A^2 \tau^2}} \cong \frac{1}{\Delta \omega_A \tau}.$$

En supposant que la demi-largeur de capture  $\Delta \omega_A$  est, en pratique, très supérieure à la pulsation de coupure du filtre  $1/\tau$ ,

$$\Delta \omega_A \cong K_D K_0 \frac{\pi}{2} \frac{1}{\Delta \omega_A \tau} \Rightarrow 2\Delta f_A \cong \sqrt{\frac{2\Delta f_M}{\pi \tau}}.$$

Dans le cas général, les données de la PLL NE565 sont les suivantes :

$$K_D \cong -0.64 \text{ V/rad}, f_o \cong \frac{1}{3.19 R_1 C_1} \text{ (Hz)}, K_0 \cong -\frac{50 f_o}{V_{ALIM}} \text{ (rad/s/V)}, \Delta f_M \cong \frac{8 f_o}{V_{ALIM}} \text{ (Hz)},$$

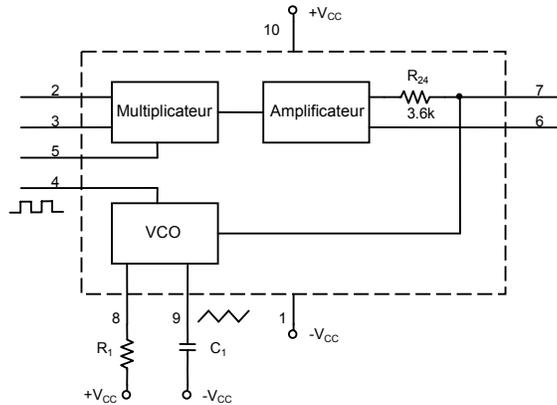
$$\Delta f_A \cong \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5 f_o}{\tau V_{ALIM}}} \text{ (Hz) avec } \tau = 3.6 \cdot 10^3 \times C_2 \text{ (pour un réseau RC)}.$$

Le gain de conversion  $K_D$  du CDP est peu sensible à la valeur de la tension d'alimentation totale. Si le multiplicateur fonctionne en commutation (modulateur équilibré), sa valeur est quasi constante et négative car le gain  $K_0$  du VCO est négatif. Sur la caractéristique triangulaire  $\overline{v_C}(\varphi_d)$ , le point de repos stable est donc à l'abscisse  $\varphi_d = -\frac{\pi}{2}$ , centré entre  $-\pi$  et 0 (voir cours « technologie des PLL »). Si le multiplicateur ne travaille pas en commutation,  $K_D$  est fonction de l'amplitude des signaux  $v_E(t)$  et  $v_S(t)$ .

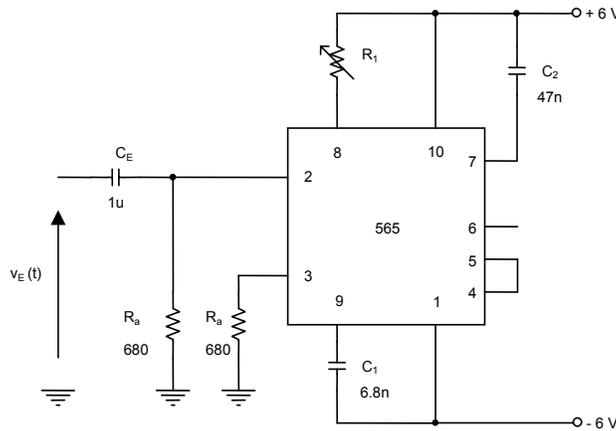
La fréquence centrale libre des oscillations  $f_o$  est ajustée par  $R_1$  et  $C_1$ . Les domaines de verrouillage et de capture s'étendent respectivement de  $\Delta f_M$  et  $\Delta f_A$  de chaque côté de la fréquence centrale.

### Applications de la PLL 565

Nous proposons deux applications de la PLL. L'étude précédente permet de présenter le composant sous le schéma suivant.



#### Application n°1 : Démodulation FSK



La boucle est fermée en reliant les bornes 4 et 5. La résistance  $R_{24}$  intégrée au sein du circuit et le condensateur  $C_2$  compose le filtre passe-bas (FPB) du premier ordre. Les résistances  $R_a$  de polarisation du multiplicateur ont une influence négligeable. Le composant  $C_E$  est un condensateur de liaison pour la source d'attaque  $v_E(t)$  d'amplitude  $\gg 50 \text{ mV}$ .

#### Caractérisation des paramètres statiques de la boucle

En l'absence du signal  $v_E(t)$  et du condensateur de filtrage  $C_2$ , la fréquence libre des oscillations est ajustée à  $f_o = 10 \text{ kHz}$  à l'aide de la résistance  $R_1$ .

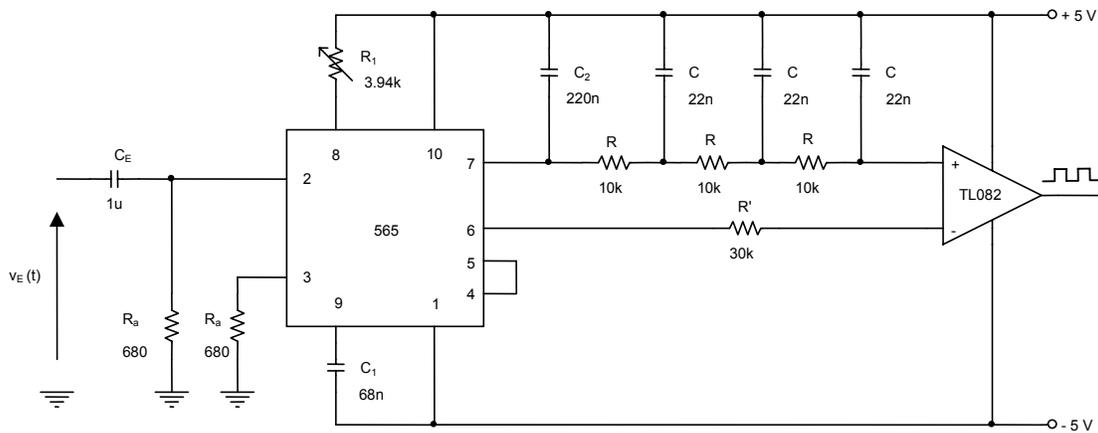
- Déterminez les valeurs des paramètres  $K_D$ ,  $K_0$ ,  $2\Delta f_M$  de la PLL. Évaluez la résistance  $R_1$  qui règle la fréquence  $f_o$  à la valeur souhaitée.
- Ecrivez la relation linéaire  $f_s(V_F)$  du transfert du VCO.

Etude dynamique

Le filtre passe-bas est introduit dans la boucle en connectant  $C_2$  entre les bornes 7 et 10. Un signal carré  $v_E(t)$  est appliqué à l'entrée, d'amplitude  $v_e(t) = \pm 0.25 V$  et de valeur moyenne nulle, de fréquence  $9 kHz$  durant  $3 ms$ , puis  $11 kHz$  durant  $3 ms$  et ceci périodiquement.

3. Évaluez la fréquence de coupure du filtre et la plage de capture correspondante.
4. La PLL étant verrouillée, tracez  $v_F(t)$  théorique. Discutez du type de démodulation.
5. Écrivez la fonction de transfert en boucle fermée  $\frac{V_f(p)}{\Omega_e(p)}$ , puis écrivez les expressions de  $\omega_n$  et  $\zeta$ , respectivement pulsation propre du système non amorti et coefficient d'amortissement.
6. En appliquant le théorème de la valeur finale, évaluez la variation d'amplitude de  $v_f(t)$  en régime permanent relative au saut de pulsation en entrée, ainsi que la fréquence des oscillations amorties et le dépassement pendant le régime transitoire.
7. Tracez  $v_F(t)$  réelle en respectant les échelles sur le régime transitoire.
8. Discutez de l'efficacité du filtre sur les résidus de porteuse et de la stabilité du système.

Application n°2 : Modem 300 bauds



La PLL 565 est destinée à démoduler un signal FSK (lignes téléphoniques pour transmission de signaux binaires). Le signal  $v_E(t)$  qu'elle reçoit a une fréquence de  $1270 Hz$  lorsque l'information correspond à un 1 logique et une fréquence de  $1070 Hz$  lorsque l'information correspond à un 0 logique. Le composant  $C_E$  évite une composante continue indésirable.

La valeur du condensateur  $C_2$  du filtre de boucle est fixée par le choix du dépassement approprié sur la tension démodulée  $v_F(t)$ .

Un filtre en échelle à trois étages RC est utilisé pour enlever les résidus de porteuse ( $2f_e$ ) et sa bande passante doit se situer approximativement à mi-chemin entre la vitesse maximale du débit binaire (ici  $300 bits/s$  ou  $150 Hz$ ) et deux fois la fréquence d'entrée (autour de  $2340 Hz$ ). La fréquence libre du VCO est ajustée avec  $R_1$  pour que le potentiel continu à la sortie (signal à rapport cyclique de 50 % sur la borne 7) soit le même que sur la borne 6.

Un comparateur de tension convertit le signal de sortie en logique compatible. La résistance  $R' = 3R$  équilibre les entrées au niveau continu.

Développez le problème à l'image de l'application précédente.

## Corrigé

### Application n°1

Caractérisation des paramètres statiques de la boucle

#### 1. Valeurs des paramètres

$$K_D \cong -0.64 \text{ V/rad (pour le multiplicateur fonctionnant en commutation)}$$

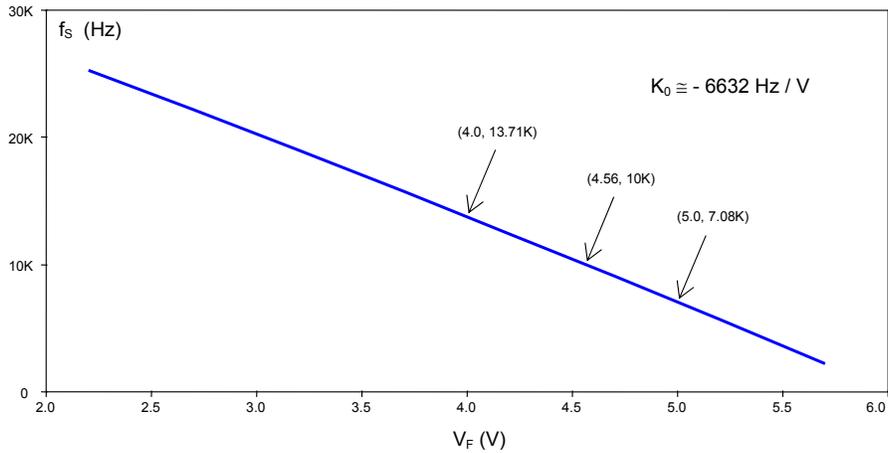
$$K_0 \cong -\frac{50 f_o}{V_{ALIM}} \cong -41667 \text{ rad/s/V}, \Delta f_M \cong \frac{8 f_o}{V_{ALIM}} \cong 6667 \text{ Hz avec } V_{ALIM} = 12 \text{ V}$$

$$R_1 \cong \frac{1}{3.19 C_1 f_o} \cong 4610 \Omega$$

#### 2. Relation du transfert du VCO

$$\omega_s = a V_F + b \text{ avec } a = K_0, b = \omega_o - K_0 V_{F_0} \text{ et } V_{F_0} \cong 4.56 \text{ V}$$

$$\Rightarrow \omega_s \cong -41700 V_F + 252833 \text{ rad/s ou encore } f_s \cong -6632 V_F + 40240 \text{ Hz}$$



### Etude dynamique

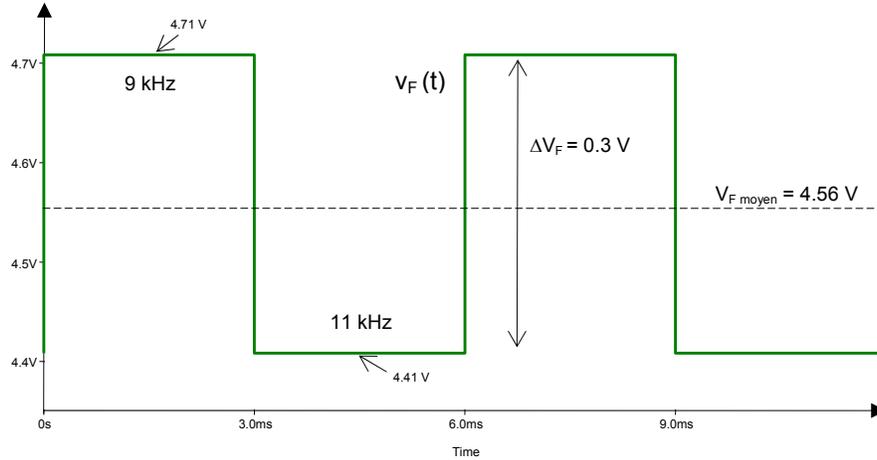
#### 3. Evaluation de la fréquence de coupure du filtre et de la plage de capture

$$F(p) = \frac{1}{1 + \tau p} \text{ avec } \tau = R_{24} C_2 \Rightarrow f_{pb} = \frac{1}{2\pi \tau} \cong 941 \text{ Hz}$$

$$\Delta f_A \cong \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5 f_o}{\tau V_{ALIM}}} \cong 2.48 \text{ kHz valeur majorée par l'hypothèse } \Delta \omega_A^2 \tau^2 \gg 1.$$

#### 4. Tracé de $v_F(t)$ théorique

Pour  $f_s = 9 \text{ kHz}$ ,  $V_F \cong 4.71 \text{ V}$  et pour  $f_s = 11 \text{ kHz}$ ,  $V_F \cong 4.41 \text{ V}$ , ce qui donne un écart de tension  $\Delta V_F \cong 0.3 \text{ V}$  associé à une valeur moyenne  $V_{F_0} = 4.56 \text{ V}$ .



Le signal démodulé  $v_F(t)$  est à l'image du signal modulant de forme carré de fréquence d'environ 167 Hz, de valeur moyenne nulle et dont l'amplitude est réglée pour produire un saut de fréquence de 2 kHz centré sur la fréquence de 10 kHz de la porteuse. Le signal  $v_E(t)$  modulé à l'entrée de la PLL subit un décalage en fréquence. Le circuit effectue une démodulation FSK.

5. Ecriture de la fonction de transfert en boucle fermée

$$H(p) = \frac{G(p)}{1+G(p)} \text{ avec } G(p) = \frac{K_D K_0 F(p)}{p} \text{ et } B(p) = 1 \text{ (retour unitaire)} \Rightarrow \frac{\Omega_s(p)}{\Omega_e(p)} = \frac{K_D K_0 F(p)}{p + K_D K_0 F(p)}$$

$$\Omega_s(p) = K_0 V_f(p) \Rightarrow \frac{V_f(p)}{\Omega_e(p)} = \frac{K_D F(p)}{p + K_D K_0 F(p)} \text{ avec } F(p) = \frac{1}{1 + \tau p}$$

$$\Rightarrow \frac{V_f(p)}{\Omega_e(p)} = \frac{1}{K_0} \frac{1}{1 + \frac{1}{K_D K_0} p + \frac{\tau}{K_D K_0} p^2}$$

$$\text{de la forme } \frac{1}{K_0} \frac{1}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}} \text{ avec } \omega_n = \sqrt{\frac{K_D K_0}{\tau}} \text{ et } \zeta = \frac{1}{2\sqrt{\tau K_D K_0}}$$

6. Paramètres de  $v_f(t)$

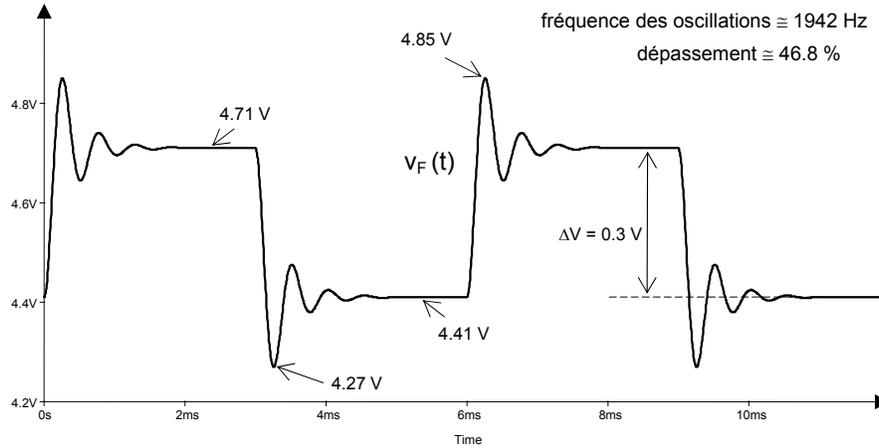
En régime permanent, la variation de l'amplitude de la tension  $v_F(t)$  est obtenue par l'application du théorème de la valeur finale

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v_f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p V_f(p) \text{ avec } \Omega_e(p) = \frac{\Delta \omega_e}{p} \Rightarrow v_f(\infty) = \frac{\Delta \omega_e}{K_0}, \text{ soit } \Delta V_F \cong 0.3 \text{ V pour } \Delta f_e = 2 \text{ kHz.}$$

En régime transitoire, les paramètres  $\zeta \cong 0.235$ ,  $f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_D K_0}{\tau}} \cong 2 \text{ kHz}$  du domaine fréquentiel

se traduisent par les paramètres  $f_{osc} = f_n \sqrt{1 - \zeta^2} \cong 1942 \text{ Hz}$ ,  $D = e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}} \cong 46.8 \%$  (valeur normalisée du premier dépassement) dans le domaine temporel.

7. Tracé de  $v_F(t)$  réelle



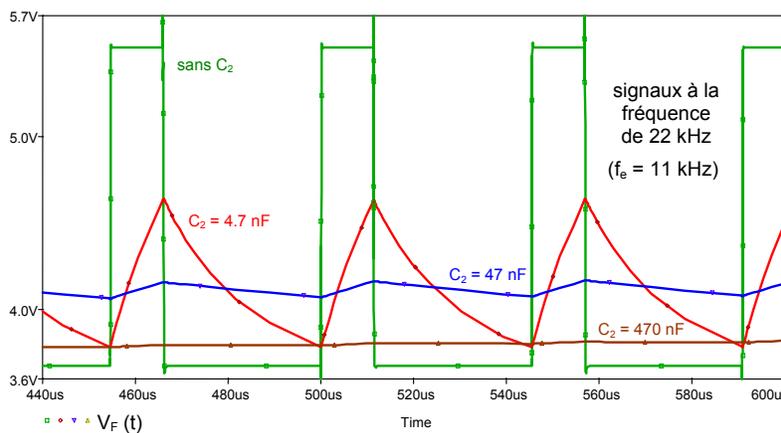
Les valeurs crête valent  $4.41 + 0.3 \times 1.468 \cong 4.85 \text{ V}$  et  $4.71 - 0.3 \times 1.468 \cong 4.27 \text{ V}$ .

8. Discussion sur le filtrage et la stabilité

Le filtre atténue ces fréquences suivant la relation  $|F(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}}$ . Son rôle est d'éliminer les

résidus de porteuse issus du doublage de fréquence du CDP à comportement « ou exclusif ». Le signal démodulé  $v_F(t)$  supporte sur ses fronts des résidus aux fréquences 18 kHz ( $2 \times 9 \text{ kHz}$ ) et 22 kHz ( $2 \times 11 \text{ kHz}$ ).

Dans le cas présent  $f_{pfb} \cong 941 \text{ Hz}$  pour  $C_2 = 47 \text{ nF}$ , les atténuations à 18 kHz et 22 kHz valent respectivement 0.052 et 0.043 (contexte sinusoïdal), soit des résidus d'amplitude 104 mV et 85 mV issus du signal rectangulaire d'amplitude d'environ 2 V ( $v_C(t) = 4.56 \pm 1 \text{ V}$ ).



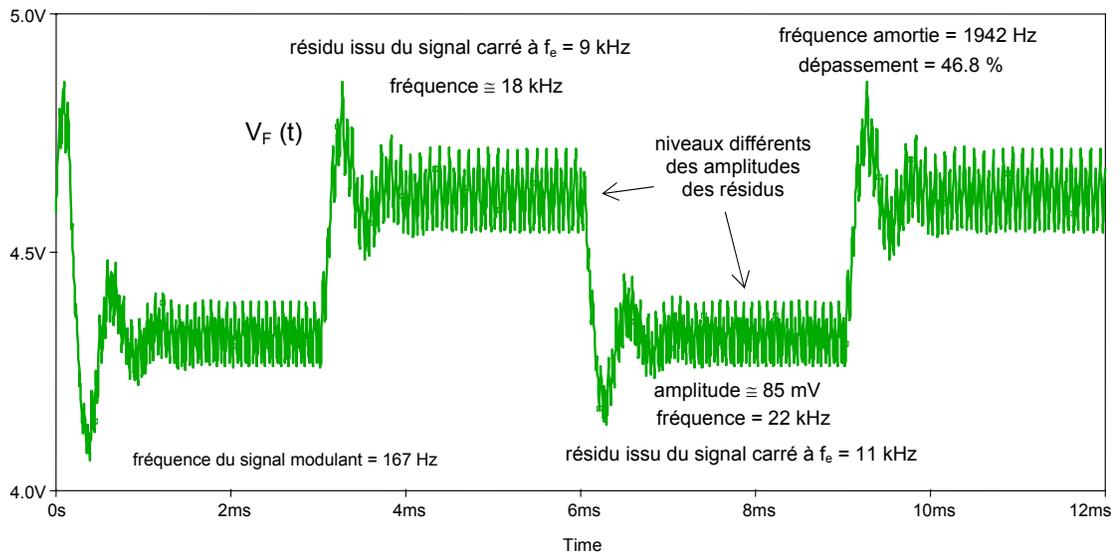
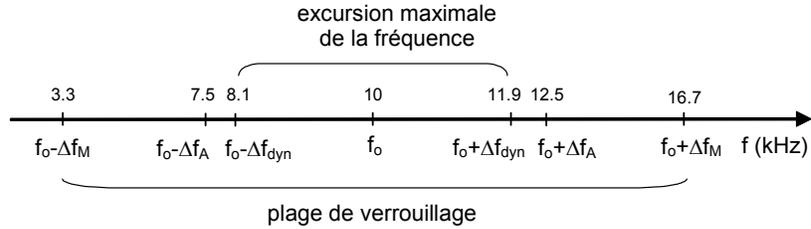
Sur cette simulation, nous pouvons observer l'efficacité du filtrage lorsque la valeur du condensateur  $C_2$  augmente. Le choix de  $C_2 = 47 \text{ nF}$  apparaît relativement acceptable.

La stabilité du système laisse à désirer au regard des valeurs des paramètres  $\zeta = 0.235$  ou  $D \cong 46.8 \%$ . Ce type de filtre est incapable de satisfaire stabilité et filtrage simultanément.

Cependant, pour la variation maximale  $\Delta V_F \cong \pm 0.29 V$  de la tension à l'entrée du VCO autour de la valeur moyenne  $V_{F_0} = 4.56 V$  correspond une variation dynamique de fréquence

$$\Delta f_{dyn} = \frac{K_0 \Delta V_F}{2\pi} \cong 1923 \text{ Hz}$$

autour de la fréquence libre  $f_0 = 10 \text{ kHz}$ . La demi plage de maintien, centrée autour de  $f_0$ , valant  $\Delta f_M \cong 6.67 \text{ kHz}$  pour ce type de filtre, la PLL est bien verrouillée.



Simulation de la PLL 565 en démodulation FSK : le signal d'attaque est un signal  $v_e(t) = \pm 0.25 V$  de valeur moyenne nulle et modulé par un signal carré de fréquence 167 Hz dont l'amplitude est réglée de façon à obtenir un saut de fréquence de 2 kHz.

**Application n°2**

Caractérisation des paramètres statiques de la boucle

La fréquence libre du VCO a pour valeur  $f_o \cong \frac{1}{3.19 R_1 C_1} \cong 1170 \text{ Hz}$ , centrée par rapport au saut

de fréquence de 200Hz.

$K_D \cong -0.64 \text{ V/rad}$  (pour le multiplicateur fonctionnant en commutation)

$K_0 \cong -\frac{50 f_o}{V_{ALIM}} \cong -5850 \text{ rad/s/V}$ ,  $\Delta f_M \cong \frac{8 f_o}{V_{ALIM}} \cong 936 \text{ Hz}$  avec  $V_{ALIM} = 10 \text{ V}$

Evaluation de la fréquence de coupure du filtre de boucle et de la plage de capture

$F(p) = \frac{1}{1 + \tau p}$  avec  $\tau = R_{24} C_2 \Rightarrow f_{pb} = \frac{1}{2\pi \tau} \cong 201 \text{ Hz}$

$\Delta f_A \cong \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5 f_o}{\tau V_{ALIM}}} \cong 430 \text{ Hz}$  valeur majorée par l'hypothèse  $\Delta \omega_A^2 \tau^2 \gg 1$ .

Paramètres de  $v_F(t)$

$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_D K_0}{\tau}} \cong 346 \text{ Hz} \Rightarrow f_{osc} = f_n \sqrt{1 - \zeta^2} \cong 331 \text{ Hz}$ ,

$\zeta = \frac{1}{2\sqrt{\tau K_D K_0}} \cong 0.29$ ,  $D = e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}} \cong 38.6 \%$

Variation en régime permanent de  $v_F(t)$  autour de  $V_{F_0} = 3.81 \text{ V}$  (car  $V_{ALIM} = 10 \text{ V}$ ) relative à une

variation  $\Delta f_e = 200 \text{ Hz} \Rightarrow \Delta v_f(\infty) = \frac{\Delta \omega_e}{K_0} \cong 215 \text{ mV}$ .

Filtres de lissage et comparateur de tension

Ce filtre du troisième ordre doit lisser les résidus de porteuse du signal  $v_F(t)$ . Par une approche

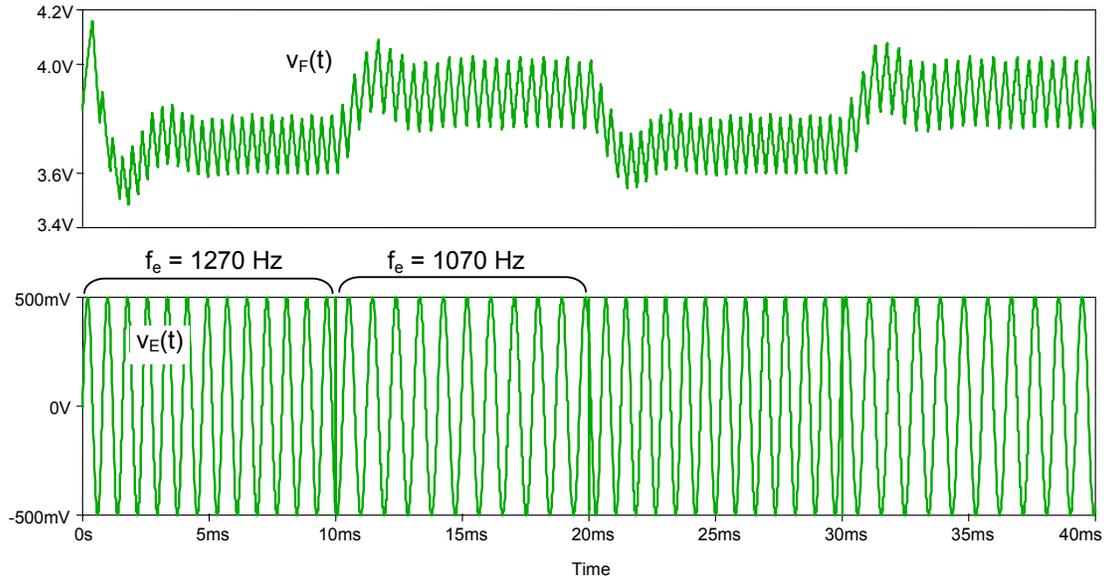
ne tenant pas compte de l'interaction entre cellules, y compris celle du FPB (adaptation en tension réalisée), la fréquence de coupure est de l'ordre de  $f_{lissage} = \frac{1}{2\pi RC} \cong 723 \text{ Hz}$  avec une descente de  $-60 \text{ dB}$  par décade.

Les résidus de porteuse de  $v_F(t)$  étant éliminés à l'arrivée d'une entrée du comparateur, ce dernier bascule lorsque  $v^+ = v^-$ , soit pour  $v_F(t) = V_{ref}$  avec  $V_{ref} \cong 3.81 \text{ V}$ . Les variations de  $v_f(t)$  sont centrées par rapport à la masse (si ce n'est pas le cas, retouchez la fréquence libre à l'aide de la résistance  $R_1$ ).

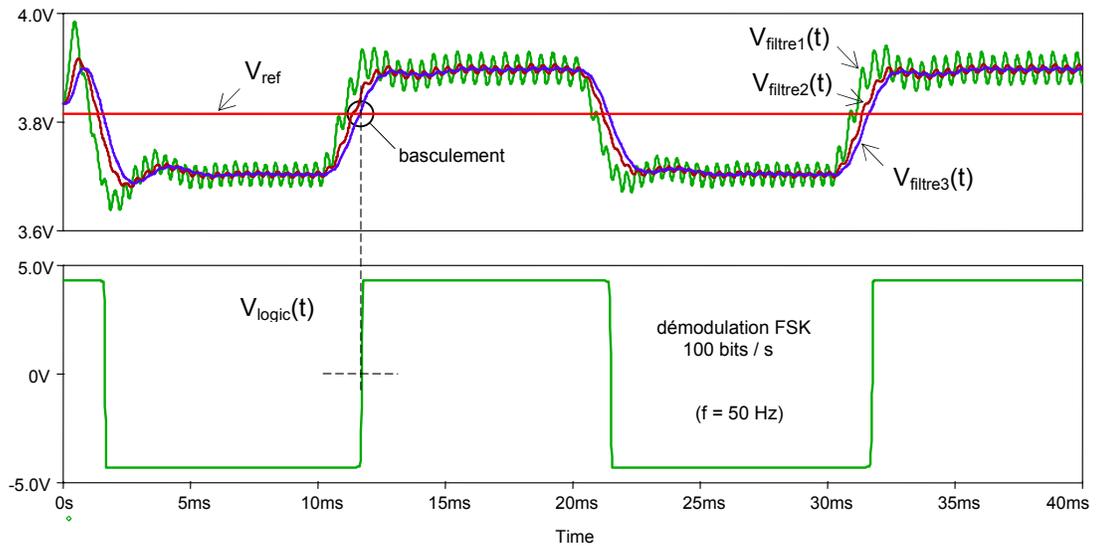
$\begin{cases} v^+ > v^- \rightarrow v_s = +V_{sat} \\ v^+ < v^- \rightarrow v_s = -V_{sat} \end{cases}$  avec  $\pm V_{sat}$  en accord avec la logique compatible.

La vitesse maximale de transmission est de l'ordre de  $< \frac{f_{osc}}{2} \cong 165 \text{ Hz}$ .

### Simulation

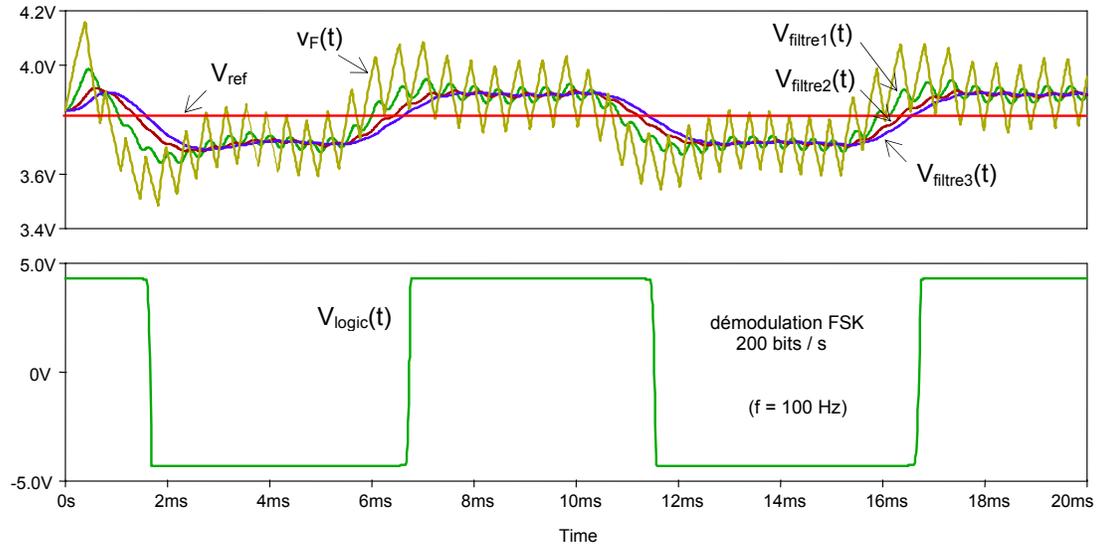


La porteuse est un signal sinusoïdal d'amplitude  $1 V_{pp}$  et de valeur moyenne nulle changeant de fréquence toutes les 10 ms de manière périodique. Le signal démodulé  $v_F(t)$ , image du signal modulant (information), présente d'importants résidus de porteuse ( $2 f_e$ ).

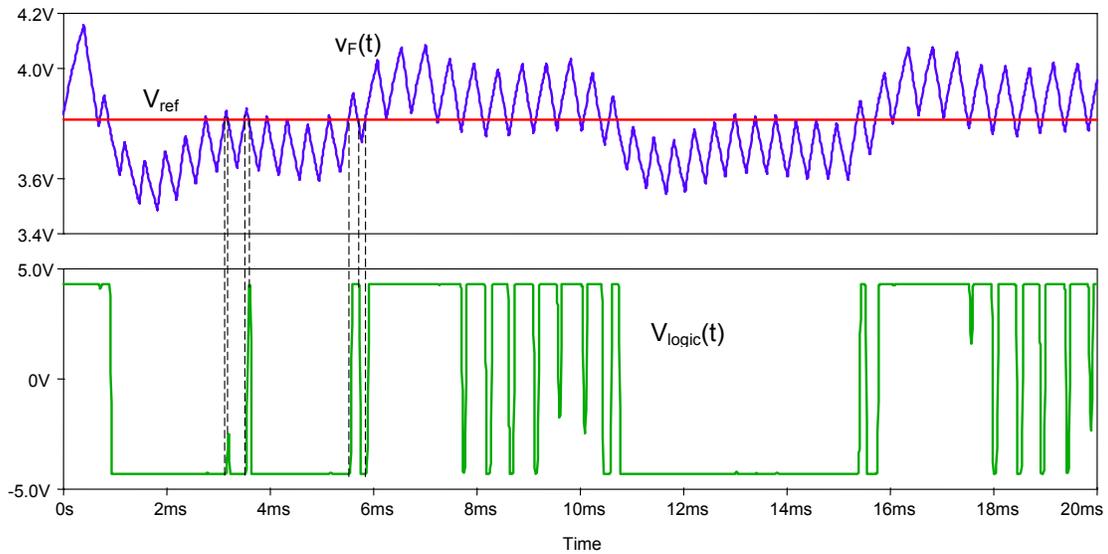


Le signal démodulé  $v_F(t)$ , en sortie de filtre de boucle, subit un triple filtrage et le signal résultant  $v_{filtre3}(t)$  est comparé au potentiel  $V_{ref}$ . A l'instant de basculement, la tension de sortie du comparateur change de niveau de saturation. La vitesse de transmission est de 100 bauds (100 bits par seconde).

Si le signal démodulé n'est pas centré par rapport à  $V_{ref}$ , le rapport cyclique de  $v_{logic}(t)$  est différent de 50 % et le temps de bit n'est pas respecté (10 ms).



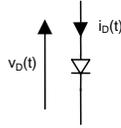
La vitesse de transmission est ici de 200 bauds.



La nécessité de filtrer les résidus apparaît de façon évidente en reprenant le cas de la transmission est à 200 bauds où le triple réseau RC n'est pas utilisé. L'information binaire est alors erronée.

## Modèles de composants associés aux différents régimes

### La diode



avec  $\begin{cases} v_D(t) = V_D + v_d(t) \\ i_D(t) = I_D + i_d(t) \end{cases}$

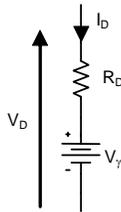
#### Régime continu

Modèle mathématique non linéaire

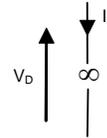
$$I_D = I_S \left( e^{\frac{V_D}{U_T}} - 1 \right) \quad \text{en direct} \quad I_D \cong I_S e^{\frac{V_D}{U_T}} \quad \text{en inverse} \quad I_D \cong -I_S \cong 0$$

Modèle linéarisé

en direct  
 $V_D = R_D I_D + V_\gamma$



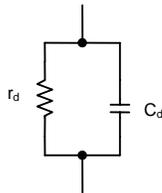
en inverse



#### Régime dynamique aux faibles signaux

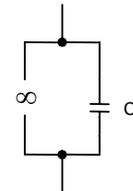
Modèle linéarisé

en direct



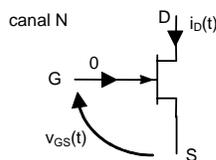
$$\begin{cases} r_d = \frac{U_T}{I_{D_0}} \\ C_d = \frac{\tau}{r_d} \end{cases}$$

en inverse



Données du constructeur :  $V_\gamma$  (tension dépendante du matériau),  $\tau$  (durée de vie moyenne des porteurs ou temps de recombinaison des porteurs minoritaires en « excès »),  $C_t$  (capacité de transition),  $U_T = \frac{kT}{q} \cong 26 \text{ mV}$  à  $27^\circ\text{C}$  (tension thermique).

### Le transistor à effet de champ (JFET)



avec  $\begin{cases} v_{GS}(t) = V_{GS} + v_{gs}(t) \\ i_D(t) = I_D + i_d(t) \end{cases}$

**Régime continu**

Modèle mathématique non linéaire

$$I_D = I_{DSS} \left( 1 - \frac{V_{GS}}{V_P} \right)^2 \quad \text{pour canal N : } V_{GS} \text{ et } V_P < 0$$

$$\text{avec } 0 \leq |V_{GS}| \leq |V_P| \quad \text{pour canal P : } V_{GS} \text{ et } V_P > 0$$

Transistors technologiquement identiques : mêmes  $I_{DSS}$  et  $V_P$ .

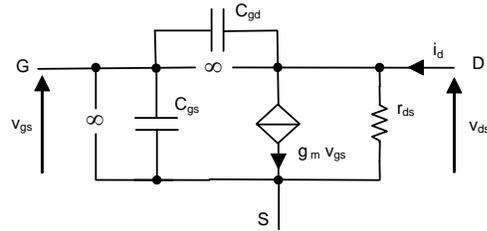
**Régime dynamique aux faibles signaux**

Modèle linéarisé

(pour  $V_{DS} > V_P$  : zone de saturation)

$$g_m = \pm \frac{2}{V_P} \sqrt{I_{D_0} I_{DSS}} \quad \text{en A/V}$$

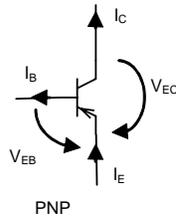
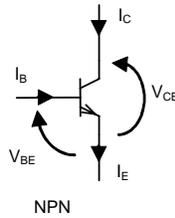
(paramètre  $g_m$  toujours >0)



Données du constructeur :  $I_{DSS}$  (courant de saturation de drain pour  $V_{GS} = 0$ ),  $V_P$  (tension de pincement),  $C_{gs}$ ,  $C_{gd}$  (capacités de transition),  $r_{ds}$  (résistance dynamique de sortie).

**Le transistor bipolaire à jonction (JBT)**

en mode actif



avec  $\begin{cases} v_{BE}(t) = V_{BE} + v_{be}(t) \\ i_B(t) = I_B + i_b(t) \end{cases}$

**Régime continu**

Modèle mathématique non linéaire (équations d'Ebers-Molls en mode actif)

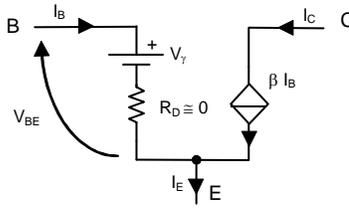
$$I_C = \beta I_B = \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} \left( 1 + \frac{V_{CE}}{V_A} \right) \quad \text{(NPN)} \quad I_C = \beta I_B = \beta I_{BS} e^{\frac{V_{EB}}{U_T}} \left( 1 + \frac{V_{EC}}{V_A} \right) \quad \text{(PNP)}$$

$$I_C = \beta I_B = \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} \quad \text{(NPN)} \quad I_C = \beta I_B = \beta I_{BS} e^{\frac{V_{EB}}{U_T}} \quad \text{(PNP)} \quad \text{(effet Early négligé)}$$

Transistors technologiquement identiques : mêmes  $\beta$  et  $I_{BS}$ .

Modèle linéarisé

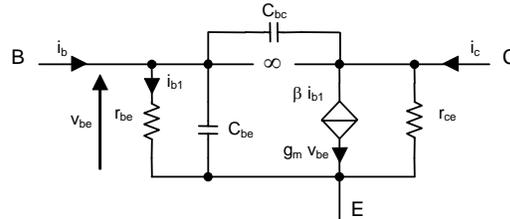
$$\begin{cases} I_E = I_B + I_C \\ I_C = \beta I_B \\ |V_{BE}| \cong 0.6 \text{ à } 0.7 \text{ V} \end{cases}$$



Régime dynamique aux faibles signaux

Modèle linéarisé

$$\begin{cases} r_{be} = \frac{U_T}{I_{B_0}} = \frac{U_T}{I_{C_0}} \beta \\ r_{ce} = \frac{V_A + V_{CE_0}}{I_{C_0}} \cong \frac{V_A}{I_{C_0}} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} g_m = \frac{\beta}{r_{be}} \\ C_{be} + C_{bc} = \frac{I_{C_0}}{2\pi U_T f_t} \end{cases}$$



Données du constructeur :  $\beta$  (valeur typique acceptable en régimes statique et dynamique),  $C_{bc}$  (capacité de transition),  $f_t$  (fréquence de transition),  $V_A$  (tension d'Early supposée grande devant  $V_{CE_0}$ ).

Tableau récapitulatif sur le choix du modèle du composant en fonction du régime étudié

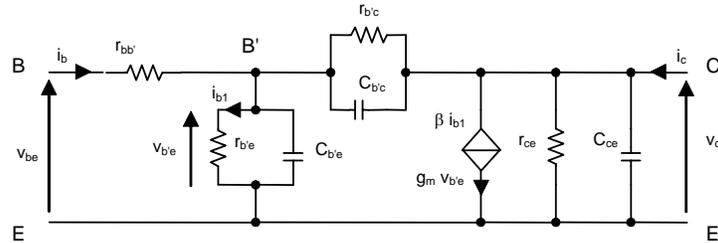
		diode	JFET	JBT
Régime continu	modèle linéaire par morceaux	$V_D = R_D I_D + V_\gamma$		$ V_{BE}  \cong 0.6 \text{ V}, I_C = \beta I_B$
	modèle mathématique	$I_D \cong I_S \left( e^{\frac{V_D}{U_T}} - 1 \right)$	$I_D = I_{DSS} \left( 1 - \left  \frac{V_{GS}}{V_P} \right  \right)^2$	$I_C \cong \beta I_{BS} e^{\frac{ V_{BE} }{U_T}}$ (mode actif direct)
Régime dynamique	modèle faibles signaux aux fréquences basses et moyennes	$r_d = \frac{U_T}{I_{D_0}}, r_i = \infty$	$g_m = \pm \frac{2}{V_P} \sqrt{I_D I_{DSS}}$ $r_{ds}$	$g_m = \frac{\beta}{r_{be}}$ $r_{be} = \frac{U_T}{I_{C_0}} \beta, r_{ce} \cong \frac{V_A}{I_{C_0}}$
	aux fréquences hautes	$C_d, C_t$	$C_{gs}, C_{gd}$	$C_{be} \cong \frac{I_{C_0}}{2\pi U_T f_t} - C_{bc}$
Données constructeur		$R_d, V_\gamma, C_d, C_t$	$I_{DSS}, V_P, r_{ds}, C_{gs}, C_{gd}$	$\beta, V_A, C_{bc}, f_t$
Hypothèses simplificatrices		$V_D \cong -V_Z$ pour zener ( $R_Z = 0$ )		$ V_{BE}  \cong V_\gamma, R_D = 0$ $V_A \gg V_{CE_0}$

- Transistors technologiquement identiques : mêmes  $\beta, I_{BS}$  pour les JBT ou mêmes  $I_{DSS}, V_P$  pour les JFET au sein du modèle non linéaire en régime continu ; pour le JBT en mode actif direct du modèle Ebers-Moll, l'expression du transfert est simplifiée

$$I_C = \beta I_{BS} e^{\frac{|V_{BE}|}{U_T}} \left( 1 + \frac{|V_{CE_0}|}{V_A} \right) \cong \beta I_{BS} e^{\frac{|V_{BE}|}{U_T}} \text{ avec } |V_{CE_0}| \ll V_A \text{ (tension d'Early).}$$

## Modèle de Giacoletto

En régime dynamique faibles signaux, le transistor bipolaire se comporte comme un quadripôle linéaire en hautes fréquences. Le schéma équivalent en montage émetteur commun, appelé encore schéma de Giacoletto, est représenté sur la figure suivante.



En premier lieu, on remarque l'introduction du point  $B'$  constituant le niveau de base vraie. On définit ainsi :

- $r_{bb'}$  comme étant la résistance extrinsèque de base située entre le foyer actif des porteurs  $B'$  et la connexion de base  $B$  ; sa valeur n'est pratiquement pas influencée par la température, ni par une variation de courant.
- $r_{cc'}$  et  $r_{ee'}$  représentation semblable au niveau des autres électrodes.

Les jonctions du transistor sont représentées sous la forme d'un schéma  $R$ - $C$  parallèle. Une capacité de jonction est la résultante de

- une capacité de transition dominante dans une polarisation inverse telle que sa valeur est d'autant plus faible que la tension aux bornes est plus grande,
- une capacité de diffusion, représentant le phénomène de diffusion des porteurs à l'intérieur de la jonction, caractérisé d'une part, par le temps de transit (ou temps moyen mis par un porteur « commandé » pour aller de l'entrée à la sortie, et d'autre part, par la dispersion du flux des porteurs, dépendante du phénomène de recombinaison et des répulsions mutuelles qui conduit, tout compte fait, à une dispersion sur le temps de transit moyen (il faut souligner ici que l'assimilation du mécanisme de diffusion à une capacité n'est admissible que pour des fréquences beaucoup plus faibles que l'inverse du temps moyen).

Ainsi, la jonction base vraie - émetteur est une jonction polarisée dans le sens passant et sa modélisation est la suivante :

- $r_{b'e}$  est la résistance dynamique de la jonction vue de la base vraie ; sa valeur est inversement proportionnelle au courant de polarisation, donc dépendante du point de repos choisi, et varie avec la température  $r_{b'e} = \frac{U_T}{I_{B_0}} = \frac{U_T}{I_{C_0}} \beta$  avec  $U_T \cong 25 \text{ mV}$ ,
- $C_{b'e}$  est la capacité de la jonction modélisant le phénomène de diffusion; sa valeur est proportionnelle au courant de polarisation, donc dépendante du point de repos choisi, et varie avec la température  $C_{b'e} \cong \frac{I_{C_0}}{2\pi f_t U_T} - C_{b'c}$ .

La jonction base vraie - collecteur est une jonction polarisée dans le sens bloquant et sa modélisation est la suivante :

- $r_{b'c}$  est la résistance dynamique de la jonction polarisée en inverse (valeur très importante),
- $C_{b'c}$  est la capacité de la jonction modélisant le phénomène de transition.

Il est intéressant de noter que ces éléments constituent le circuit de couplage entre l'entrée et la sortie du transistor.

Il ne reste plus qu'à considérer ce qui se passe entre les électrodes du collecteur et de l'émetteur. Ceci est plus délicat à modéliser puisqu'il n'y a pas de jonction :

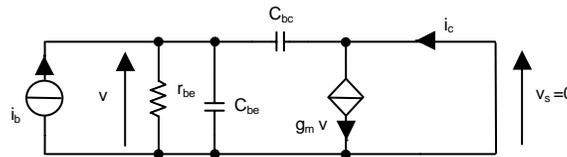
- $r_{ce}$  est la résistance dynamique qui définit grossièrement la résistance de sortie du transistor ; sa valeur peut être approchée par la tension d'Early  $V_A$  telle que  $r_{ce} \cong V_A / I_{C_0}$  si  $V_A \gg V_{CE_0}$ ,
- $C_{ce}$  est une capacité extrinsèque que l'on peut caractériser de type électrostatique (très faible).

La source de courant dépendante est liée aux variables de la branche supportant  $r_{b'e}$  illustre l'effet amplificateur du transistor. Dans cette représentation, le courant commandé est proportionnel à la tension  $v_{b'e}$  par le facteur  $g_m$  (pente interne du transistor) ou au courant traversant la résistance de jonction par le facteur  $\beta$  (gain en courant). Le relation liant les deux facteurs est  $g_m = \beta / r_{b'e}$ .

De façon pratique, cette modélisation du transistor n'est valable que pour des fréquences inférieures à la fréquence de transition, ceci à cause de la représentation du mécanisme de diffusion sous la forme d'une simple capacité. D'autre part, on considère que l'on peut négliger les influences de  $r_{b'c}$  et  $C_{ce}$  qu'on assimile à des circuits ouverts et l'influence de  $r_{bb'}$  qu'on assimile à un court-circuit. Les points B et B' étant confondus, les paramètres  $r_{b'e}$ ,  $C_{b'e}$ ,  $C_{b'c}$  s'identifient à  $r_{be}$ ,  $C_{be}$ ,  $C_{bc}$ . L'influence de la résistance  $r_{ce}$  peut être négligée qu'à condition que la charge soit faible.

**Evaluation du paramètre  $C_{be}$  du modèle**

Soit le montage émetteur commun excité en courant et chargé par un court-circuit ( $R_{ch} \ll r_{ce}$ ).



Il est nécessaire d'écrire l'expression du paramètre hybride  $h_{21_e}(\rho) = \frac{i_c}{i_b} = \beta(\rho)$

Equations de nœuds  $\rightarrow \begin{cases} i_b = v \left( \frac{1}{r_{b'e}} + C_{be}\rho + C_{bc}\rho \right) \\ i_c = v(g_m - C_{bc}\rho) \end{cases}$

$$\beta(\rho) = \beta_0 \frac{1 - \frac{\rho}{\omega_z}}{1 + \frac{\rho}{\omega_\beta}} \quad \text{avec } \omega_z = \frac{g_m}{C_{bc}} \quad \text{et } \omega_\beta = \frac{1}{r_{be}(C_{be} + C_{bc})} \quad (\omega_\beta \ll \omega_z)$$

La fréquence de transition  $f_t$  est la fréquence à laquelle le gain en courant en court-circuit d'un émetteur commun a une amplitude unité :

$$\beta(\rho) \cong \frac{\beta_0}{1 + \frac{\rho}{\omega_\beta}} \quad \text{pour } \omega \leq \omega_t \quad \Rightarrow \quad |\beta(j\omega_t)| \cong \frac{\beta_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_t}{\omega_\beta}\right)^2}} \quad \Rightarrow \quad 1 \cong \beta_0 \frac{\omega_\beta}{\omega_t} \quad \text{car } \omega_\beta \ll \omega_t$$

soit  $1 \cdot f_t \cong \beta_0 f_\beta$  (produit gain en courant x fréquence de coupure haute constant pour un système passe-bas du premier ordre), d'où l'expression de la capacité de diffusion :

$$C_{be} \cong \frac{g_m}{2\pi f_t} - C_{bc} \quad (\beta, f_t, C_{bc} \text{ données constructeur}).$$

### Méthode de travail pour la caractérisation linéaire d'un étage différentiel

Cette méthode de travail est valable pour un étage différentiel à structure symétrique (charges identiques). Si les charges sont différentes (résistances ou miroir de courant), la méthode reste valable à condition que les transistors attaquent les charges en courant ( $r_{ce} = \infty$ ).

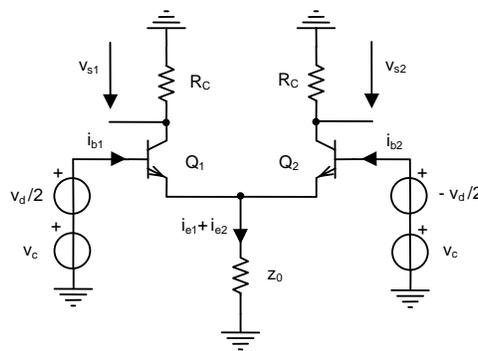
Les sources de tension à l'entrée de l'étage se décomposent chacune en deux sources mises en série, faisant apparaître des composantes propres à un régime différentiel et à un régime de mode commun :

$$v_1 = \frac{V_1 - V_2}{2} + \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{V_d}{2} + V_c, \quad v_2 = -\frac{V_1 - V_2}{2} + \frac{V_1 + V_2}{2} = -\frac{V_d}{2} + V_c.$$

Le circuit étant linéaire, ces deux régimes sont étudiés séparément par application du théorème de superposition en effectuant deux étapes :

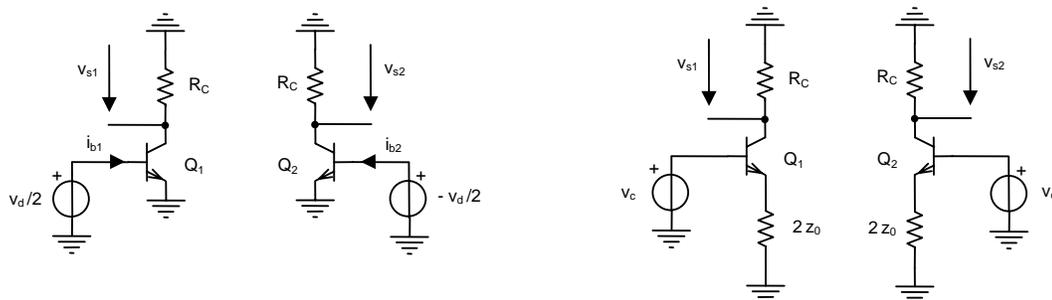
- ① l'étude du régime différentiel issu d'une attaque symétrique ( $\pm v_d/2$ ), les sources de mode commun étant éteintes ( $v_c = 0$ ), permettant de caractériser les performances  $A_d, Z_d, Z_s$ ,
- ② l'étude du régime de mode commun issu d'une attaque parallèle ( $+v_c$ ), les sources différentielles étant éteintes ( $v_d = 0$ ), permettant de caractériser les performances  $A_c, Z_c$ .

➤ Exemple d'un amplificateur différentiel classique (résistances de charge identiques)



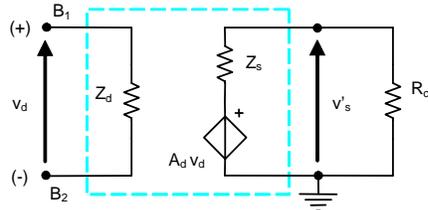
Les transistors  $Q_1, Q_2$  étant supposés technologiquement identiques, les courants d'entrées se retrouvent, à une même proportionnalité près, sommés dans la résistance commune d'émetteur  $z_0$ . Si les courants sont issus d'une attaque en tension symétrique ( $i_{b1} = -i_{b2}$ ), il ne passe aucun courant dans  $z_0$  et les émetteurs des transistors sont à la masse. Si les courants sont issus d'une attaque en tension parallèle ( $i_{b1} = i_{b2}$ ), le courant dans  $z_0$  est égal à  $2i_e$ , en posant  $i_{e1} = i_{e2} = i_e$ , et la résistance vue par le courant d'émetteur de  $Q_1$  ou  $Q_2$  est  $2z_0$ .

Cela fait apparaître deux demi-schémas dans chacun des régimes.

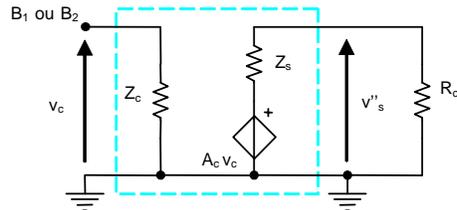


De façon générale, pour chacune des études, le choix du demi-schéma s'imposera selon la sortie envisagée (sortie vers l'étage suivant par exemple). Dans le cas présent où les charges de collecteurs sont égales, il n'apparaît qu'une différence dans les performances, à savoir le signe du gain en tension sur le schéma de gauche.

La représentation de l'amplificateur dans son régime purement différentiel est une source de tension contrôlée par la tension différentielle appliquée sur la branche contrôlante supportant  $Z_d$ .



De même, la représentation de l'amplificateur dans son régime de mode commun est une source de tension contrôlée par la tension de mode commun appliquée sur la branche contrôlante supportant  $Z_c$ , schéma vu des bases de  $Q_1$  ou  $Q_2$ .



### Méthode de travail pour la caractérisation linéaire d'un circuit complexe

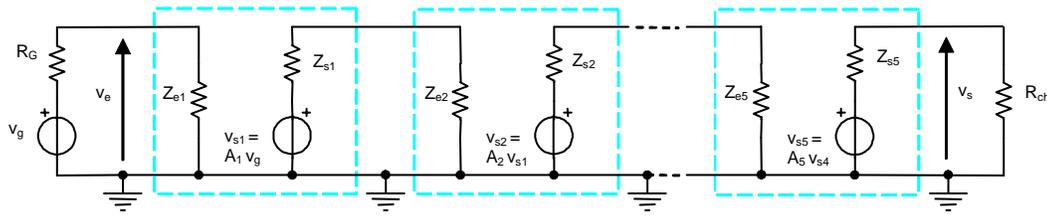
Dans le cadre d'étude en régime dynamique (faibles signaux), la méthode consiste à découper le circuit en étages élémentaires. Pour chaque étage en cascade, le dipôle de sortie, représenté par son schéma équivalent de Thévenin ou Norton à vide, est à l'image d'un générateur d'attaque pour l'étage suivant et ainsi de suite.

Deux étapes sont nécessaires :

- ① La première étape permet l'évaluation du transfert en tension à vide, ou du courant de court-circuit selon le cas, et la résistance de sortie du circuit, fournissant ainsi un dipôle équivalent sous la forme Thévenin ou Norton. La procédure commence par l'obtention du dipôle équivalent relatif au premier étage attaqué par l'équivalent de Thévenin ou Norton, l'étage suivant étant non connecté. Le dipôle obtenu attaque l'étage suivant dans les mêmes conditions de charge et la procédure se poursuit jusqu'au dernier étage non chargé.
- ② La deuxième étape permet l'évaluation de la résistance d'entrée du circuit. La procédure de calcul considère le dernier étage chargé dont on évalue la résistance d'entrée (résistance de Thévenin ou Norton du dipôle). La résistance obtenue servira de charge pour l'étage précédent dont on évalue la résistance d'entrée et la procédure se poursuit jusqu'au premier étage.

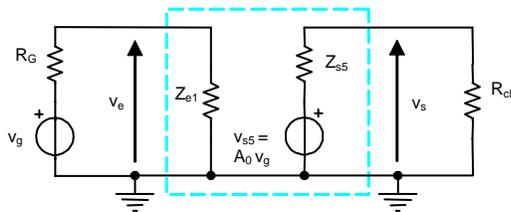
Ainsi, la résistance d'entrée du premier étage est la résistance d'entrée du circuit, la résistance de sortie du dernier étage est la résistance de sortie du circuit non chargé et le transfert à vide ou en court-circuit en sortie du montage est le produit des gains élémentaires puisque l'atténuation inter-étages a été prise en compte par la présence de la résistance du dipôle d'attaque.

Exemple d'un amplificateur de tension à cinq étages en cascade



Le circuit d'attaque est représenté sous la forme d'un dipôle de Thévenin ( $R_G, v_g$ ) et la résistance  $R_{ch}$  est la charge terminale.

Nous aboutissons au schéma suivant produisant une résistance d'entrée fermant la maille du circuit d'attaque et un dipôle de Thévenin branché sur la charge.



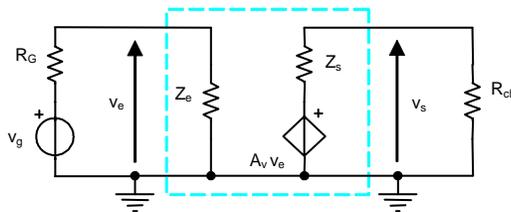
Les impédances d'entrée et de sortie de l'amplificateur sont respectivement  $Z_e = Z_{e1}$  et  $Z_s = Z_{s5}$ .

Le gain en tension est  $A_0 = \frac{v_{s5}}{v_g} = \prod_{i=1}^5 A_i$  à vide et  $v_s = A_0 v_g \frac{R_{ch}}{R_{ch} + Z_s}$  en charge.

La représentation d'un amplificateur à transfert quelconque (tension, courant, résistance de transfert, conductance de transfert) fait apparaître un modèle utilisant une source contrôlée de tension ou de courant, associée à une branche contrôlante supportant une impédance.

Exemple de l'amplificateur de tension précédent

Dans ce cas, la source liée de tension est commandée par  $v_e$ , tension aux bornes de la branche contrôlante supportant la résistance d'entrée  $Z_e$  du quadripôle.



Le transfert en tension doit être calculé à nouveau en tenant compte du pont résistif en entrée.

$$A_0 v_g = A_0 \frac{Z_e + R_G}{Z_e} v_e \Rightarrow A_v = A_0 \left( 1 + \frac{R_G}{Z_e} \right) \text{ (non chargé)}$$

## Méthode de travail pour la réponse en fréquence (approximation du pôle dominant)

La méthode, dite par « approximation du pôle dominant » proposée ici, permet une détermination plus directe de la bande passante d'un amplificateur à large bande dans le cadre d'une étude en régime dynamique aux faibles signaux. La stabilité du système peut aussi être discutée dans le cadre de la réponse aux fréquences hautes (marge de phase).

Considérons un circuit linéaire constitué de résistances, de condensateurs et de sources liées. Le nombre de pôles de la fonction de transfert associée au circuit égale le nombre de condensateurs indépendants (ordre du système). Dans le cas d'une fonction de transfert à pôles réels, celle-ci s'écrit pour un ordre  $n$  :

$$H(p) = H_0 \frac{N(p)}{\left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right) \left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right) \left(1 + \frac{p}{\omega_3}\right) \dots} = H_0 \frac{N(p)}{1 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3 + \dots}$$

avec  $a_1 = \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} + \dots$ ,  $a_2 = \frac{1}{\omega_1 \omega_2} + \frac{1}{\omega_1 \omega_3} + \frac{1}{\omega_2 \omega_3} + \dots$ , etc et  $N(p)$  polynôme d'ordre  $\leq n$ .

Nous ne nous intéressons qu'aux coefficients  $a_1$  et  $a_2$  en vue de l'application de la méthode dite de l'« approximation du pôle dominant » détaillée plus bas. La forme analytique ci-dessus montre que ces coefficients sont égaux respectivement à une somme et à un produit de constantes de temps qui peuvent s'écrire de la manière suivante :

$a_1 = \sum_{i=1}^k R_i^0 C_i$  : somme de toutes les constantes de temps à vide du circuit, avec  $k$  le nombre de tous

les condensateurs du schéma et  $R_i^0$  la résistance vue par  $C_i$  à fréquence nulle. La notation adoptée pour les résistances  $R_i^0$  est la suivante : l'indice donne la référence de la capacité  $C_i$  aux bornes de laquelle la résistance est calculée et l'exposant indique que le calcul est effectué à fréquence nulle, tous autres les condensateurs étant assimilés à des circuits ouverts.

$a_2 = \sum R_i^0 C_i \cdot R_j^i C_j$  avec  $R_i^0 C_i \cdot R_j^i C_j = R_j^0 C_j \cdot R_i^j C_i$  : somme pour toutes les paires possibles de capacités avec  $R_j^i$  la résistance vue par  $C_j$  lorsque  $C_i$  est court-circuitée, les autres condensateurs étant assimilés à des circuits ouverts. La notation adoptée pour les résistances  $R_j^i$  est la suivante : l'indice donne la référence de la capacité  $C_j$  aux bornes de laquelle la résistance est calculée et l'exposant indique que le calcul est effectué à fréquence nulle, tous les autres condensateurs étant assimilés à des circuits ouverts à l'exception du condensateur  $C_j$  assimilé à un court-circuit. Quant au choix de la constante de temps à vide  $R_j^0 C_j$  ou en court-circuit  $R_i^j C_j$ , il résulte de la topologie du circuit présentant le calcul le plus commode.

Notons enfin que les expressions analytiques de ces coefficients correspondent exactement à celles obtenues par la méthode traditionnelle de mise en équations. Ainsi, l'écriture d'une fonction de transfert du second ordre est plus rapide par cette méthode des constantes de temps.

### Approximation du pôle dominant

Hypothèse : la fonction de transfert est supposée à pôles réels et présente une pulsation  $\omega_1$ , issue du pôle provoquant la coupure à  $-3$  dB, nettement éloignée des pulsations issues des autres pôles et zéros.

- Exemple d'un système passe-bas du second ordre (réponse aux fréquences hautes)

La fonction de transfert est de la forme

$$H(p) = \frac{H_0}{\left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right)} = \frac{H_0}{1 + a_1 p + a_2 p^2} \quad \text{avec } a_1 = \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} \text{ et } a_2 = \frac{1}{\omega_1 \omega_2}.$$

$$\text{Posons } \varepsilon = \frac{\omega_1}{\omega_2} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{1}{\omega_1}(1 + \varepsilon) \\ a_2 = \frac{a_1}{\omega_2(1 + \varepsilon)} \end{cases}, \text{ si } \omega_1 \ll \omega_2 \ (\varepsilon \ll 1) \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 \cong \frac{1}{a_1} \\ \omega_2 \cong \frac{a_1}{a_2} \end{cases}.$$

Notons que l'hypothèse  $\omega_1 \ll \omega_2$  sous-estime la valeur du pôle dominant  $\omega_1$  et surestime la valeur de  $\omega_2$ . L'approximation sera d'autant plus précise que  $\omega_1$  est distant des autres pôles et zéros (les zéros étant au-delà de deux décades du pôle dominant).

Dans le cas présent où le circuit présente deux condensateurs indépendants  $C_1$  et  $C_2$ , les coefficients s'écrivent  $a_1 = R_1^0 C_1 + R_2^0 C_2$  et  $a_2 = R_1^0 C_1 R_2^1 C_2 = R_1^2 C_1 R_2^0 C_2$ .

$$f_1 \cong \frac{1}{2\pi(R_1^0 C_1 + R_2^0 C_2)} \ (f_h \cong f_1) \text{ et } f_2 \cong \frac{1}{2\pi} \frac{R_1^0 C_1 + R_2^0 C_2}{R_1^0 C_1 R_2^1 C_2} = \frac{1}{2\pi} \frac{R_1^0 C_1 + R_2^0 C_2}{R_1^2 C_1 R_2^0 C_2} = \frac{1}{2\pi R_2^1 C_2} + \frac{1}{2\pi R_1^2 C_1}.$$

L'inverse de la fréquence de coupure haute  $f_h$  à 3 dB est approché par la somme des inverses des fréquences de coupure produites par chaque capacité, les autres étant assimilées à un circuit ouvert.

• Exemple d'un système passe-haut du second ordre (réponse aux fréquences basses)

La fonction de transfert est de la forme

$$H(p) = H_0 \frac{\left(1 + \frac{p}{\omega_3}\right) \frac{p}{\omega_4}}{\left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right)} = H_0 \frac{\left(1 + \frac{p}{\omega_3}\right) \frac{p}{\omega_4}}{1 + a_1 p + a_2 p^2} \quad \text{avec } a_1 = \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2}, \ a_2 = \frac{1}{\omega_1 \omega_2}, \ \omega_1 \omega_2 = \omega_3 \omega_4.$$

$$\text{si } \omega_1 \gg \omega_2 \Rightarrow \omega_1 \cong \frac{a_1}{a_2} \text{ (surestimé)}, \ \omega_2 \cong \frac{1}{a_1} \text{ (sous-estimé)}$$

Nous obtenons les expressions duales du cas précédent :

$$f_1 \cong \frac{1}{2\pi} \frac{R_1^0 C_1 + R_2^0 C_2}{R_1^1 C_1 R_2^1 C_2} = \frac{1}{2\pi R_2^1 C_2} + \frac{1}{2\pi R_1^1 C_1} \ (f_b \cong f_1) \text{ et } f_2 \cong \frac{1}{2\pi(R_1^0 C_1 + R_2^0 C_2)}$$

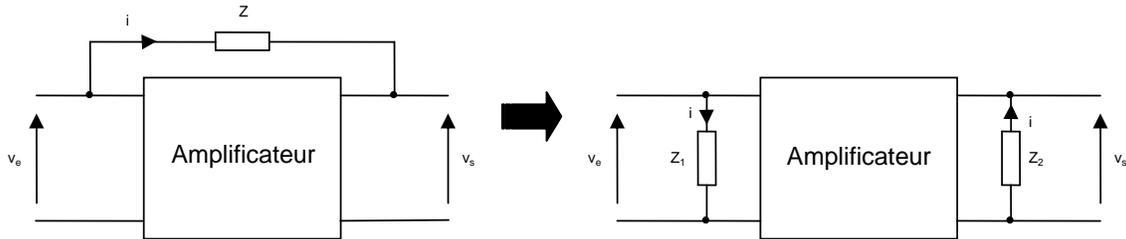
La fréquence de coupure basse  $f_b$  à 3 dB est approchée par la somme des fréquences de coupure associées à chaque condensateur, l'autre étant assimilé à un court-circuit. En généralisant à plus de deux condensateurs, nous pouvons écrire l'équation suivante :

$$f_b \cong \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\pi R_i^\infty C_i} = \sum_{i=1}^n f_{b_i}$$

où  $R_i^\infty$  est la résistance vue par  $C_i$  lorsque les autres condensateurs sont court-circuités (calcul effectué à fréquence infinie). La fréquence de coupure à 3 dB est approchée par simple addition des fréquences de coupure à 3 dB produites indépendamment par chaque condensateur du circuit.

### Transformation de schéma par application du théorème de Miller

Le théorème de Miller s'applique sur une topologie très spécifique reconnaissable par une impédance branchée entre l'entrée et la sortie d'un amplificateur attaqué en tension. L'application du théorème transforme le schéma original en un schéma plus simple à traiter analytiquement grâce à la disparition de la contre-réaction. La mise en équations du circuit sera alors plus directe pour le calcul du transfert et de l'impédance d'entrée du circuit considéré.

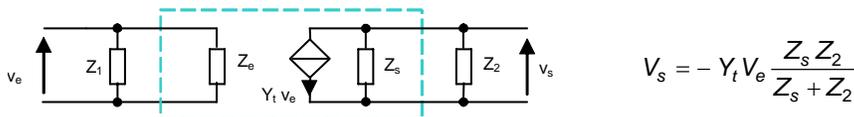


$$\begin{cases} V_e(p) - V_s(p) = Z(p)I(p) \\ a_v(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)} \end{cases} \quad V_e(p)[1 - a_v(p)] = Z(p)I(p) \Rightarrow Z_1(p) = \frac{V_e(p)}{I(p)} = \frac{Z(p)}{1 - a_v(p)}$$

$$-V_s(p) \left[ 1 - \frac{1}{a_v(p)} \right] = Z(p)I(p) \Rightarrow Z_2(p) = \frac{V_s(p)}{-I(p)} = \frac{Z(p)}{1 - \frac{1}{a_v(p)}}$$

L'attaque en tension ne peut correspondre qu'à un amplificateur de tension ou un amplificateur à admittance de transfert.

Si l'amplificateur est caractérisé par ses paramètres d'admittance de transfert ( $Z_e, Z_s, Y_t$ ), nous obtenons (en allégeant la notation de Laplace ne faisant pas apparaître le terme (p) des variables) :



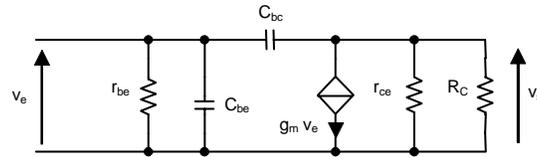
$$V_s = -Y_t V_e \frac{Z_s Z_2}{Z_s + Z_2}$$

$$a_v = \frac{V_s}{V_e} = -Y_t \frac{Z_s Z_2}{\left(1 - \frac{1}{a_v}\right) Z_s + Z_2} \Rightarrow a_v = \frac{-Y_t Z_s Z_2}{Z_s + Z_2} \text{ et } Z_1 = \frac{Z_e}{1 - \frac{-Y_t Z_s Z_2}{Z_s + Z_2}} = \frac{Z_e}{1 + Y_t Z_s} + \frac{Z_s}{1 + Y_t Z_s}$$

L'impédance ramenée à l'entrée est l'association en série de deux impédances. Il est important de constater que  $Z_2$ , impédance de la branche ramenée en sortie, n'a d'utilité que pour définir le transfert en tension  $a_v$ . Le schéma transformé par le théorème de Miller ne conduit donc qu'aux expressions du transfert en tension  $a_v$  et de l'impédance d'entrée  $Z_1 // Z_e$ . L'impédance de sortie du circuit ne peut être calculée qu'à partir du circuit original.

• Exemple d'un émetteur commun en H.F.

$$\text{Identification : } Z = \frac{1}{C_{bc} p}, Y_t = g_m, Z_s = r_{ce} // R_C \cong R_C \text{ et } Z_e = r_{be} // \frac{1}{C_{be} p}$$



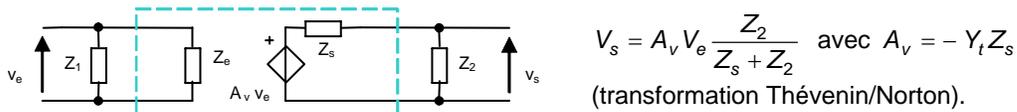
En régime sinusoïdal ( $p = j\omega$ ),

$$a_v(j\omega) = -g_m R_C \frac{1 - j\frac{\omega}{\omega_2}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}} \text{ avec } \omega_1 = \frac{1}{R_C C_{bc}} \text{ (pôle), } \omega_2 = \frac{g_m}{C_{bc}} \text{ (zéro) et } \omega_1 < \omega_2$$

d'où  $Z_1(j\omega) = \frac{1}{j\omega C_{bc}(1 + g_m R_C)} + \frac{R_C}{1 + g_m R_C}$ , association série d'une capacité  $C_1 = C_{bc}(1 + g_m R_C)$  et d'une résistance  $R_1 = \frac{R_C}{1 + g_m R_C}$ , branche en parallèle sur  $Z_e(j\omega)$ .

Pour des fréquences telles que  $f < f_1$ ,  $a_v = -g_m R_C$  (gain réel) et  $Z_1(j\omega) \cong \frac{1}{j\omega C_{bc}(1 + g_m R_C)}$ , c'est-à-dire que la capacité  $C_1 = C_{bc}(1 + g_m R_C)$  est uniquement ramenée en entrée.

Si l'amplificateur est caractérisé par ses paramètres de tension ( $Z_e, Z_s, A_v$ ), nous obtenons



$$V_s = A_v V_e \frac{Z_2}{Z_s + Z_2} \text{ avec } A_v = -Y_t Z_s$$

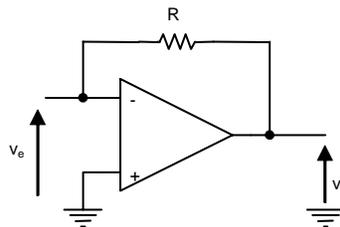
(transformation Thévenin/Norton).

Cette même expression de départ conduit évidemment aux mêmes résultats qui s'écrivent

$$a_v = \frac{A_v Z + Z_s}{Z_s + Z} \text{ et } Z_1 = \frac{Z + Z_s}{1 - A_v}$$

Ce dernier cas est plus explicite puisqu'il montre que l'impédance ramenée en entrée est l'impédance de sortie  $Z_s$  du quadripôle en série avec  $Z$ , divisée chacune par le terme  $(1 - A_v)$  où  $A_v$  est le gain en tension à vide du quadripôle non contre-réactionné.

☛ Exemple d'un amplificateur différentiel de tension



Identification :  $Z = R$ ,  $A_v = -A_d$ ,  $Z_s = R_s$  avec  $R_s \ll R$  et  $A_d \gg 1$

$$a_v = \frac{-A_d R + R_s}{R_s + R} \cong -A_d, R_1 = \frac{R + R_s}{1 + A_d} \cong \frac{R}{A_d} \text{ et faible résistance d'entrée } \frac{R}{A_d} // R_d \cong \frac{R}{A_d}$$

## Ouvrages spécialisés

- « Microélectronique », Tome 3 et 4, par J. Millman et A. Grabel (Mc Graw-Hill)
- « Principes et pratique de l'électronique », Tome 1, par F. de Dieuleveult et H. Fanet (Dunod)
- « Composants actifs discrets », Tomes 1 et 2, par M. Girard (Mc Graw-Hill)
- « Amplificateurs opérationnels », Tomes 1 et 2, par M. Girard (Mc Graw-Hill)
- « Amplificateurs de puissance », par M. Girard (Mc Graw-Hill)
- « Filtres actifs », par P. Bildstein (Editions Radio)

## Principaux symboles utilisés

$A_v$	gain d'un amplificateur de tension
$A_i$	gain d'un amplificateur de courant
$Z_t$	gain d'un amplificateur à résistance (impédance) de transfert
$Y_t$	gain d'un amplificateur à conductance (admittance) de transfert
$Z_e$	résistance (impédance) d'entrée d'un amplificateur
$Z_s$	résistance (impédance) de sortie d'un amplificateur
$\zeta$	coefficient d'amortissement
$\tau$	constante de temps de filtre
$\omega_n$	pulsation naturelle (pulsation propre non amortie)
$\omega_c$	pulsation de coupure à $-3$ dB
$\omega_{rip}$	pulsation définissant la bande d'ondulation d'un filtre passe-bas
$B(p)$	fonction de transfert de la chaîne de retour
$G(p)$	fonction de transfert de la chaîne directe
$H(p)$	fonction de transfert en boucle fermée
$R_G$	résistance de générateur
$v_G(t), i_G(t)$	tension, courant du générateur
$v_E(t), i_E(t)$	tension, courant d'entrée du montage
$v_S(t), i_S(t)$	tension, courant de sortie du montage

## Notations de variables

Superposition des régimes continu et dynamique aux faibles signaux :  $i_E(t) = I_{E_0} + i_e(t)$ ,  $v_E(t) = V_{E_0} + v_e(t)$ , ... avec  $I_{E_0}, V_{E_0}, \dots$  valeurs des variables en régime continu (polarisation),  $i_e(t), v_e(t), \dots$  variations (faibles signaux) des variables en régime dynamique.

Etude du régime pseudo-continu :  $I_E, V_E, V_D, \dots$  variations non linéaires des variables en régime continu (forts signaux)

Etude fréquentielle dans le plan de Bode ( $p = j\omega$ ) :  $I_E(p), V_E(p), \dots, Z_1(p), Y_1(p), \dots$  variables complexes et  $G(p), B(p), H(p)$  fonctions de transfert.