PARTIE C : DANS LE DOMAINE DE LA RADIOACTIVITÉ

Les traceurs radioactifs sont des radio-isotopes très utilisés en imagerie médicale pour l'exploration des organes.

Des dispositifs adaptés transforment en image les mesures d'activité enregistrées.

Le ^{11}C est un traceur radioactif utilisé pour suivre en particulier l'évolution de la maladie de Parkinson.
Le traceur radioactif se fixe sur le cerveau. L'activité moyenne résiduelle évolue au cours du temps selon la loi $A(t) = A_0 . e^{-\lambda t}$ (4).

1. L'évolution de l'activité d'un échantillon de ^{11}C est donnée sur le **graphique 2** de l'**ANNEXE n°1**. On va utiliser ce graphique pour atteindre les grandeurs radioactives caractéristiques du ^{11}C.

1.1 Montrer par analyse dimensionnelle que λ (constante radioactive), est identifiable à l'inverse d'un temps.
1.2 Rappeler la relation liant λ à la constante de temps τ du radio isotope. Exprimer la loi d'évolution A(t) en fonction de τ.
1.3 Évaluer graphiquement la valeur de la constante de temps τ et en déduire la valeur de λ.
On prendra par la suite $\lambda = 3{,}40.10^{-2}$ min^{-1}.
1.4 Définir le temps de demi-vie $t_{1/2}$, le déterminer graphiquement.

2. $A(t) = A_0 . e^{-\lambda t}$ étant solution de l'équation différentielle $\frac{dA}{dt} + \lambda . A(t) = 0$, on se propose d'utiliser la méthode itérative d'Euler pour résoudre cette équation.
On rappelle que pour une grandeur variable x(t), la méthode d'Euler permet d'écrire: $x(t + \Delta t) = x(t) + \frac{dx}{dt}\Delta t$
Exploiter cette équation pour établir la relation liant $A(t+\Delta t)$, $A(t)$, λ et Δt.

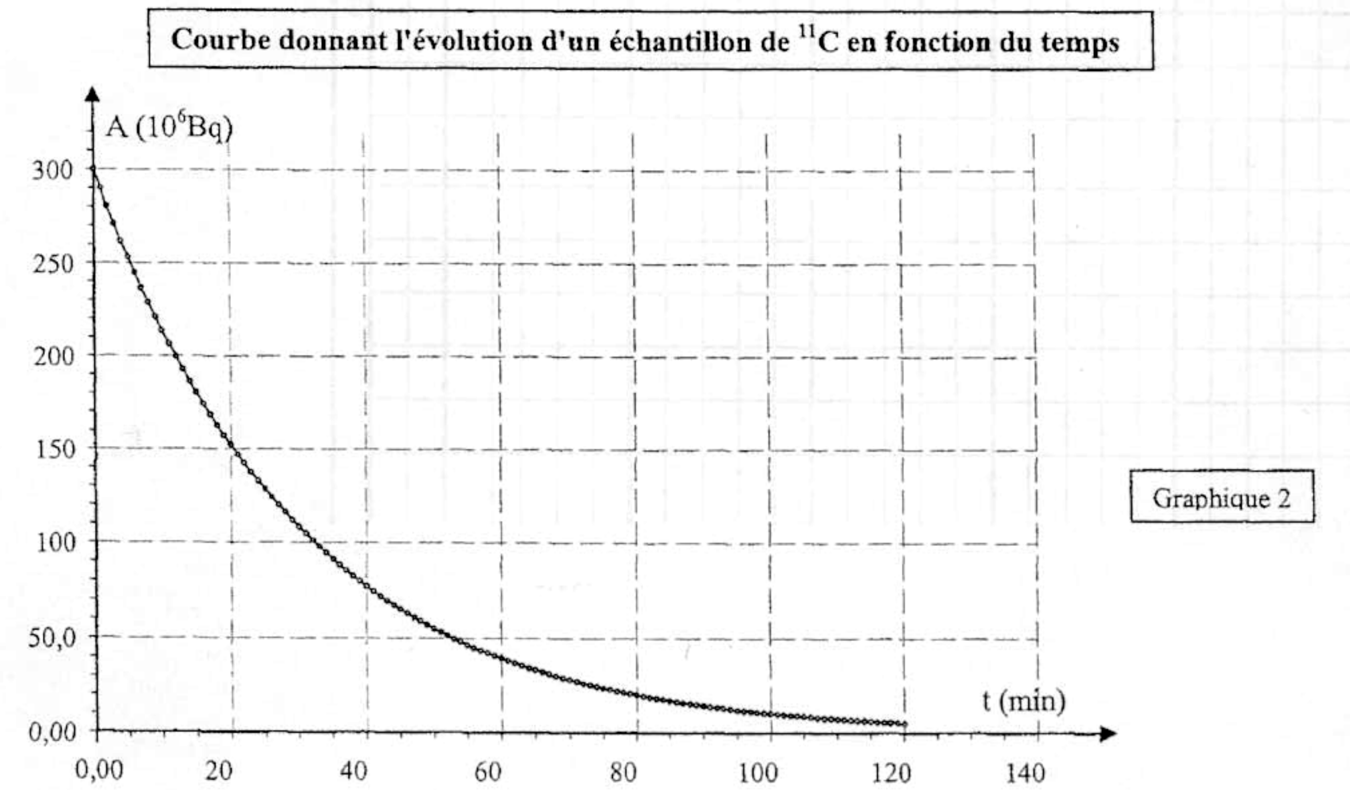
3. L'activité initiale de la dose injectée au patient est $A_0 = A(t_0) = 3{,}00.10^8$ Bq.
La méthode d'Euler impose de se fixer un pas Δt pour effectuer les calculs.

3.1. Justifier que la valeur Δt = 15 min n'est pas correctement adaptée à l'étude.
3.2. On choisit de faire les calculs avec un pas Δt = 5 min. Recopier et compléter le tableau ci-dessous mettant en parallèle les résultats obtenus avec la méthode d'Euler et ceux obtenus à partir de l'équation théorique (4).

Date (min)	A_{Euler} (Bq)	$A_{\text{théorique}}$ (Bq)
0	$3{,}00.10^8$	$3{,}00.10^8$
5		$2{,}53.\ 10^8$
10	$2{,}07.10^8$	
15	$1{,}72.10^8$	$1{,}80.10^8$

3.3. On considérera que le choix de Δt est pertinent si l'écart relatif entre A_{Euler} et $A_{\text{théorique}}$ est inférieur à 5%. La valeur proposée pour Δt vous semble-t-elle correctement adaptée ?

ANNEXE n°1



Courbe donnant l'évolution d'un échantillon de ^{11}C en fonction du temps
A (10^6Bq)
300
250
200
150
100
50,0
0,00
t (min)
0,00
20
40
60
80
100
120
140
Graphique 2