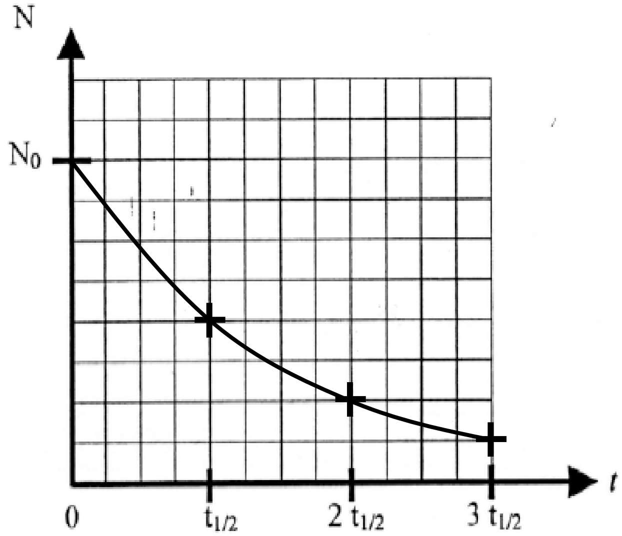
Correction « Deux isotopes de l'iode pour étudier la thyroïde » (Nouvelle Calédonie 2004)

1. Le noyau $^{131}_{53}I$ contient Z = 53 protons et A–Z = 131–53 = 78 neutrons

2. $N_0 = n \cdot N_A$

$$N_0 = \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{1{,}00 \times 10^{-6}}{131} \times 6{,}02 \times 10^{23}$$

$\mathbf{N_0 = 4{,}60 \times 10^{15}}$ **atomes**



3. Au cours d'une transformation nucléaire, il y a conservation du nombre de charges (Z) et du nombre de masse (A).

$$^{131}_{53}I \rightarrow {}^{131}_{54}Xe + {}^{0}_{-1}e$$

4.1. $\mathbf{N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$

4.2.1. La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée nécessaire pour la moitié des noyaux initialement présents se soient désintégrés. À $t = t_{1/2}$, on a $N(t_{1/2}) = N_0/2$.

4.2.2. $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_{1/2}}$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot t_{1/2}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{e^{\lambda \cdot t_{1/2}}}$$

$\ln 2 = \ln e^{\lambda \cdot t1/2}$ donc $\ln 2 = \lambda \cdot t_{1/2}$

soit $\mathbf{\ln 2 = \lambda \times t_{1/2}}$

4.3. À t = 0, il y a N_0 noyaux.

À $t = t_{1/2}$, il reste $N_0/2$ noyaux.

À $t = 2 \cdot t_{1/2}$, il reste $\frac{N_0/2}{2} = \frac{N_0}{4}$ noyaux

À $t = 3 \cdot t_{1/2}$, il reste $\frac{N_0/4}{2} = \frac{N_0}{8}$ noyaux.

5.1. On dérive la fonction $N(t) = N_0 \,.\, e^{-\lambda \times t}$

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \times t}$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \cdot N(t)$$

soit en valeur absolue $\left|\frac{dN(t)}{dt}\right| = \mathbf{\lambda \times N(t) = A(t)}$

Il y a bien proportionnalité entre A(t) et N(t), la constante de proportionnalité est égale à la constante radioactive λ.

5.2. Pour t = 0, $A_0 = \lambda \cdot N_0$.

On a établi précédemment que $\ln 2 = \lambda \cdot t_{1/2}$ donc $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

soit $\mathbf{A_0 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot N_0}$

on sait que $N_0 = 4{,}60 \times 10^{15}$ noyaux et il faut exprimer $t_{1/2}$ en s, pour que A soit en Bq

$$A_0 = \frac{\ln 2}{8{,}0 \times 24 \times 3600} \times 4{,}60 \times 10^{15}$$

$A_0 = 4{,}613 \times 10^{9}$ Bq

$\mathbf{A_0 = 4{,}6 \times 10^{9}}$ **Bq**

5.3. L'examen a lieu 4 heures après l'ingestion, donc t = 4 h.

$A(t) = A_0 .\ e^{-\lambda . t}$ et $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$

donc $A(t) = A_0 \cdot\ e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} \times t}$

$A(t) = 4{,}6\times10^9 \cdot\ e^{-\frac{\ln 2}{8{,}0\times24}\times4}$

$A(t) = 4{,}534\times10^9$ Bq

Soit $A(t) = 4{,}5\times10^9$ Bq

5.4. $\dfrac{|\Delta A|}{A_0} = \dfrac{|4{,}5\times10^9 - 4{,}6\times10^9|}{4{,}6\times10^9} = $ **1,7 %** **<u>Calcul à effectuer avec les valeurs non arrondies</u>**

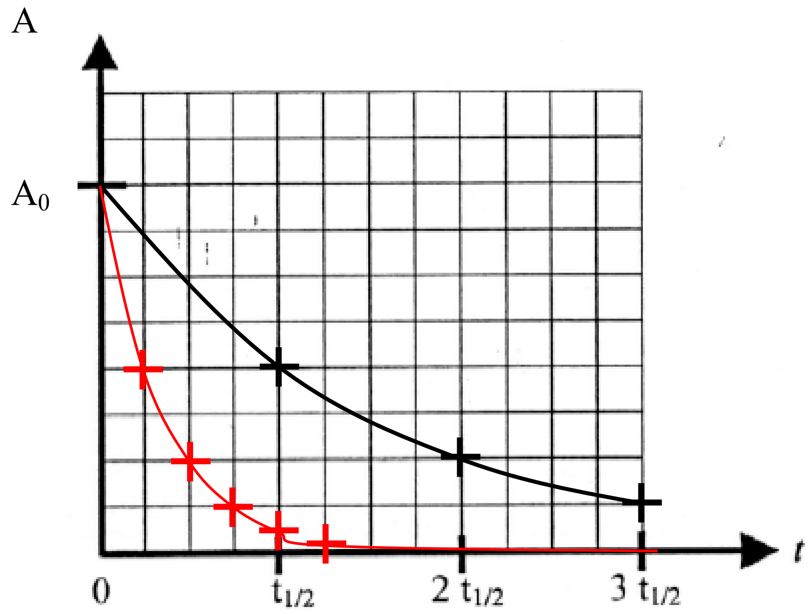
6. On nous dit qu'une méthode graphique peut être utilisée…

Comme $A(t) = \lambda\times N(t)$ alors la courbe N (t) a la même allure que celle représentative de A(t).

On peut alors représenter en rouge la décroissance N(t) qui correspond au cas où $t_{1/2}$ est plus faible.

On constate que l'activité diminue plus rapidement.

Donc avec l'isotope $^{123}_{53}I$, l'activité atteint $A = 4{,}5\times10^9$ Bq pour une durée plus faible qu'avec l'isotope $^{131}_{53}I$



Sur cette figure les proportions entre $t_{1/2}$ de l'isotope $^{123}_{53}I$ et $t_{1/2}$ de l'isotope $^{131}_{53}I$ ne sont pas respectées.