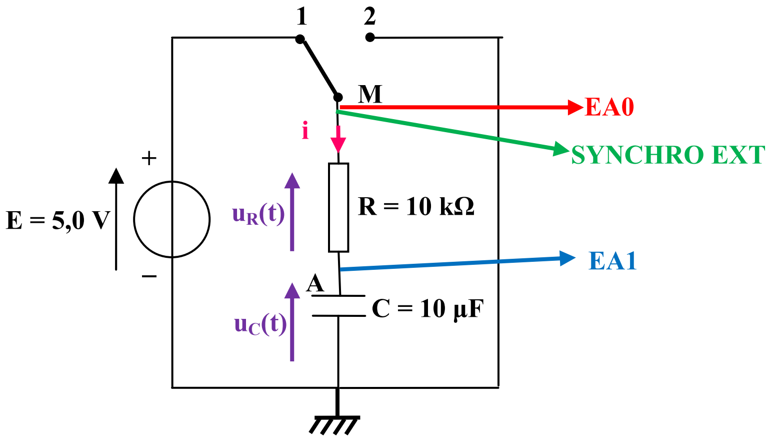
Corrigé du TP N° 5 de Physique : Etude de la charge et la décharge du condensateur

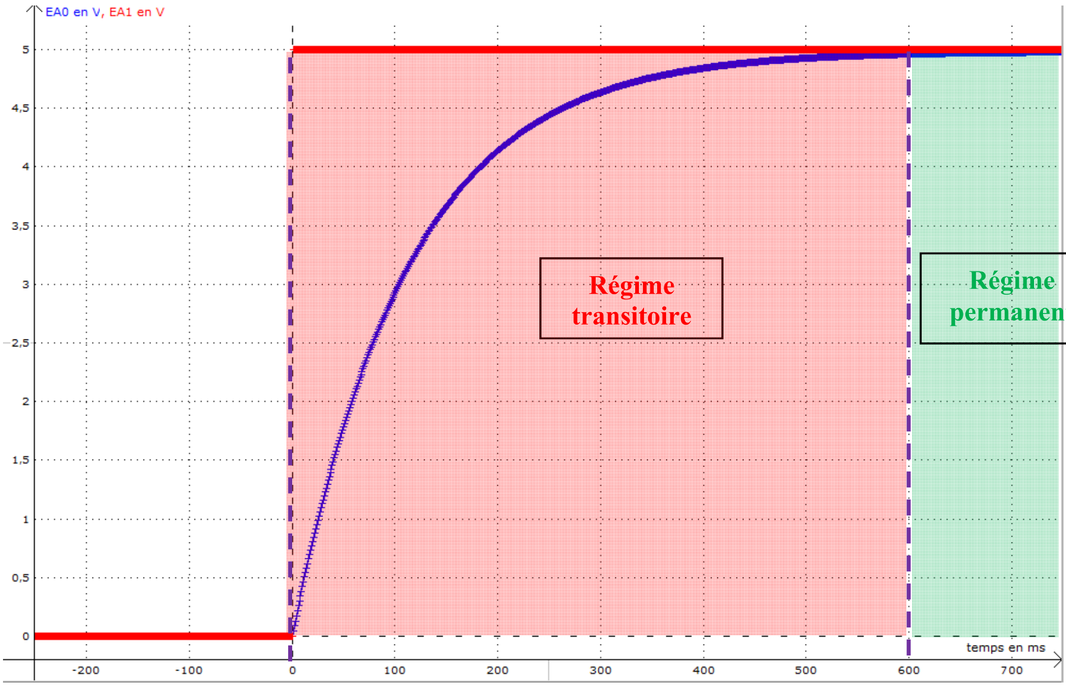
I. Acquisition informatique de la charge d'un condensateur

1)



2) Lorsqu'on bascule l'interrupteur en position 1 (charge du condensateur), la tension aux bornes du condensateur augmente.

3) La tension mesurée sur l'entrée **EA1** correspond à la tension aux bornes du générateur de tension.



Exploitation

1) Voir courbe

2) La tension maximale qu'atteint la tension $\mathbf{u_C}$ est $\mathbf{u_{C,max} = 5,0\ V = E}$. Elle est obtenue lors du **régime permanent**.

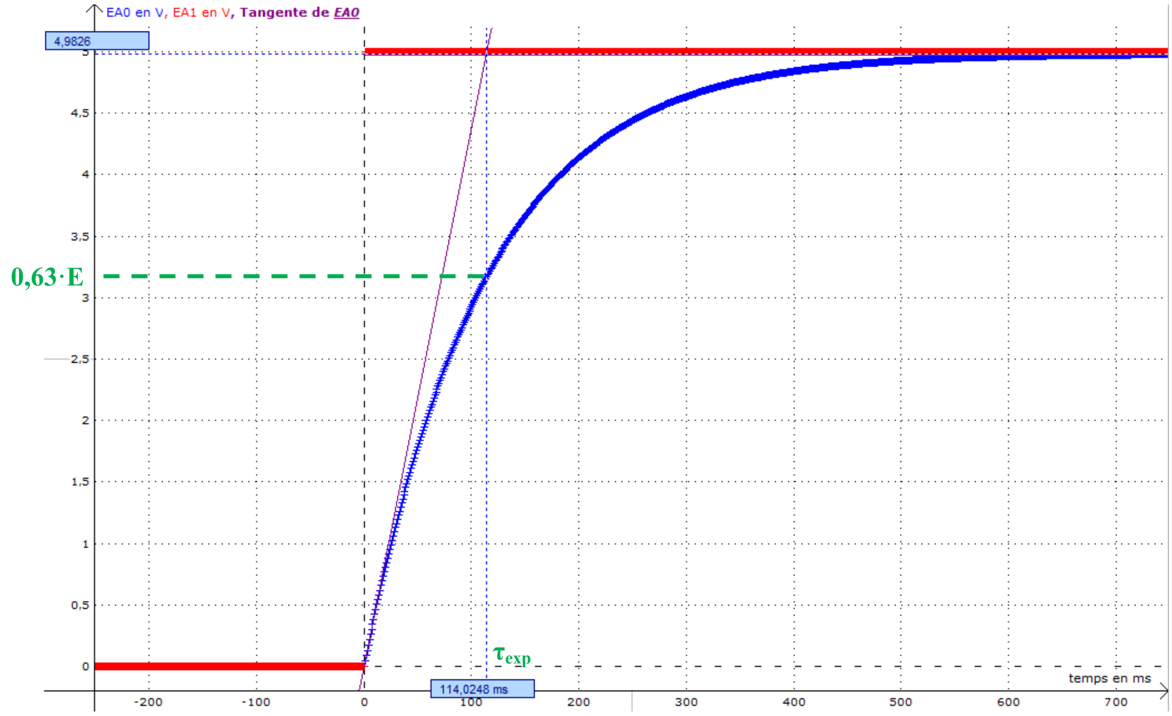
3) La valeur théorique de la constante de temps du circuit $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{R \times C} = 10 \cdot 10^3 \times 10 \cdot 10^{-6} = \mathbf{0,100\ s}$

4) La valeur expérimentale notée $\boldsymbol{\tau_{exp}}$ se déduit en traçant la tangente à l'origine de la courbe $u_C(t)$: l'abscisse du point d'intersection de cette tangente avec l'asymptote à la courbe $\mathbf{u_C(t)}$ donne la valeur de $\boldsymbol{\tau_{exp}}$ soit :

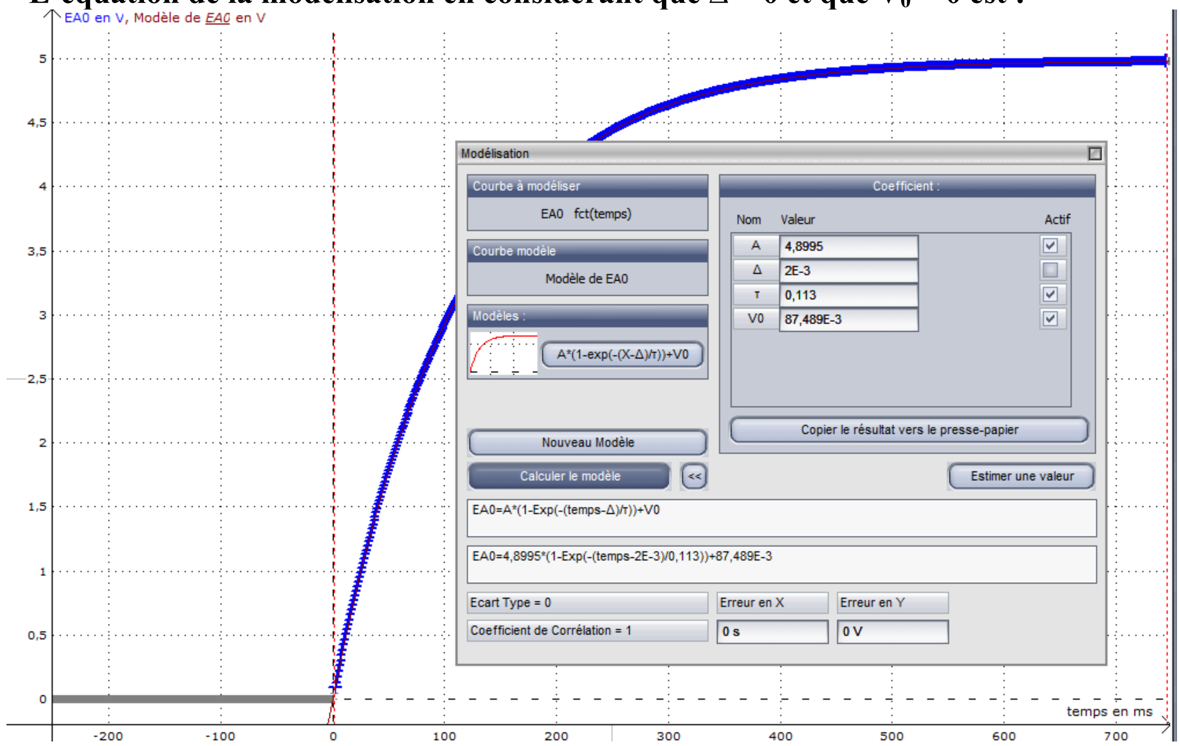
$$\boxed{\boldsymbol{\tau_{exp} = 0,114\ s}}$$

La valeur de $\boldsymbol{\tau_{exp}}$ est proche de celle de $\boldsymbol{\tau_{exp}}$ (la différence peut être due à la valeur de R qui n'a pas été mesurée et surtout à la valeur de C).

On montrera en classe qu'on peut également se placer à $\mathbf{u_C\ (\tau) = 0,63 \cdot E}$ et lire l'abscisse qui correspond à $\boldsymbol{\tau_{exp}}$.



➢ **L'équation de la modélisation en considérant que Δ = 0 et que V_0 = 0 est :**



$$\mathbf{u_C(t) = \overset{E}{4,90} \times \left[1 - Exp(-t / \overset{R\times C}{0,113})\right]}$$

De manière générale on trouve : $\boxed{\mathbf{u_C(t) = E \times \left[1 - Exp(-t/\tau)\right] = E \times \left[1 - Exp(-t/RC)\right]}}$

5) **En convention récepteur pour la résistance et le condensateur C, les flèches tension et intensité sont de sens opposés.**
6) D'après la loi des mailles on trouve : $\boxed{\mathbf{E = u_C(t) + u_R(t)}}$
7) D'après la loi d'Ohm qui ne s'applique que pour un CONDUCTEUR OHMIQUE , on a : $\boxed{\mathbf{u_R(t) = R \times i(t)}}$.
8) Sachant que $\mathbf{i(t) = \dfrac{d\,q(t)}{d\,t}}$ et que $\mathbf{q(t) = C \times u_C(t)}$ (d'après le TP N°4) alors on en déduit que :

$$\mathbf{i(t)} = \frac{\mathbf{d(C \times u_C(t))}}{\mathbf{dt}}$$ or C est une constante donc : $$\boxed{\mathbf{i(t)} = \mathbf{C} \times \frac{\mathbf{d(u_C(t))}}{\mathbf{dt}}}$$

9) La loi des mailles se réécrit donc : $\mathbf{E = u_C(t) + R \times C \times \frac{d(u_C(t))}{dt}}$ en divisant tout par R×C on a :

$$\boxed{\mathbf{\frac{E}{RC} = \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC} \times u_C(t)}}$$

10) La solution de cette équation différentielle est du type $\mathbf{u_C(t) = A \times (1 - e^{B \times t})}$ où $\mathbf{A > 0}$ et $\mathbf{B < 0}$ sont des constantes.

La tension $\mathbf{u_C(\infty)}$ aux bornes du condensateur en régime permanent vaut : $\mathbf{u_C(\infty) = E}$.

Lorsqu'on fait tendre le temps t vers + ∞ dans l'expression de $\mathbf{u_C(t)}$ on a :

$$\mathbf{u_C(\infty) = A \times (1 - 0) = A}$$

Par identification : $\mathbf{u_C(\infty) = E = A}$ donc $\boxed{\mathbf{A = E}}$

On a ainsi une nouvelle expression : $\boxed{\mathbf{u_C(t) = E \times (1 - e^{B \times t}) = E - E \cdot e^{B \times t}}}$

11) Calculons $\mathbf{\frac{du_C(t)}{dt}}$: $\mathbf{\frac{du_C(t)}{dt} = -E \times B \cdot e^{B \times t}}$

Or $u_C(t)$ vérifie l'équation différentielle : $\mathbf{\frac{E}{RC} = \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC} \times u_C(t)}$ donc

$$\mathbf{\frac{E}{RC} = -E \times B \cdot e^{B \times t} + \frac{1}{RC} \times \left[E - E \cdot e^{B \times t}\right]}$$

$$\mathbf{\frac{E}{RC} = -E \times B \cdot e^{B \times t} + \frac{E}{RC} - \frac{E \cdot e^{B \times t}}{RC}}$$

En factorisant par le terme $\mathbf{-E \cdot e^{B \times t}}$ on obtient :

$$\mathbf{\frac{E}{RC} = -E \cdot e^{B \times t} \times \left[B + \frac{1}{RC}\right] + \frac{E}{RC}}$$

$$\mathbf{0 = -E \cdot e^{B \times t} \times \left[B + \frac{1}{RC}\right]}$$

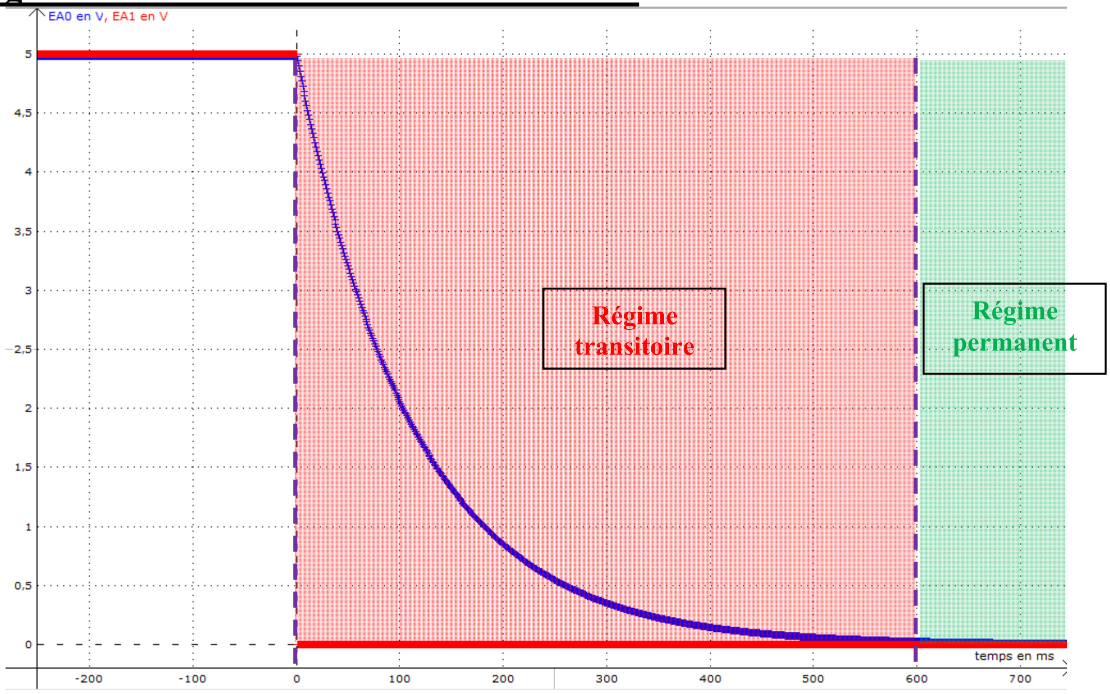
C'est un produit de deux facteurs, il suffit que l'un des deux termes soit nul, or le terme $\mathbf{-E \cdot e^{B \times t}}$ n'est jamais nul donc la seule possibilité est :

$$\mathbf{0 = B + \frac{1}{RC}}$$

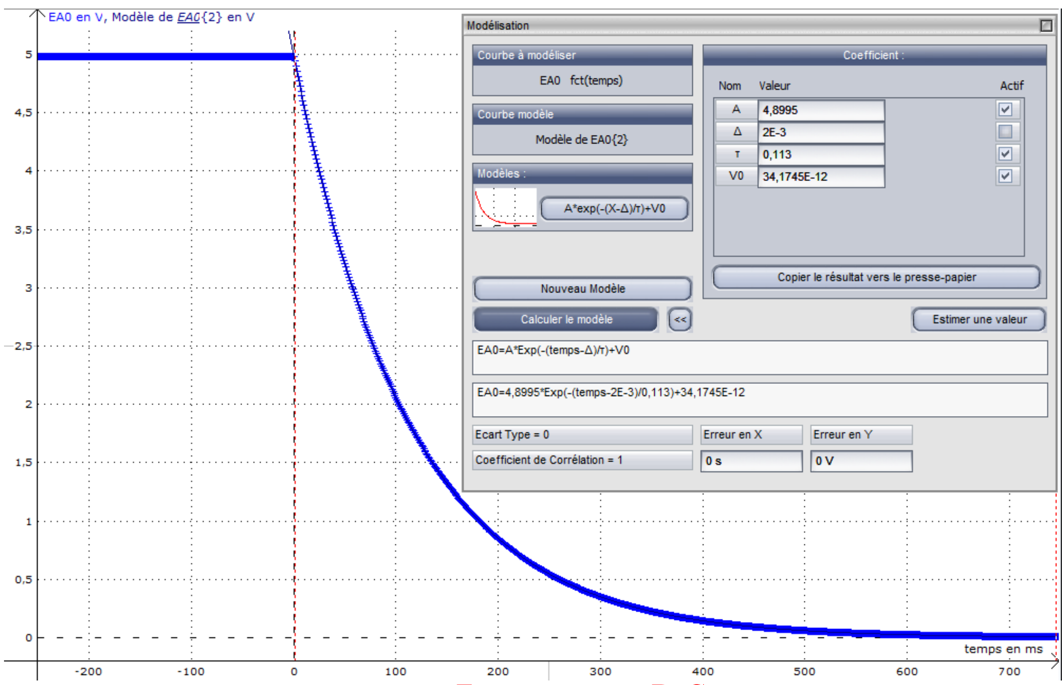
$$\boxed{\mathbf{B = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{\tau}}}$$

Ainsi on a l'expression : $\boxed{\mathbf{u_C(t) = E \times \left[1 - e^{-t/\tau}\right] = E \times \left[1 - e^{-t/RC}\right]}}$ (on retrouve bien l'expression de la modélisation)

II. Décharge du condensateur dans la résistance R



➢ **L'équation de la modélisation en considérant que $\Delta = 0$ et que $V_0 = 0$ est :**

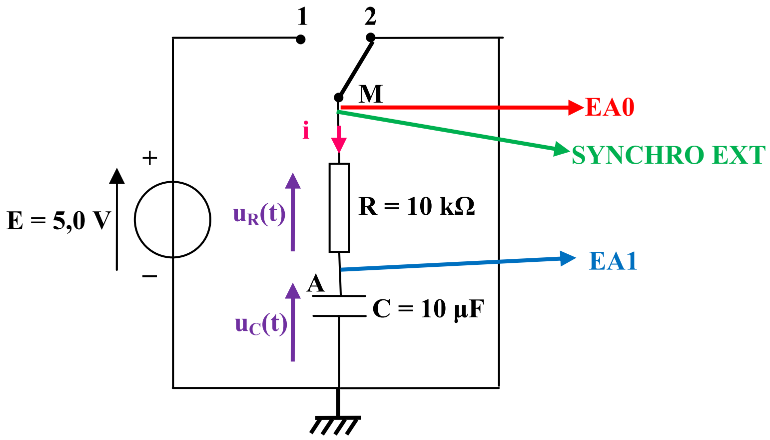


$$u_C(t) = \overset{E}{4,90} \times \left[\text{Exp}(-t / \overset{R\times C}{0,113})\right]$$

De manière générale on trouve : $\boxed{u_C(t) = E \times \text{Exp}(-t / \tau) = E \times \text{Exp}(-t / RC)}$

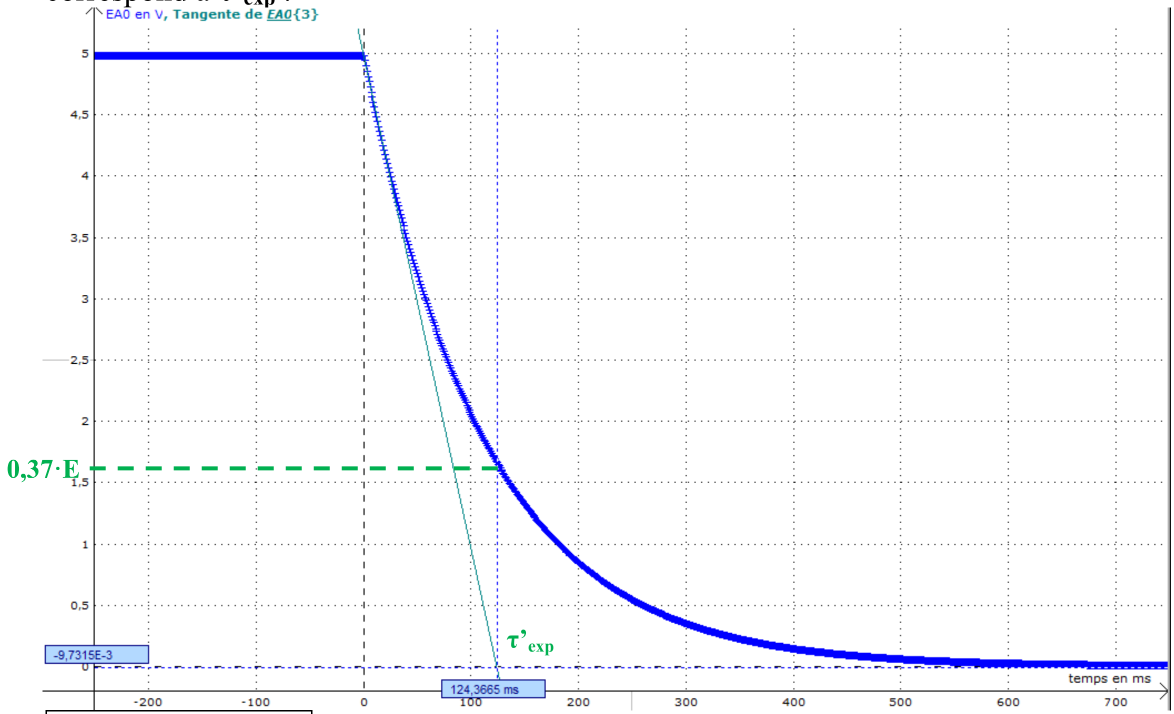
Exploitation

1)



2) On détermine τ'_{exp}, la constante de temps du circuit lors de la décharge du condensateur dans la résistance R, en traçant la tangente à l'origine de la courbe $u_C(t)$: le point d'intersection de la tangente avec la courbe $u_C(t)$ donne : $\boxed{\tau'_{exp} = 0{,}124 \text{ s} \approx \tau_{exp} = R \times C}$

On montrera en classe qu'on peut également se placer à $u_C(\tau) = 0{,}37 \cdot E$ et lire l'abscisse qui correspond à τ'_{exp} .



3) $\boxed{\tau'_{exp} = 0{,}124 \text{ s} \approx \tau_{exp}}$ donc

τ = R×C lors de la charge ou lors de la décharge dans la résistance R

4) Voir Schéma.