| ثانوية المنصور الذهبي التأهيلية<br>نيابة سيدي البرنوصي – زناتة<br>أكاديمية: الدار البيضاء الكبرى | # سلسلة تمارين الدوال اللوغاريتمية | الأستاذ : تباع خالد<br>المستوى : السنة الثانية بكالوريا علوم تجريبية |
|---|---|---|

**التمرين1 :** بسط التعابير التالية :

1) $\ln\sqrt{3}+\ln 6-\ln 9$
2) $\ln 8+\ln\sqrt[3]{2}-\ln 16$
3) $\ln\frac{1}{3}+\ln\frac{3}{5}+\ln\frac{5}{7}+\ln\frac{7}{9}$
4) $\ln(\sqrt{2}+1)^{2009}+\ln(\sqrt{2}-1)^{2009}$
5) $\ln^2(2-\sqrt{3})-\ln^2(2+\sqrt{3})$
6) $\ln\sqrt{e}-3\ln(e^2)+\ln(2e)+\ln\left(\frac{1}{e}\right)$

**التمرين2 :** حدد مجموعة تعريف الدوال التالية:

1) $f(x)=\ln(2x)$
2) $f(x)=\ln(1-x)$
3) $f(x)=\ln(1-|x|)$
4) $f(x)=\ln(|x|-3)$
5) $f(x)=\frac{1}{\ln x}$
6) $f(x)=\frac{\ln(x+2)}{x}$
7) $f(x)=\frac{\ln(2x-1)}{\ln(x+1)}$
8) $f(x)=\ln\left(\frac{2x-1}{x+1}\right)$
9) $f(x)=\ln(3x+1)+\ln(x+2)$
10) $f(x)=\ln((3x+1)(x+2))$

**التمرين3 :** حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) $\ln x=3$
2) $x\ln x=0$
3) $\ln(3x)=\ln(x-1)$
4) $\ln(x+3)+\ln(x+2)=\ln(x+1)$
5) $\frac{1}{2}\ln(2x)=\ln(3-x)-\ln\sqrt{x+1}$
6) $(\ln x)^2+3\ln x-4=0$

**التمرين4 :** حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

1) $\ln x\geq 1$
2) $\ln(x^2-4)<0$
3) $\ln\left(1+\frac{2}{x}\right)\geq\ln x$
4) $\ln(x^2-16)\geq\ln(2x)$
5) $\ln\left(\frac{2x-1}{x+3}\right)>0$
6) $\ln(x+3)+\ln(x+2)\leq\ln(x+7)$
7) $(\ln x)^2+3\ln x-4\leq 0$
8) $2(\ln x)^2+\ln x+2>0$

**التمرين5 :** احسب النهايات التالية:

1) $\lim_{x\to+\infty}\frac{3\ln x+1}{x}$
2) $\lim_{x\to-\infty}\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$
3) $\lim_{x\to0}\frac{\ln(x+1)}{x^3}$
4) $\lim_{x\to0^+}\left(\frac{1}{x^5}+\ln x\right)$
5) $\lim_{x\to e}\frac{\ln x-1}{x-e}$
6) $\lim_{x\to+\infty}\left[x+x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\right]$
7) $\lim_{x\to-\infty}[x+\ln(x^2+1)]$
8) $\lim_{x\to+\infty}x\left[\ln(1+\sqrt{x})-\frac{\ln x}{2}\right]$
9) $\lim_{x\to2^-}\ln\left(\frac{x+1}{2-x}\right)$

**التمرين6 :** بين أن $f$ قابلة للاشتقاق على $I$ ثم احسب مشتقتها:

1) $I=]1;+\infty[\ ;f(x)=\ln(1+x^2)$
2) $I=]1;+\infty[\ ;f(x)=\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$
3) $I=]0;+\infty[\ ;f(x)=\frac{1}{x}\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$
4) $I=]e;+\infty[\ ;f(x)=\ln(\ln x)$
5) $I=]1;+\infty[\ ;f(x)=\frac{\ln(1+x)}{\ln x}$
6) $I=\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[\ ;f(x)=\ln(\sqrt{1-2x})$

**التمرين7 :** حدد الدوال الأصلية للدالة $f$ على المجال $I$ :

1) $I=\mathbb{R}\ ;f(x)=\frac{x}{x^2+1}$
2) $I=]2;+\infty[\ ;f(x)=\frac{3x^2-4}{x^3-4x}$
3) $I=]0;+\infty[\ ;f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})}$

**التمرين8 :** حدد الدالة الأصلية للدالة $f$ على المجال $I$ التي تنعدم في $\alpha$ :

1) $\alpha=1\ ;\ I=\mathbb{R}\ ;\ f(x)=\frac{2x-1}{x^2-x+1}$
2) $\alpha=\frac{1}{4}\ ;\ I=]0;+\infty[\ ;\ f(x)=\frac{3}{4x+1}$

**التمرين9 :** حل في $\mathbb{R}$ مايلي:

1) $\log x = 2 \;;\; \log x > 5 \;;\log x \leq -3$
2) $\log(x+3) + \log(x-2) = 2$
3) $\log_2(x-1) = 3 \;;\; \log_2 x = \log_x 2$
$\log_{\frac{1}{2}} x \times \log_{\frac{1}{4}} x = 8$

**التمرين10 :** لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة ب:

$$f(x) = x + 4 + \ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|$$

1) حدد $D_f$
2) احسب نهايات $f$ عند محدات $D_f$
3) بين أن المستقيم $(\Delta): y = x + 4$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ بجوار $+\infty$ و $-\infty$ ثم ادرس باقي الفروع اللانهائية
4) أ- احسب $\forall x \in D_f : f'(x)$
ب-ضع جدول تغيرات الدالة $f$
5) أ-ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ و المستقيم $(\Delta)$
ب- أنشئ المنحنى $(C_f)$ في م.م.م.

**التمرين11 (الدورة الاستدراكية 2004 ) :**

لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة ب:

$$f(x) = \ln(x^2 - 2x + 2)$$

و $(C_f)$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ- تحقق أن:
$$\forall x \in \mathbb{R} :\; x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1$$
ب-استنتج أن $f$ معرفة على $\mathbb{R}$ ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$
2) بين أن : $\forall x \in \mathbb{R} : f(2-x) = f(x)$ ثم استنتج أن المستقيم الذي معادلته $x = 1$ محور تماثل للمنحنى $(C_f)$
3) أ- تحقق أن:
$$\forall x \geq 1 : f(x) = 2\ln x + \ln\left(1 - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}\right)$$
ب- استنتج أن: $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ ثم أول النتيجة هندسيا.
4) أ- بين أن: $\forall x \in \mathbb{R} \;:\; f'(x) = \frac{2(x-1)}{(x-1)^2+1}$
ب-ضع جدول تغيرات الدالة $f$
5) أ- بين أن: $\forall x \in \mathbb{R} \;:\; f''(x) = \frac{2x(2-x)}{[(x-1)^2+1]^2}$
ب-ادرس تقعر المنحنى $(C_f)$ ثم أنشئه.

**التمرين12 :**

I. لتكن $g$ الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ ب:

$$g(x) = 2x^2 + 1 - \ln x$$

1) احسب : $\lim_{x\to0^+} g(x);\; \lim_{x\to+\infty} g(x)$
2) أ- احسب $g'(x)$ لكل $x$ من $]0;+\infty[$
ب-ضع جدول تغيرات الدالة $g$
ج- استنتج أن: $\forall x \in ]0;+\infty[ : g(x) > 0$

II. لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ ب:

$$f(x) = 2x - 2 + \frac{\ln x}{x}$$

و $(C_f)$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب النهايتين: $\lim_{x\to0^+} f(x);\; \lim_{x\to+\infty} f(x)$
2) ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى $(C_f)$
3) أ- بين أن: $\forall x \in ]0;+\infty[ : f'(x) = \frac{1}{x^2} g(x)$
ب-ضع جدول تغيرات الدالة $f$
4) أ- احسب $f''(x)$ لكل $x$ من $]0;+\infty[$
ب- حدد نقطة انعطاف المنحنى $(C_f)$ ثم أنشئه.

**التمرين 13 (الدورة الاستدراكية 2007 ) :**

I. لتكن $g$ الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ ب:
$$g(x) = x - \frac{1}{x} - 2\ln x$$

1) بين أن $\forall x \in ]0;+\infty[ : g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$
ثم استنتج منحى تغيرات الدالة $g$ على $]0;+\infty[$

2) بين أن: $\forall x ]0;1] : g(x) \leq 0$
و أن: $\forall x [1;+\infty[ : g(x) \geq 0$
(لاحظ أن $g(1) = 0$ )

II. لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ ب:
$$f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$$
و $(C_f)$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ- بين أن $\lim_{x\to+\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (يمكن وضع $t = \sqrt{x}$ ) ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب- بين أن: $\forall x \in ]0;+\infty[; f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$

ج- احسب: $\lim_{x\to0^+} f(x)$
(يمكن وضع $t = \frac{1}{x}$ ) ثم أول هندسيا النتيجة

د- بين أن $(C_f)$ يقبل فرعا شلجميا اتجاهه المستقيم ذو المعادلة $y = x$

2) أ- بين أن $\forall x \in ]0;+\infty[ : f'(x) = \frac{g(x)}{x}$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة $f$

3) أنشئ المنحنى $(C_f)$